

微波线性无源网络

林守远 著

科学出版社

微波线性无源网络

林守远 著

科学出版社

1987

内 容 简 介

本书深入分析了微波无源网络几个侧面的问题。内容包括：线性网络及其矩阵，无耗网络的性质，可逆网络的性质，对称网络及其本征值，网络的联接、无源网络的噪声以及馈电网络的误差统计量。这些内容可广泛用于预计某些新元件、新系统可达到的性能，应用于微波元件或系统的设计并进行误差分析或计算等。

本书适用于从事微波专业的科技人员及高等院校教师、研究生和高年级学生。

微波线性无源网络

林守远 著

责任编辑 陈 忠 张兆富

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1987年6月第一版 开本：787×1092 1/32

1987年6月第一次印刷 印张：10 7/8

印数：0001—2,850 字数：248,000

统一书号：15031·817

本社书号：5046·15—7

定 价：2.60 元

前　　言

微波技术的分析方法有场(电磁场理论)和路(微波网络理论)两大分支。前者主要用来分析边界条件比较简单的微波元件或系统，若应用有限元法和矩量法等也可分析较为复杂的元件或系统；后者主要用来分析更为复杂的元件或系统，但其原始参量或来源于前者或来源于实际测量。这两种方法是相辅相成的。

本书只讨论用路的方法分析微波线性无源(时恒)网络，着重讨论微波网络的某些共性以及复杂网络的分析方法。通过它可预期某些新元件、新系统可达到的性能，可借以设计微波元件或系统，并进行误差分析或估算等。随着高速电子计算机的广泛应用，微波网络的适用范围将进一步扩大。本书在讨论过程中将尽可能联系具体问题，以加深实感。

微波网络就是由若干微波元件所组成的系统。微波元件本身也可视为简单的微波网络。短路器、负荷器等就是一端口网络、滤波器、衰减器等就是二端口网络，一分为二分配器、Y形环行器等就是三端口网络，定向耦合器、正交模耦合器等就是四端口网络，依此类推。

不论英文还是中文，对网络的“端口”这一术语很不统一，有 pole(极、端)、有 terminal(端、端子)、有 arm(臂)、有 branch(分支)、有 terminal pair(端偶、端对、端口)、有 port(端口、口、路)等。每二“端”相当一“端口”。在微波系统中，特别是在非 TEM 模传输线中，采用“端”这一术语，在概念上是不合适的，在使用上也是不方便的。本书主要采用“端口”

这一术语。中文对“行”和“列”的定义也不统一，有以“行”表示横向，以“列”表示纵向；也有以“行”表示纵向，以“列”表示横向。本书采用前一定义，即“行”相当于 *row*，“列”相当于 *column*。此外还有许多不统一的术语和定义，将在本书正文中讨论。

微波网络包含的内容很广，近年来国内也出版了一些有关微波网络的书籍，各有所侧重，还有很多问题有待讨论。本书只是涉及微波线性无源网络的几个侧面。应当指出无源网络也是有源网络的必要组成部分，且分析无源网络的方法大都可用于分析有源网络。

本书各章所附习题，有的是为了加深理解，有的则是对正文的补充。

本书在撰写过程中承章文勋、阮馨远、泮宗达、黄经、胡胜恩、徐文官、刘绍光和周颂时等同志提供有益意见，在此深表谢意。

1986 年于南京

目 录

前 言

第一章 线性网络及其矩阵	1
1.1 什么是线性网络	1
1.2 二端口网络的矩阵	1
1.3 二端口网络的散射参量	7
1.4 n 端口网络的矩阵	14
1.5 矩阵的相互变换	17
1.6 矩阵的推广	19
附录 广义逆矩阵	24
习题	25
第二章 无耗网络的性质	27
2.1 无耗网络和一元性	27
2.2 无耗不可逆网络的性质	29
2.3 无耗可逆网络的性质(一)	36
2.4 无耗可逆网络的性质(二)	47
2.5 网络的独立参量	58
习题	60
第三章 可逆网络的性质	61
3.1 可逆网络的定义	61
3.2 可逆网络的一般性质	63
3.3 信号对无耗网络匹配	68
3.4 有耗网络的损耗	71
3.5 辐射单元失配对幅相分布的影响	77
3.6 包括空间的网络	78
3.7 馈电网络的功率关系	80

习题	90
第四章 对称网络及其本征值.....	91
4.1 本征值和本征矢	91
4.2 对称网络和对称算子	94
4.3 对称二、三端口网络的性质	99
4.4 对称四端口网络的性质	107
4.5 对称多端口网络的性质	123
习题	146
第五章 网络的联接.....	149
5.1 网络的串联和并联	149
5.2 网络的级联	161
5.3 由 n 端口派生的 m 端口网络	171
5.4 网络的任意联接	180
附录 高阶矩阵分块求逆	199
习题	200
第六章 无源网络的噪声.....	201
6.1 负载的噪声	201
6.2 传输线的噪声	202
6.3 多端口网络的噪声	209
6.4 级联二端口网络的噪声	216
6.5 噪声定理	217
6.6 接收阵的 G/T	218
附录 Dawson 积分	232
习题	233
第七章 馈电网络的误差统计量.....	235
7.1 概述	235
7.2 馈电网络的驻波	237
7.3 馈电网络的隔离度	259
7.4 馈电网络的幅相偏差	262
7.5 馈电网络的损耗	272

7.6 杂散波的估算	275
习题	282
本书各章习题题解	284
参考文献	335

第一章 线性网络及其矩阵

1.1 什么是线性网络

对于集总参数元件，凡其电阻、电容和电感之值均不是电压(或电流)的函数者称为线性元件。对于分布参数元件，凡其电阻率、导磁率和介电常数之值均不是电场(或磁场)的函数者称为线性元件。凡是由线性元件组成的网络，不论是否有耗、是否可逆(互易)均为线性网络。但是包含非线性元件的网络，不一定不是线性网络。对于线性元件或线性网络，电压和电流或电场和磁场或入射波和出射波之间成正比关系，即线性关系。从线性关系可以直接引出重叠原理，因此可用一次线性方程(代数方程或微分方程)来表示。

应当指出，实际遇到的网络常包含非线性部分。实际上，大多数金属-金属结(包括相同金属焊接在一起)都有弱非线性现象^[1,2]。但由于线性网络的分析计算比非线性网络要容易得多，因此当线性规律足够近似地反映物理现实时，总是将它当作线性网络来分析，或者将某些非线性网络分解为若干个线性网络来分析。如天线收发开关或限幅器等可分解为高、低功率两种状态(或更多种状态)来分析。

本书讨论的网络均为线性网络。

1.2 二端口网络的矩阵

如图 1.1 所示的二端口网络，当只是端口 1 有电流(或切

向磁场) i_1 时, 则在端口 1 和端口 2 的电压(或切向电场) v_1 和 v_2 就和 i_1 成正比。同样当只是端口 2 有电流 i_2 时, 则 v_1 和 v_2 就和 i_2 成正比。

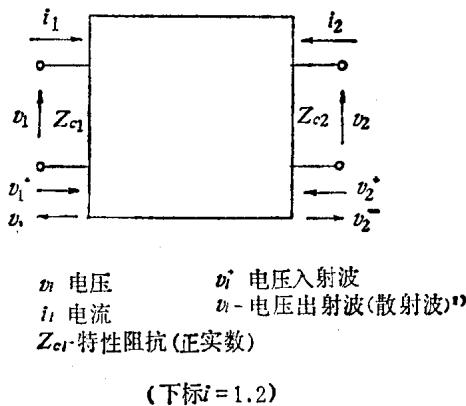


图 1.1 二端口网络

1) 不少文献称之为“反射波”, 但这有时会引起混淆, 建议一般不采用。

当端口 1 和端口 2 分别有电流 i_1 和 i_2 时, 应用重叠原理可得

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \mathbf{z} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

式中

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$$

\mathbf{z} 称为开路阻抗矩阵, 简称阻抗矩阵, 矩阵中的元素 z_{ij} 称为阻抗参量。所以称之为开路阻抗矩阵, 是因为阻抗参量是一个端口开路时的自阻抗或互阻抗。

同样可得

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \mathbf{y} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \mathbf{a} \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

$$\begin{bmatrix} v_1^- \\ v_2^- \end{bmatrix} = \mathbf{s} \begin{bmatrix} v_1^+ \\ v_2^+ \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$$\begin{bmatrix} v_1^+ \\ v_1^- \end{bmatrix} = \mathbf{t} \begin{bmatrix} v_2^- \\ v_2^+ \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

$$\begin{bmatrix} i_1^- \\ i_2^- \end{bmatrix} = \mathbf{s}' \begin{bmatrix} i_1^+ \\ i_2^+ \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

$$\begin{bmatrix} i_1^+ \\ i_1^- \end{bmatrix} = \mathbf{t}' \begin{bmatrix} i_2^- \\ i_2^+ \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

式中 \mathbf{y} 称为短路导纳矩阵, 简称导纳矩阵; \mathbf{a} 称为电压传输矩阵, 在不讨论分布参数的情况也可简称传输矩阵, 又可称为转移矩阵或链矩阵等. \mathbf{s} 称为电压波散射矩阵, 简称散射矩阵. \mathbf{t} 称为电压波传输矩阵, 简称传输矩阵. \mathbf{s}' 称为电流波散射矩阵, 很少用. \mathbf{t}' 称为电流波传输矩阵, 很少用. i_i^+ 为电流入射波. i_i^- 为电流出射波(散射波).

当 $Z_{c1} = Z_{c2}$ 时, $\mathbf{s}' = \mathbf{s}$, $\mathbf{t}' = \mathbf{t}$, 而

$$\begin{aligned} i_i^\pm &= v_i^\pm / Z_{ci} \\ v_i &= v_i^+ + v_i^- \\ i_i &= i_i^+ - i_i^- = (v_i^+ - v_i^-) / Z_{ci} \end{aligned}$$

上述 $\mathbf{z}, \mathbf{y}, \mathbf{a}, \mathbf{s}, \mathbf{t}, \mathbf{s}'$ 和 \mathbf{t}' 均为未归一化矩阵, 一般地说, 用以分析低频网络比较方便. 为了便于分析微波网络, 应对特性阻抗进行归一化处理, 令电压量纲的量除以相应特性阻抗的平方根, 电流量纲的量乘以相应特性阻抗之平方根, 即

$$\left. \begin{array}{l} v_i / \sqrt{Z_{ci}} = V_i, \quad i_i \sqrt{Z_{ci}} = I_i \\ v_i^\pm / \sqrt{Z_{ci}} = V_i^\pm, \quad i_i^\pm \sqrt{Z_{ci}} = I_i^\pm = V_i^\pm \end{array} \right\} \quad (1.8)$$

经过归一化处理后,所有 V, I, V^\pm 之绝对值平方均为功率量纲,而

$$V_i = V_i^+ + V_i^-$$

$$I_i = I_i^+ - I_i^- = V_i^+ - V_i^-$$

由此,式(1.1)至(1.7)可写成相应的归一化矩阵,即

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Z} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Y} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

$$\begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_1^- \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} V_2^- \\ V_2^+ \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

应指出, \mathbf{s} 和 \mathbf{s}' 的归一化矩阵均为 \mathbf{S} , 而 \mathbf{t} 和 \mathbf{t}' 的归一化矩阵均为 \mathbf{T} .

由式(1.1)至(1.13)可得到归一化矩阵和未归一化矩阵的关系式,即

$$\begin{bmatrix} \sqrt{Y_{c1}} & 0 \\ 0 & \sqrt{Y_{c2}} \end{bmatrix} \mathbf{z} \begin{bmatrix} \sqrt{Y_{c1}} & 0 \\ 0 & \sqrt{Y_{c2}} \end{bmatrix} = \mathbf{Z} \quad (1.14)$$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{Z_{c1}} & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_{c2}} \end{bmatrix} \mathbf{y} \begin{bmatrix} \sqrt{Z_{c1}} & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_{c2}} \end{bmatrix} = \mathbf{Y} \quad (1.15)$$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{Y_{ca}} & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_{ca}} \end{bmatrix} \mathbf{a} \begin{bmatrix} \sqrt{Z_{ca}} & 0 \\ 0 & \sqrt{Y_{ca}} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \quad (1.16)$$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{Y_{ci}} & 0 \\ 0 & \sqrt{Y_{ci}} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \sqrt{Z_{ci}} & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_{ci}} \end{bmatrix} = \mathbf{S} \quad (1.17)$$

$$\sqrt{Z_{ci}/Z_{ci}} \cdot \mathbf{t} = \mathbf{T} \quad (1.18)$$

式中 $Y_{ci} = Z_{ci}^{-1}$.

矩阵 \mathbf{Z}, \mathbf{Y} 和 \mathbf{S} 中各元素均有明显的物理意义, 而矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{T} 中某些元素的物理意义不太明显, 但在分析级联网络时应用矩阵 \mathbf{A} 或 \mathbf{T} 比较方便. 矩阵 $\mathbf{Z}, \mathbf{Y}, \mathbf{A}$ 常用于分析集总参数网络, 而矩阵 \mathbf{S}, \mathbf{T} 常用于分析分布参数网络.

在某些情况下可应用下述两种矩阵, 即

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

$$\begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_1^- \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

这两种矩阵英文名称不同, 前者称为 hybrid matrix, 后者称为 mixed matrix. 而中文均称为混合矩阵, 为了避免混淆, 可分别称为 \mathbf{H} 矩阵和 \mathbf{M} 矩阵, 或称后者为混合传输矩阵. 式(1.20)中前一列矩阵与式(1.13)的前一列矩阵相同, 式(1.20)中后一列矩阵与式(1.11)的后一列矩阵相同.

矩阵 $\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1}$, 有的文献定义 $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$, $\mathbf{F} = \mathbf{T}^{-1}$ 以及 $\mathbf{G} = \mathbf{H}^{-1}$ 等^[3-5], 也可定义 $\mathbf{N} = \mathbf{M}^{-1}$. 总之, 只要实际需要, 可以定义新的矩阵.

在应用描述网络的各种矩阵时, 要弄清是未归一化矩阵还是归一化矩阵. 在应用 $\mathbf{Z}, \mathbf{Y}, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{H}, \mathbf{G}, \mathbf{M}, \mathbf{N}$ 等矩阵时, 应注意电流的方向是如何定义的. 如文献[3]所定义的 I_2 方向与图 1.1 相反, 在这种定义下的 \mathbf{A} , 对分析级联网络比较方便. 有些矩阵本身定义也不完全一致, 如文献[6]所定义的 \mathbf{M} , 其前一列矩阵与式(1.20)不同. 文献[7]又定义另一

种混合矩阵。以后凡是沒有特殊说明者,均按图 1.1, 式(1.1)至(1.7),(1.9)至(1.13),(1.19)和(1.20)定义。

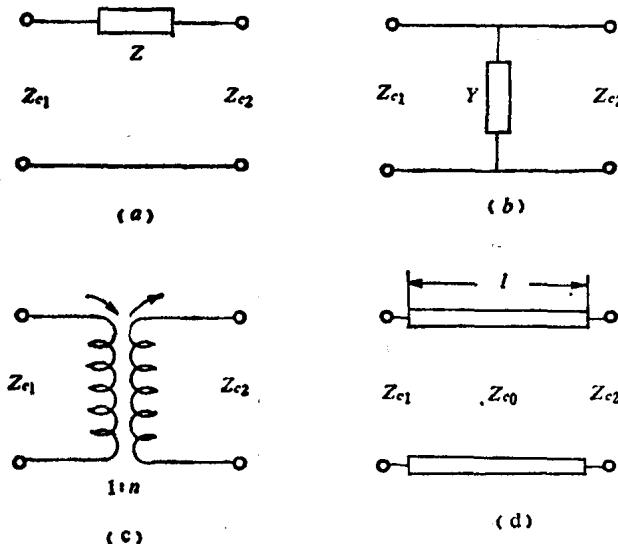


图 1.2 几种基本二端口网络

几种基本二端口网络的 α 和 T 如下:

(一) 串联阻抗 见图 1.2 (a)

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & -Z \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$T = \frac{1}{2\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}} \begin{bmatrix} Z_{c2} + Z_{c1} + Z & Z_{c2} - Z_{c1} - Z \\ Z_{c2} - Z_{c1} + Z & Z_{c2} + Z_{c1} - Z \end{bmatrix}$$

(二) 并联导纳 见图 1.2(b)

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & -1 \end{bmatrix}$$

$$T = \frac{1}{2\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}} \begin{bmatrix} Z_{c2} + Z_{c1} + Z_{c1}Z_{c2}Y & Z_{c2} - Z_{c1} + Z_{c1}Z_{c2}Y \\ Z_{c2} - Z_{c1} - Z_{c1}Z_{c2}Y & Z_{c2} + Z_{c1} - Z_{c1}Z_{c2}Y \end{bmatrix}$$

(三) 理想变压器 见图 1.2(c)

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1/n & 0 \\ 0 & -n \end{bmatrix}$$

$$T = \frac{1}{2n\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}} \begin{bmatrix} Z_{c2} + n^2Z_{c1} & Z_{c2} - n^2Z_{c1} \\ Z_{c2} - n^2Z_{c1} & Z_{c2} + n^2Z_{c1} \end{bmatrix}$$

(四) 无耗传输线段 见图 1.2(d)

$$\alpha = \begin{bmatrix} \cos\theta & -jZ_{c2}\sin\theta \\ j\frac{1}{Z_{c2}}\sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$$

$$T = \frac{1}{2\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}Z_{c0}}} \times \begin{bmatrix} Z_{c0}(Z_{c2} + Z_{c1})\cos\theta + j(Z_{c0}^2 + Z_{c1}Z_{c2})\sin\theta \\ Z_{c0}(Z_{c2} - Z_{c1})\cos\theta + j(Z_{c0}^2 - Z_{c1}Z_{c2})\sin\theta \\ Z_{c0}(Z_{c2} - Z_{c1})\cos\theta - j(Z_{c0}^2 - Z_{c1}Z_{c2})\sin\theta \\ Z_{c0}(Z_{c2} + Z_{c1})\cos\theta - j(Z_{c0}^2 + Z_{c1}Z_{c2})\sin\theta \end{bmatrix}$$

式中 n 为变压比, $\theta = 2\pi l/\lambda_s$.

一般网络或等效网络大都由上述基本网络组成。由基本网络组成的常用网络的各种矩阵可查阅有关文献[8,9]。

1.3 二端口网络的散射参量

前述的各种矩阵中, 归一化散射矩阵是讨论微波网络时最常用的一种。在实际工作中, 常需测得一个二端口网络的归

一化散射参量。由于测量时终端负载的反射系数不为零，因而测得的量并非真正的散射参量。如图 1.3 所示，第一次测量时，在网络的端口 1 接信源，在端口 2 接反射系数为 Γ_{L_a} 的负载，测得端口 1 反射系数为 Γ_a ，端口 1 至端口 2 的传输系数为 T_a ；第二次测量时，在端口 2 接信源，在端口 1 接反射系数为 Γ_{L_b} 的负载，测得端口 2 反射系数为 Γ_b ，端口 2 至端口 1 的传输系数为 T_b 。显然， $\Gamma_a \neq S_{11}$, $T_a \neq S_{21}$, $\Gamma_b \neq S_{22}$, $T_b = S_{12}$ 。但通过适当运算即可得到所需的散射参量^[40]。

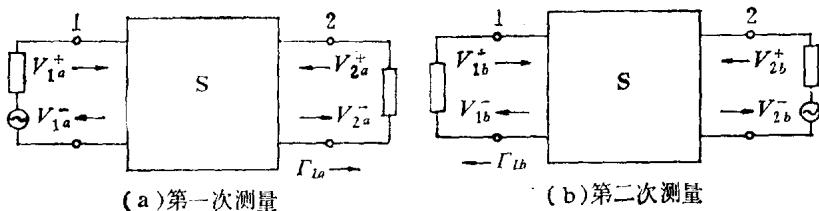


图 1.3 测量散射参量

令

$$V_{1a}^-/V_{1a}^+ = \Gamma_a, \quad V_{2a}^-/V_{2a}^+ = \Gamma_b$$

$$V_{2a}^-/V_{1a}^+ = T_a, \quad V_{1b}^-/V_{2b}^+ = T_b$$

$$V_{2a}^+/V_{2a}^- = \Gamma_{L_a}, \quad V_{1b}^+/V_{1b}^- = \Gamma_{L_b}$$

而

$$\begin{bmatrix} V_{1a}^- \\ V_{2a}^- \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} V_{1a}^+ \\ V_{2a}^+ \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} V_{1b}^- \\ V_{2b}^- \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} V_{1b}^+ \\ V_{2b}^+ \end{bmatrix}$$

两边除以 V_{1a}^+ ,

两边除以 V_{2b}^+

$$\begin{bmatrix} V_{1a}^-/V_{1a}^+ \\ V_{2a}^-/V_{1a}^+ \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} 1 \\ V_{2a}^+/V_{1a}^+ \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} V_{1b}^-/V_{2b}^+ \\ V_{2b}^-/V_{2b}^+ \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} V_{1b}^+/V_{2b}^+ \\ 1 \end{bmatrix}$$

即

$$\begin{bmatrix} \Gamma_a \\ T_a \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} 1 \\ \Gamma_{L_a} T_a \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} T_b \\ \Gamma_b \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} \Gamma_{L_b} T_b \\ 1 \end{bmatrix}$$

可合并为

$$\begin{bmatrix} \Gamma_a & T_b \\ T_a & \Gamma_b \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} 1 & \Gamma_{L_b} T_b \\ \Gamma_{L_a} T_a & 1 \end{bmatrix}$$

即

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \begin{bmatrix} T_a & T_b \\ T_a & T_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \Gamma_{Lb}T_b \\ \Gamma_{La}T_a & 1 \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \frac{1}{1 - \Gamma_{La}\Gamma_{Lb}T_aT_b} \begin{bmatrix} T_a & T_b \\ T_a & T_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\Gamma_{Lb}T_b \\ -\Gamma_{La}T_a & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{\Gamma_a - \Gamma_{La}T_aT_b}{1 - \Gamma_{La}\Gamma_{Lb}T_aT_b}, & S_{12} &= \frac{T_b - \Gamma_{Lb}\Gamma_aT_b}{1 - \Gamma_{La}\Gamma_{Lb}T_aT_b} \\ S_{21} &= \frac{T_a - \Gamma_{Lb}\Gamma_bT_a}{1 - \Gamma_{La}\Gamma_{Lb}T_aT_b}, & S_{22} &= \frac{\Gamma_b - \Gamma_{Lb}T_aT_b}{1 - \Gamma_{La}\Gamma_{Lb}T_aT_b} \end{aligned}$$

上面只考虑负载的反射系数不为零的情况，实际测量中还有其他不理想的情况，这时要得到所需的散射参量要作进一步的修正，可参阅有关文献[11]。

由网络的散射参量及其端接的情况，可推得其各种工作特性参量，如损耗和相移等。

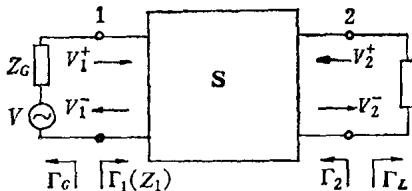


图 1.4 二端口网络及其端接的情况

图 1.4 中 $\Gamma_1 = V_1^- / V_1^+$, $\Gamma_L = V_2^+ / V_2^-$, 由式(1.12)可得

$$\Gamma_1 = \frac{S_{11} + (S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22})\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad (1.21)$$

同样可得

$$\Gamma_2 = \frac{S_{22} + (S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22})\Gamma_G}{1 - S_{11}\Gamma_G} \quad (1.22)$$