

电 磁 理 论 讲 义

——工 程 师 用 简 明 教 程

、
[英] L. 索利马 著

华中工学院电工基础教研室 译

人 民 教 育 出 版 社

内 容 简 介

本书是电磁理论方面一本比较简明的教科书,其内容包括从静电场到相对论的广泛范围,并引用了许多著名学者的一些语录,使读者对电磁学发展的进程有一个较清晰的了解,同时也介绍了电磁学方面的一些新发展(如光学纤维,绕射的几何理论,超越解答等等)。为了强调本学科的统一性,故以麦克斯韦方程为基础,从而库仑、毕奥-萨伐尔、安培、法拉第、斯涅尔等方程均可由麦氏方程推导出来。

原著是作者在牛津大学为工程学系二年级学生授课讲义的增订本,可作为我国高等学院有关专业电磁理论课程的教科书或参考书,对于电力、电讯方面的科技人员和研究生也有参考价值。

本书是由华中工学院电工基础教研室邹锐、徐乃凤、宋韶燧、陈世玉、黄慕义、张文灿、陶炯光翻译的,并由张文灿主译,邹锐总校全书。

Lectures on electromagnetic theory:

a short course for engineers

L. SOLYMAR

OXFORD UNIVERSITY PRESS 1976

电 磁 理 论 讲 义

——工程师用简明教程

[英] L. 索利马 著

华中工学院电工基础教研室 译

人民教育出版社 出版

新华书店北京发行所发行

湖南省新华印刷二厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 8.75 字数 205,000

1980年8月第1版 1981年7月第1次印刷

印数 00,001—11,000

书号 15012·0271 定价 0.73 元

目 录

绪言	1
1. 麦克斯韦方程组	5
2. 静电学	9
2.1 引言	11
2.2 库仑定律	10
2.3 电荷的电位	14
2.4 线电荷的电场	22
2.5 薄板电荷的电场	27
2.6 平板电容器	28
2.7 两维问题	34
2.8 镜像法	45
2.9 电介质边界	48
2.10 静电场能量	51
习题 2	55
3. 恒定电流	59
3.1 基本方程组	61
3.2 电子束的扩散 ($\mathbf{J}, \mathbf{E}, \mathbf{D}, \rho, \mathbf{H}, \mathbf{B}$)	65
3.3 箍缩效应 ($\mathbf{J}, \mathbf{H}, \mathbf{B}$)	67
3.4 流线图及欧姆定律 ($\mathbf{J}, \mathbf{E}, \mathbf{D}$)	69
3.5 平行板间的电子流 ($\mathbf{J}, \rho, \mathbf{E}, \mathbf{D}$)	71
3.6 线电流的磁场 ($\mathbf{J}, \mathbf{H}, \mathbf{B}$)	72
3.7 圆环电流的磁场 ($\mathbf{J}, \mathbf{H}, \mathbf{B}$)	74
3.8 螺线管内的磁场 ($\mathbf{J}, \mathbf{H}, \mathbf{B}$)	77
3.9 进一步与静电类比	79
3.10 磁性材料	80
3.11 铁磁材料的 B - H 曲线	81
3.12 环形永久磁铁内部的磁通密度 ($\mathbf{B}$)	83
3.13 含有气隙的环形永久磁铁内部的磁场 ($\mathbf{H}, \mathbf{B}$)	84

3.14	由恒定电流励磁的环形铁磁材料中的磁场 ($\mathbf{J}, \mathbf{H}, \mathbf{B}$)	85
3.15	理想反磁体 ($\mathbf{H}, \mathbf{B}, \mathbf{K}$)	86
3.16	磁通进入 I 型超导体的透入深度 ($\mathbf{J}, \mathbf{H}, \mathbf{B}$)	87
3.17	力	88
	习题 3	90
4.	缓变现象	95
4.1	基本方程组	96
4.2	变化磁场引起的电场	99
4.3	电感与互感	104
4.4	动力学电感	112
4.5	变压器	114
4.6	导线与磁场的相对运动	116
4.7	法拉第定律	118
4.8	割切磁通	119
4.9	在磁场中导线运动的例题	119
4.10	涡流	123
4.11	旋转圆盘产生的电动势	124
4.12	能量和力	126
	习题 4	128
5.	速变现象	131
5.1	引言	141
5.2	基本方程组	142
5.3	电容器中的位移电流	144
5.4	连续性方程式	146
5.5	坡印廷定理	148
5.6	边界条件	153
5.7	平面波	154
5.8	单一频率假设和指数的时间相关性	157
5.9	再论平面波	159
5.10	理想导体的反射	162
5.11	损耗和趋肤效应	165

5.12 辐射压力	167
5.13 波导	168
5.14 谐振器	181
5.15 两种电介质的媒质分界面上的反射和折射	185
5.16 表面波和电介质波导	190
5.17 滞后位和偶极子天线	199
5.18 几何光学	208
5.19 惠更斯原理和孔径天线	213
5.20 薄的半无限大平面的绕射	219
5.21 绕射的几何原理	226
5.22 超增益和超分辨率	231
习题 5	236
6. 相对论	244
6.1 引言	245
6.2 基本假定	247
6.3 与速度有关的质量	247
6.4 同时性和长度的相对性	248
6.5 洛伦兹变换	250
6.6 例题	256
6.7 四维矢量	259
习题 6	261
结束语	263
附录	265
A.1 矢量恒等式	265
A.2 在曲线坐标系中的矢量算符	265
A.3 物理常数	266
习题解答	267

绪 言

根据合乎人情的所有真正的、普遍的鉴赏原则，电学的历史是一个充满着有趣事物的领域。

虽然其他的历史在某些方面能与哲学史竞赛，但在各类历史中，没有什么东西能和在哲学研究方面的人类智力的可喜的增进相媲美。在自然科学方面，不管我们已经到达怎样的高度，我们的起点还是很低的，同时我们的进展也是非常缓慢的。居高临下，观察和比较在登山中所有那些缓慢的进展，最大的愉快不得不属于那些坐在高处的人们和那些意识到自己前进到较高的地方而享有全部有利条件的人们。而考虑到我们自己决不是在人类科学的顶峰上，科学的山峰仍然超出我们视线之外，实际上我们还在离山脚高不了很多的地方。观察前人走过的道路，不能不鼓舞着我们向更高的地方努力前进，并为我们提供各种方法和措施，以便促使我们继续前进。

科学在其发展阶段比其初期显然更需要历史资料。现在哲学上的发现是如此多，它们的报导又是如此分散，以致任何人都无力做到接触所有已被发现的知识作为他自己研究的基础。这种状况在我看来似乎是大大地推迟了发现的进程。

对我的课题本身，我也感到特别幸运。我认为很少自然哲学的分科能提出这么好的一个关于历史的课题。很少自然哲学的分科能以这么多的发现而自夸，这些发现排列得如此好，全都包括在这样短的一段时间内，而且又都是这样新近，其中一些主要的发现人现在还活着。

我把这一著作命名为**电学的历史和现状**；不论是否有整个著作的任何新版本，务必要小心保持此书名实相符；当新发现提出时，则随时以同样大小的附加本出版；附加本经常以合理的价格售给购书者；若份量不大，可免费赠给。

约瑟夫 普里斯特利 **电学的历史和现状以及原始试验** 伦敦
1767 年

电的学科大体上可分为三大分科：电路、电磁学和材料的电性质。大家知道电路是什么样的东西。电路是由集中元件以各种不同方式相互联接所构成的。元件本身是简单的；它们可用具有若干端钮的方框来表示，在这些端钮上可能有电流流入，同时跨于端钮间可能存在电压。不难想象每一个方框代表什么。然而当几百、几千、甚至几百万个方框相互联接时，要理解正在进行着什么，那是远远地超出一般人的能力所及的。我永远不知道更钦佩哪一位，是设计整个复杂设备的研究所工程师？还是当某些设备出故障时来修理的产业工程师？不管怎样，我要提出这样的观点，电路的复杂性主要是由于巨大的元件数目所致。

如果我们希望了解材料的电性质，情况就更复杂了。即使最简单的元素也显示出相当复杂的特性。以氢原子为例；它由一个质子和一个电子构成——不会有任何比它更简单的东西了。如果你想解释氢原子的性质，你需要做许许多多的数学工作。如果你敢于去研究氢原子的性质，数学家将告诉你微分方程的精确解并不存在。现在设想 10^{22} 个原子相互堆积在一起，每一个原子包含 50 个电子，并试图回答关于材料电导性的问题。象这样的问题有时能够回答出来，那真是一个奇迹。

电磁学介于电路和材料的电性质之间。有些现象十分简单，简单得实际上是在中学里去教这些内容：你们必定学习过库仑定律、毕奥-萨伐尔定律、感应定律以及与电荷、力、电流和电压有关的一些类似的定律。你们必定也听过反射和折射的斯涅尔定律、透镜和平面镜、绕射效应等等。所有这些现象都是分别论述的，仅作了很微弱的努力使这些现象互相关联。原因是将不容易将它们联系起来。电磁现象有如此广阔的范围，表现出如此不同的性质，以致单独从任何一个角度来说明都必定要失败。任何人都承认罗盘总是指向北方，这是每个小孩都知道的。同样，任何人都承认当光

线进入水时会发生折射现象。这除了把个人的体验放进科学的行话中以外没说明什么东西。但说这两件事刚好是同一现象的不同表现却是夸张得难于使人轻信。没有人——我知道的人中一定没有人——感到这种联系似乎是明显的。所存在的联系不是物理的，而是纯粹数学的。由电流产生的磁场和存在于光束中的“磁场”两者之间的相似不是形象具体的。我们能把它们两者都称为“磁场”的唯一理由，是它们都遵守同一方程组。

我们需要做大量数学工作的结论是必然的。在做了数学工作之后，情况就开始改善，物理直观的痕迹将逐渐地显露出来。做的数学工作越多，物理直观就变得越完善。依我的看法，电磁学和材料的电性质之间的最大区别是前者可以被理解。但我们最后了解它，要通过大量的研究和不辞辛劳。谁经过坚持不懈地攀登，谁就会突破云层而到达高峰，从这里就可以看清楚整个山脉。好吧，虽然有些山峰可能笼罩在薄雾的下面，那也无关紧要。即使我们不知道某一个别山脉的准确形状，又没有天气情况的报告，但我们知道我们唯一的责任是出发去探险和征服高峰。电磁学仍然存在某些空白区，但不会含有更多惊人的东西。我知道很多物理学家将强烈地不同意这种意见。我实在是用一个工程师的眼光来看问题。如果我不想追究这样的问题，如电子的大小或电子的质量从何而来，那么我们是够清楚的。

现在对于材料怎样说呢？不问材料的性质我们能研究电磁场吗？所有的工程结构不是都由具有广泛不同性质的各种实际材料制成的吗？是的，当然是这样；我无意只限于研究真空中发生的现象。我们必须考虑材料的某些性质，但我们不应该过于考究。在多数情况下，我们可用电容率、磁导率、电导率三个宏观的常数来表示材料的特征。这又是一个很多电磁学教师不会同意的意见。人们会争辩说，微观性质不应被忽视，不论何时一有机会就应当讨

论物质和电磁波之间的相互作用。当我给电磁学下定义时我感到相当困难。开始你试图在那些有限的范围内理解它；然后当你涉及到材料的性质时，你就会打破自置的障碍。例如在固体和等离子体的研究方面，按常规总是假设带电荷的粒子对在重合时会消失。而我们这里没有那种粒子，所有的粒子都认为是不灭的。

我想谈到的另外一个问题是深度和广度之间、严格性和直观性之间必须妥协。在传统上，电磁学是一门高度重视严格性的学科。长期以来它是关心数学的工程师和关心实际的数学家的活动领域。严格性带来的麻烦除加重负担外，它也是非常难以捉摸的东西。不论你企图做到如何的严格，总还会有这样的人轻蔑地认为它是草率的。我并无意贬低严格性的重要性。它在解工程问题中肯定是有价值的。例如，“唯一性定理”将保证当你已找得一个解答后，没有必要再去找另一个解答。但就一般而言，不太严格的工程师们也能活得下去。照我的意见这也应反映到学科的教学中去。于是，我将稍微违背许多标准的初级教科书所遵循的系统，并在牺牲数学的严格性下企图包括更广泛的现象。

我感到遗憾的是，在我作为一位讲课教师的有限经验中，我从学者团体那里只接到比较少的意见。我经常羡慕学艺术的同事，他们能得到这么丰富的意见。我发现课程大纲的改革者在科学研究人员中是不多的，我觉得其原因无疑是由于从事科学研究的那些人缺乏这种特有的想象力。如若你们能劝说几个学艺术的或学社会科学的学友接受自然科学，并围绕科学教学有关的许多问题贡献他们的分析评论的才能，就可能有一些重大的进展。直到他们接受这样做之前，我们就需要尽我们所能去进行。

1. 麦克斯韦方程组

这篇论文的一个主要特点是维护电磁现象取决于真实电流的学说，这种真实电流和传导电流不是同一东西，而在估计电的总运动中必须计入电位移的时间变化率。

J. C. 麦克斯韦 关于电和磁的论文 牛津 1873 年

什么是麦克斯韦理论呢？对于这个问题，我认为没有比这样更简明、更确切的回答：麦克斯韦理论就是麦克斯韦方程组。

H. 赫芝 关于电能传播的研究 莱比锡 1894 年

我们将涉及到的所有问题，均可借助下列方程组的一个或几个方程来求解：

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.4)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1.6)$$

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1.7)$$

上述方程组出自何处？它们包含（虽然在形式上和单位制上不完全相同）在 1873 年出版的麦克斯韦的“关于电和磁的论文”的第九章中。

我们能下结论说一个世纪以来电磁理论没有进展吗？那样的结论本质上是正确的。我们求解上述方程组的方法已进步了，现

在我们求材料的常数值当然也有更好的条件，但是基本上现在的电磁理论仍和一世纪以前一样。就各电磁量间的相互关系而言，麦克斯韦知道的和现在我们知道的一样多。他实在没有想到借助同步人造地球卫星进行洲际通讯，但是现在如果真的把他带到人造卫星地面站，他不会惊得昏迷过去。如果我们给他半小时，使他从复苏后的震惊中恢复过来，他将会拿起一张纸（我设想那是一个较大信封的反面）安静地坐下来，并完成有关的设计公式。

一个世纪以来，我们这部分没有什么进展不应归咎于懒惰，倒不如说是由于麦克斯韦的天才。在他构思位移电流概念的时刻，人类历史中的一个新纪元开始了。类似的重要事件不是经常发生的。牛顿定律和爱因斯坦关于相对论的第一篇论文是够资格称为重要事件的，或者还有两三篇另外的学术论文，但总数大约就是那些。如果我们设想在今后几千年左右我们这种人类仍然生存着，我觉得十九世纪将主要是作为麦克斯韦明确地提出他的方程组而为人们所纪念，这是一定的。

麦克斯韦的贡献为什么是如此的非凡呢？它是根据试验的证据、数学的直观和预言的见识达到综合的第一个（可能是最好的）例子。那时方程(1.1)中的 $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ 项还没有试验依据。将这一新项加到已知的方程组中，他得以描述所有宏观的电磁现象。当相对论出现的时候，发现牛顿定律有不足之处，而麦克斯韦方程组却没有；这些方程不需要相对论的校正。

我可以继续称赞麦克斯韦一个长时间。虽然这可能是很有趣味的，可惜我只有很少的时间来讲题外的话。但在我们专心研究方程组以前，我必须说几句话为我所选择的途径作辩护。我知道，不经过提出有关试验证明的通常的程序而要接受一组方程，对每一个人都必然是困难的。乍看起来，它似乎有些不合理，但请相

信这是一个可能的途径,而且在一些情况下,它很可能是最好的途径。你们早已熟悉旋度、散度和梯度(我宁愿采用矢量算符的形式)的数学运算,也不需要介绍电的一些概念。你们已经听说过电荷、电流、磁场等等。所有(1.1)–(1.7)那些方程的作用是给出这些物理量之间的若干关系。因此,如果某些物理量已知,就可利用这些方程求出其他一些物理量。

符号表示法是很标准的,然而我说一下什么符号代表什么量还是好一些: $\mathbf{H}$ 是磁场强度; $\mathbf{E}$ 是电场强度; $\mathbf{D}$ 是电通密度; $\mathbf{B}$ 是磁通密度; $\mathbf{J}$ 是电流密度; ρ 是电荷密度; $\mathbf{F}$ 是力; q 是电荷; $\mathbf{v}$ 是运动电荷的速度; μ 是磁导率; ϵ 是电容率。后面这两个量是常数,它们与所研究的材料有关。用下标零来表示它们在自由空间的数值,它们是

$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ 安秒/伏米 和 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ 伏秒/安米 (1.8)

在任何其他媒质中

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \text{ 和 } \mu = \mu_0 \mu_r \quad (1.9)$$

此处 ϵ_r 是相对电容率(或介电系数), μ_r 通常称为相对磁导率。并注意

$$\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2 \quad (1.10)$$

此处 c 是光在自由空间中的速度*。

课程的其余部分将涉及到方程(1.1)–(1.7)的各种解法。对一个工程师来说,这不是讨厌吗?这不应该由数学家或者计算机程序员去做吗?暂时还不能够。也许有一天计算机足够大以及数

* ϵ_0 和 μ_0 之积和 c^2 有关不是巧合的。严格说来我们应该说 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$, 并定义 ϵ_0 为 $1/\mu_0 c^2$, 此处 c 从测量得出。但为什么 μ_0 应该是 $4\pi \times 10^{-7}$, 又为什么 μ_0 的量纲应该是伏秒/安米?这是一个最终与单位选择有关的问题。今后我们采用 SI 单位制(国际制,即以前电气工程师们熟悉的 MKS 制)。我们希望所有其他的单位制不再通用,化很多的时间来讨论它们之间的关系是不值得的。

字分析员足够机敏，因而工程师只需要提出问题就行了。但是现在还不行，我想也不是过一些时候就能做到的。

在大多数情况下，直接的数学求解恰好是办不到的。所以我们必须利用需要仔细处理的东西，这就是物理直观。我们如何能获得物理直观呢？没有容易的方法。我们必须由一个简单的物理形状开始，去解相应的数学问题，然后去解一个相似的问题，再去解另一个问题，再去解一个稍微困难的问题，如此等等。当我们实际上没有做数学工作而能推测出解答时，第一个突破就来到了。

为了对内容有一个统一的观点，我们从麦克斯韦方程组着手。它意味着一个新的途径，但不是根本的改变。内容仍然是一样的。你们将能看到你们喜爱的那些定律(库仑定律、毕奥-萨伐尔定律、斯涅尔定律等等)都是根据方程(1.1)——(1.7)而得出来的。

讨论的次序将遵循传统的次序：首先是静电场；跟着是恒定电流；然后我们进行到缓变现象；最后到最有趣味的部分，即速变现象，在这里展示出奇妙的麦克斯韦方程组的完美。

2. 静 电 学

英国的哲学家,也许还有大多数外国人都已经普遍地采用了正电和负电的理论。因为这个理论已扩展到几乎所有的现象中去,并且是至今世界上已提出的任何理论中最有希望的。我将给予它相当充分的说明。

根据这个理论,电的全部作用都取决于一种流体,这种流体是**独特的**、非常稀薄的和富有弹性的,渗透到所有物体的每个细孔之中;物体的微粒由于这种流体的作用彼此既强烈地吸引着,又彼此强烈地排斥着。

当任何物体上这种流体的平衡状态没有被破坏时;也就是说,当任何物体中的流体既不多于也不少于它正常的份额,或者既不多于也不少于它本身吸引作用所能保持的数量时,利用任何效应我们的感官都不能发觉它。橡胶在起电物体上的作用破坏了这个平衡,引起了一个地方流体的减少,而另一个地方流体却过多了。

我将仔细叙述我用一个小装置所进行的实验,在叙述中,一如既往,除了荣幸的遵循富兰克林博士的指教外,我没有什么值得自夸的。他告诉我,他已发现软木塞的球完全不受金属杯上电的影响,而这些球是装在金属杯里的;并且他希望我重复和查明这个事实,给我自由发表的权利。

因此,十二月二十一日,我使容量为一个夸脱* 的白铁皮杯子带电,竖立在烘干了的木凳上;并将一对被隔离的木髓球拴在一根玻璃棒的末端,并全部悬挂在杯子里,使得杯口上没有吊线露出来,我们观察到木髓球刚好保持在它们原来的位置上,而一点也没有受到电的影响。

既然这是容易论证的:倘若地球具有球壳形状,则在它里面的

* 1 夸脱等于 1/4 加仑,英制 1.1365 公升,美制 1.012 公升——译者注。

物体不会出现一边对它的吸力超过另一边对它的吸力而被吸引到一边去的情况；难道我们不能从这个实验得出结论：电荷间的引力和万有引力具有相同的规律并且是遵照距离平方关系吗？

约瑟夫·普里斯特利 **电学的历史和现状以及原始试验**
伦敦 1767 年

电学基本定律

两个带同性电荷小球的斥力与两球心之间的距离平方成反比。

在进行实验期间，两球的电量减少了一些；一天，当我做完前面的那些实验后，我发现由于两带电球间的斥力，使得它们彼此分开 30 度的位置，在扭角 50 度下，它们每分钟靠近一度；但由于我仅用了两分钟就做完了前面的三个实验，因而在这些实验中，可以忽略由于电量的消失而引起的误差。当空气潮湿和电量消失很快时，如果人们希望取得更大的精度，应该用第一次的观察来确定每分钟两球间作用力的减少和修改他们在那一天所做实验的结果。

C. A. 库仑 **关于电学和磁学的第一次科学论文报告《皇家科学院史》** 巴黎 1785 年

在带电的导电物质里，电流质从物体表面流出，但不透入物体内部。

C. A. 库仑 **关于电学的第四次科学论文报告《皇家科学院史》** 巴黎 1786 年

当某一学科向前突破时，在组成本学科的各部门之间建立了新的联系。人们总是喜欢在后面看望，估量所走过的路程，看看人类的聪明才智是如何战胜自然的。如果我们也回过头来看看电学的起源，我们发现，在上世纪初，电学仅仅是吸引和排斥的现象，这些现象迫使杜法首先承认固定不变的规则和说明它们奇怪的外表现象。埃皮奴斯证明了这个理论，直至伏特在电容器和起电盘中使用这些现象时，借助于分析法才获得和改善这个理论的计算。电的吸力和斥力的严格定律，是以精密的实验建立起来的，并与磁的实验联系着，它处于与天体吸力相同的情况。人们说库仑是这一发明的创始人。

电流的现象终于出现了，无论它们在过程中如何奇特，以及在

表面上与人们早就认识的现象如何不同。为了说明它们,人们首先创立了一种特殊的流质,而由于库仑的聪明才智和他进行灵巧的实验的结果,他打算利用电流现象进行唯一的事业,即金属电学的发展使利用它们来制造一种允许任意增加威力的仪器设备,并以实验的结果把它们与化学和经济学的重要现象结合起来。

毕奥关于伏特的实验报告 《国家科学和艺术学院回忆录》第五卷 1905年7月

2.1 引言

静止意味着不随时间变化。因此我们所有的量 ρ 、 $\mathbf{J}$ 、 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{H}$ 将与时间无关。有与时间无关的电荷吗? 是,有的。它意味着电荷不随时间而改变它的位置。并且同样地我们能够设想一恒定电场和恒定磁场。我们能说与时间无关的电流吗? 的确,我们为了得到任何电流就必须允许电荷运动,但是如果通过一定横截面的电荷量总是相同的,则该点的电流与时间无关。据此,恒定电流也可归属于电学的静态分支。然而通常还要区别开静电学和静磁学;在前一种情况下变量是 ρ 、 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{D}$,而在后一种情况下变量是 $\mathbf{J}$ 、 $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{B}$ 。

现在我们从静电学的方程式入手,这些方程式可以从方程 (1.1) — (1.7) 通过代入 $\partial/\partial t = 0$ 并假定 $\mathbf{v}$ 、 $\mathbf{J}$ 、 $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{B}$ 都等于零而得到。于是我们得到

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.2)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \quad (2.4)$$

现在我们利用下面关系式引入标量函数 ϕ

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi \quad (2.5)$$

确定将电荷从 a 点移至 b 点所作的功

$$W = - \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.6)$$

就能认识这个新函数的物理意义, 式中负号代表反抗电场力做的功。把方程(2.4)和(2.5)代入到方程(2.6)中去, 我们得到

$$W = -q \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = q \int_a^b \nabla \phi \cdot d\mathbf{s} = q \{ \phi(b) - \phi(a) \} \quad (2.7)$$

式中 $\phi(b)$ 和 $\phi(a)$ 是积分路径(图 2.1)上两端点的函数 ϕ 的值。在这里我们已经应用了一个数学定理: 梯度的线积分仅与积分路径两端点有关, 而与联接两端点的积分路径无关。利用方程(2.7), b 点电位可以写成

$$\phi(b) = \phi(a) - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.8)$$

a, b 两点之中任选一点, 我们可以选择* $\phi(a) = 0$, 得出

$$\phi = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.9)$$

引入 ϕ 有什么好处?

图 2.1 确定 a, b 两点间做功的路径。

1. 由于它的标量特点, 它比电场强度容易计算。于是, 在实际, 通常先求出 ϕ 而后求出 $\mathbf{E}$ 。

2. 按方程(2.5)的形式选择 ϕ 直接保证方程(2.1)满足

$$\nabla \times \nabla \phi = 0 \quad (2.10)$$

这样我们就不必担心了。

如果这个电位函数是如此有用, 我们难道不应该把我们全部的方程式用 ϕ 来表示吗? 是的, 事实上过去曾经有人就是这样做的。那么, 让我们同样变换方程(2.2)。注意到

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \epsilon \nabla \cdot \mathbf{E} = -\epsilon \nabla \cdot \nabla \phi = -\epsilon \nabla^2 \phi \quad (2.11)$$

*实际上可测量的各个量象电场或电位差与 $\phi(a)$ 的选择无关。