信号处理与变换

复旦大学　信息论教研组

国　防　工　业　出　版　社

信号处理与变换

复旦大学　信息论教研组

国防工业出版社

信号处理与变换

复旦大学 信息论教研组

国防工业出版社　出版

北京市书刊出版业　营业许可证出字第074号

解放军七二二六工厂印刷　内部发行

•

$787\times1092^{1}/_{16}$　印张 $13^{6}/_{8}$　324 千字

1980 年 8 月第一版　1980 年 8 月第一次印　印数：1—10,000 册

统一书号 N15034（四教 22）定价：1.45 元

内 容 简 介

全书分二部份。第一部份介绍了数字处理的概貌、信号及其频谱、数字滤波、快速付里叶变换、有限字长效应等内容；是基础部份。第二部份是第一部份的推广和发展，介绍了二维滤波和变换、沃尔希变换和沃尔希函数、反滤波等内容。阅读第一部份只要具有工科院校高等数学的知识，第二部份要有一定的线性代数知识。

本书可作为自动控制专业以及相近专业的教材或参考书，也可供石油物探、雷达信号处理、航天飞行器控制、语言分析、振动分析、生物医学工程等领域中希望了解数字信号处理和变换的工作者参考。

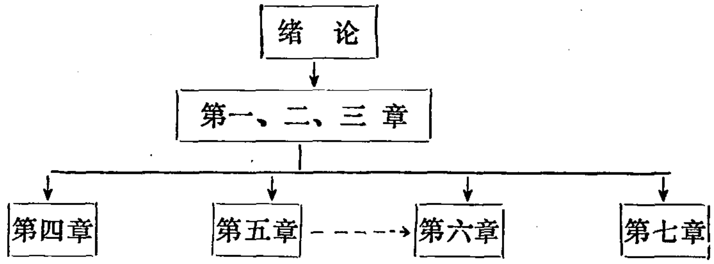
前　言

本书系高等学校工科电子类自动控制专业统编教材之一。

全书内容大体可分为两部分。第一部分包括绪论和前四章，分别介绍了数字处理的概貌、信号及其频谱、数字滤波、快速傅里叶变换、有限字长效应等内容。这是基础部分，只要具有工科院校高等数学知识的读者即可阅读。第二部份包括第五、六、七三章，分别介绍二维滤波和变换、沃尔希变换和沃尔希函数，以及反滤波等内容。这是第一部分的推广和引伸，阅读这部分，除高等数学外，还需要有一定的线性代数知识。在这部分中，关于沃尔希变换和沃尔希函数的处理方式似乎是新的，它比现有书刊中的一些处理方式似乎要简洁而严谨些。

根据我们的教学实践，各章所需的讲授时数约为：诸论 2 学时，第一章 4 学时，第二章 16 学时，第三章 18 学时，第四章 16 学时，第五章 14 学时，第六章 10 学时，第七章 10 学时。因此全部讲授所需的时数为 90 学时。

如讲授时数在 40 学时到 90 学时之间，则可参考下列的各章之间的关系，根据具体情况加以安排。



本书的编写工作由吴立德、汪凯仁同志负责、汇总。各章分工如下：

绪论，第一章，第二章吴立德；第三章李贤平；第四章唐国兴；第五章罗振东；第六章吴立德、汪凯仁；第七章汪凯仁。

南京工学院何振亚、刘士中、陈佐萍、严振祥同志审阅了全书并提出了许多宝贵意见。复旦大学自动控制教研组卓慧琴同志绘制了全部插图。此外，在我们从事数字信号处理和变换这一工作的过程中，曾得到下列单位的大力支持：国家地质总局物探研究大队，第一海洋地质调查大队，第四物探大队，第六物探大队；石油部南阳油田，江苏油田，长庆油田，青海油田；上海有线电厂；上海中山医院；上海气象台，上海地震办公室以及复旦大学719计算机实验室。在此，我们对上述的单位和同志表示衷心的感谢。

由于时间仓促，更限于我们的水平，缺点和错误在所难免，敬请读者不吝赐教。

编　者

1979.8.

目　　录

前　言

绪　论 …… (1)

§0.1　信息处理 …… (1)

§0.2　数字处理 …… (1)

§0.3　模数转换 …… (2)

§0.4　数模转换 …… (5)

§0.5　数字处理系统 …… (6)

第一章　信号及其频谱 …… (9)

§1.1　连续时间信号 …… (9)

§1.2　离散时间信号 …… (11)

§1.3　Z 变换 …… (17)

第二章　数字滤波 …… (21)

§2.1　两个例子 …… (21)

§2.2　离散系统 …… (23)

§2.3　褶积滤波器的设计 …… (39)

§2.4　递归滤波器的频域设计 …… (45)

§2.5　递归滤波器的时域设计 …… (56)

第三章　快速傅里叶变换（FFT）及其应用 …… (60)

§3.1　离散傅里叶变换（DFT） …… (60)

§3.2　时析型 FFT 算法 …… (65)

§3.3　频析型 FFT 算法 …… (76)

§3.4　实信号场合 …… (80)

§3.5　快速褶积及其在数字滤波中的应用 …… (85)

§3.6　功率谱密度估计 …… (91)

第四章　数字滤波中的有限字长效应 …… (96)

§4.1　有限字长运算 …… (96)

§4.2　信号量化对滤波结果的影响 …… (100)

§4.3　系数量化效应 …… (103)

§4.4　运算误差对滤波结果的影响 …… (108)

§4.5　FFT 的运算误差分析 …… (119)

第五章　二维滤波与二维变换 …… (126)

§5.1　二维线性移位不变系统 …… (126)

§5.2　二维傅里叶变换 …… (130)

§5.3　二维信号的数字化 …… (138)

§5.4 二维滤波……………………………………………………………………………………(145)
§5.5 二维离散变换………………………………………………………………………………(149)
第六章 沃尔希变换和沃尔希函数 ………………………………………………………………(156)
§6.1 沃尔希变换…………………………………………………………………………………(156)
§6.2 沃尔希函数…………………………………………………………………………………(165)
§6.3 沃尔希谱与阿达玛谱………………………………………………………………………(172)
§6.4 快速沃尔希变换（FWT)……………………………………………………………………(178)
第七章 反滤波 ……………………………………………………………………………………(182)
§7.1 反滤波问题的提出…………………………………………………………………………(182)
§7.2 最小平方反滤波……………………………………………………………………………(185)
§7.3 预测反滤波…………………………………………………………………………………(188)
§7.4 托布里兹方程的递推解法…………………………………………………………………(192)
§7.5 信号序列的最小相位滞后性质和最小能量延迟性质……………………………………(197)
§7.6 维纳滤波……………………………………………………………………………………(202)
§7.7 约束反滤波…………………………………………………………………………………(205)

绪　论

§0.1　信息处理

本书主要介绍运用通用数字计算机进行信号处理的基本原理和方法。它们包括低通滤波、带通滤波、点阻滤波、以及最小平方滤波、二维滤波等；也包括傅里叶变换和沃尔希变换。另有一章，专门讨论有限字长效应，它对于设计专用数字设备是十分重要的。所有这些对于雷达、声纳、石油物探、语言分析、生物医学工程、遥感资料处理等领域的工作者都是有用的。

根据我们在复旦大学719计算机上的实践和国内外的有关报导看，由于数字计算机本身的特点和它的迅速发展，用数字计算机进行信号处理，比起模拟设备来，在许多情况下是有着一系列的优点的：它有更快的速度，更高的精度；它有更丰富的处理手段，也更便于灵活地改变处理手段等等。而且其价格已经或者将要低于模拟处理。因此，可以予见，今后必将有更多的模拟处理被数字处理所代替。事实上，在一些先进的工业国家的某些部门（如石油勘探地震资料处理）中，数字处理已完全代替了模拟处理。这一过程国外称之为“数字化”，这是信号处理领域中的一场革命性的变革。

国外用数字计算机来进行信号处理，开始于本世纪五十年代的末期，在六十年代中获得了较大的发展，当现了数字滤波器设计，快速傅里叶变换等许多较好的成果。同时在石油勘探，雷达信号处理，自然语言分析等方面的应用中获得了很大的成功。在七十年代中，又有许多新的发展。

在我国，数字处理的起步虽然比国外迟了十年，但由于社会主义制度的优越性，发展速度是很快的。目前在石油勘探地震资料处理中，正在普及，其它如雷达信号处理，生物医学工程，遥感资料处理，文字、图象识别，计算机辅助设计等许多方面也正在积极开展研究，并取得了许多进展。

§0.2　数字处理

所谓数字处理，指的是用数字计算机进行信号处理。数字计算机有通用与专用两种，我们主要讲用通用数字计算机进行信号处理的原理和方法。但这些对于设计专用信号处理数字计算机也是有用的。

在这一节中，将概括地介绍一下数字处理的全貌，而在下面几节中，再对各个部份作些进一步的说明。

进行数字处理的一个主要设备就是数字计算机。它和一般用于科学计算的数字计算机并没有什么本质的差别。当然为了更好地进行信号处理，对所用的数字计算机也提出了一些特殊的要求。这些要求是：有大的存贮和有更多样更方便的人机通讯。这些，我们在§0.5中再来详细讨论。

由于计算机只能对数字量进行运算，而信号处理的对象，如地震记录，心电图，雷达回波等往往都是连续时间的波形 $x(t)$。因此，数字处理的第一步就是要把这些连续时间的波形转换为一串离散的数字量 $\{x_k\}$，并把这些数字量送到计算机中去。这一过程，称为**模数转换**，即将模拟量转换为数字量。

由于信号处理的对象的性质千差万别，有力学的量，电学的量，光学的量等等，所以模数转换这一过程，一般分两步进行。第一步将各种不同性质的量用相应的换能器等设备转换为某种标准的物理量，通常是某一范围内的电压或电流量。第二步，将这种标准的物理量转换为数字量。有时，只把这第二步才称为模数转换。模数转换这一工作，由通常称为**模数转换设备**的来完成。

进入计算机的这一串数，根据已放在计算机中的程序对它进行处理（运算），得到另一串数$\{y_k\}$，它就是处理的结果。那放在计算机中的程序则是根据各种特定的信号处理的要求而事先研制的。问题不同，处理程序也不同。例如用于地震资料处理的是地震资料处理程序，用于心电图自动诊断的是心电图自动诊断程序。这些处理程序，通常称为**专用软设备**或**专用软件**。

得到 $\{y_k\}$ 之后，如果最终还是希望得到经过处理后的连续时间的波形（例如在地震资料处理中就这样），那末还要通过一个**数模转换设备**来实现。数模转换与模数转换正好是互为逆过程的。

总起来说，数字处理的全过程可以描述如下：

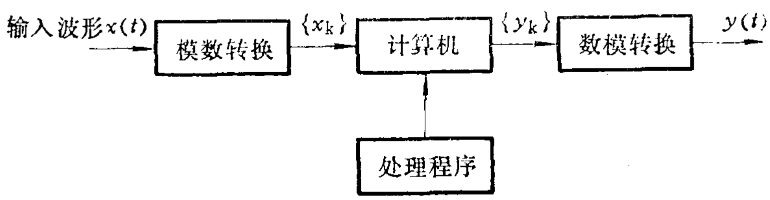


图 0.2.1　数字处理总框图

最后指出一点，不要以为，有了计算机，模数转换设备，数模转换设备等"硬设备"，就可以进行数字处理了。其实这是不对的。只有"硬设备"，那还是"死"的，还是无法进行处理的，还必须把在实践中积累起来的各种处理信号的丰富经验，运用各种数学工具加以总结提高，并以"程序"的形式"告诉"计算机，计算机才能按我们的要求进行处理，从而使整个系统"活"起来。因此，整个数字处理系统是"硬设备"与"软设备"的统一，整个系统的性能不仅取决于"硬设备"的性能，同样也取决于"软设备"的性能。

下面我们分别对上述总框图中的模数转换，数模转换，计算机等作些进一步的说明。至于专用软件的研制，这是本书的主要内容，将在以后各章中逐步介绍。

§0.3　模　数　转　换

模数转换过程，包含两个内容：一是**采样**，一是**量化**。

所谓"采样"，就是把连续时间的波形 $x(t)$，用它在一系列时刻上的值来代替。最常用

的是所谓的**均匀采样**或**等间隔采样**，这时每隔一个固定的时间间隔 Δt，取一个值，也就是用时刻 $t=0,\Delta t,2\Delta t,3\Delta t,\cdots\cdots$ 等处的值 $x(0),x(\Delta t),x(2\Delta t),\cdots$ 来代替 $\{x(t),t\geqslant 0\}$，其中 Δt 通常称为**采样间隔**。它的倒数 $f_s=1/\Delta t$ 通常称为**采样率**，它表示单位时间中采样的个数。采样间隔或采样率在不同的应用中是不同的，例如在地震勘探资料处理和心电图分析中，常用的采样率为每秒 500 个样；在自然语言分析中，要求每秒 10000 个样；而在射电天文的信号分析中可以要求高达每秒几百万个样。

经过采样，我们把一个连续时间的波形 $\{x(t),\ t\geqslant 0\}$，变成了一串离散的值 $\{x(k\Delta t),\ k=0,1,2\cdots\}$，这在时间上是离散化了。但这时的每一个 $x(k\Delta t)$，它所可能取的值还是在某个范围内连续变化的。这也是跟数字计算机的特点不相容的。因为数字计算机中可以存放的数，都是只有有限个有效数字的（例如 719 机是 10 位十进制有效数字），所以还必须把采样所得的 $x(k\Delta t)$ 经过舍入的方法变为只有有限个有效数字的数，这一过程就称为“量化”。

一种常用的方法是：设 $|x(t)|$ 在 $t\geqslant 0$ 时可能取的最大值为 M，则将 $[-M,M]$ 这一区间均匀分为 $L_1=2\cdot L$ 个小区间，并把这些小区间“从小到大”编为第“$-L$”个区间，第“$-L+1$”个区间，……第“-1”个区间，第“0”个区间，第“1”个区间，……第“$L-1$”个区间。当 $x(k\Delta t)$ 落在第 i 个小区间时，就令 $x(k\Delta t)$ 对应于 i ①。容易看出，此时有

$$x(k\Delta t)\doteq i\frac{M}{L}$$

其误差小于 M/L。

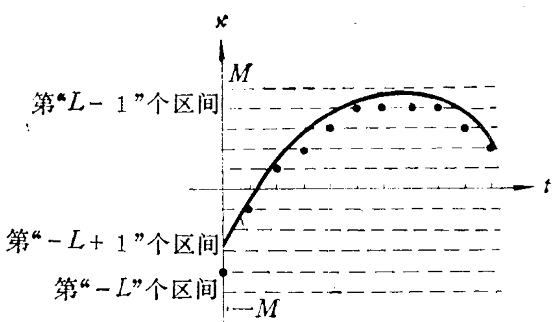


图 0.3.1　量化示意图(1)

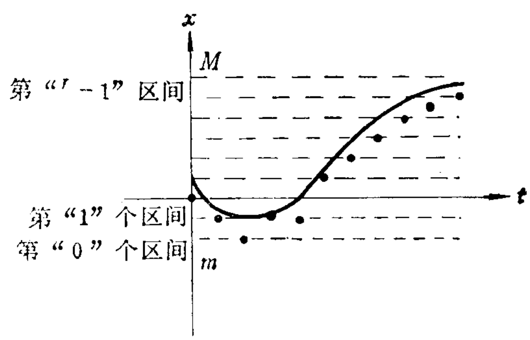


图 0.3.2　量化示意图(2)

另一种常用的方法是：设 $x(t)$，$t\geqslant 0$ 可能取的值在 $[m,M]$ 之中，则把 $[m,M]$ 这一区间均匀分为 L 个小区间，并把这些小区间“从小到大”编为第“0”个，第“1”个，……，第“$L-1$”个小区间。当 $x(k\Delta t)$ 落在第 i 个小区间时，就令 $x(k\Delta t)$ 对应于 i。同样容易看出，此时有

$$x(k\Delta t)=m+i\frac{M-m}{L}$$

① 这种量化称为“截断”量化，此外尚有“舍入”量化等，在第四章还要提及。但在原理上，它们都是大同小异的。

其误差小于$\frac{M-m}{L}$。

显然用前一种方法便可把每个 $x(k\Delta t)$ 都对应于 $-L$ 到 $L-1$ 之间的某一个整数，而用后一种方法则把每个 $x(k\Delta t)$ 都对应于 0 到 $L-1$ 之间的某个整数。一个是有符号的整数，一个是无符号的整数，这就是两者的差别。但不管那种方法，必要时都可以很方便地利用上面的两个式子，由这些整数恢复出原来的 $x(k\Delta t)$ 来。当然这时会有一些误差，这就是所谓的**量化误差**，其绝对大小分别为 M/L 与 $(M-m)/L$ 所控制。这个数通常记为 Q，称为**量化步长**，或**绝对量化精度**。

在实际应用中，我们更关心的是 Q 与信号的整个取值范围的比，即$\frac{1}{L}$。它控制了最大可能的量化误差（即 Q）的相对大小，因此也称为**相对量化精度**。由于它比 Q 更常用，所以也常简称它为量化精度。

由于计算机绝大多数采用二进制，因此量化时常用的 L 都是 2 的某一幂次 2^d。这样，d 的大小，完全决定了 L 的大小，也就决定了量化精度。所以，量化精度一般都是用 d 来表述的。例如，在地震资料处理中，我们用的是上述后一种量化方法。所用的 $L=256=2^8$，相应的 $d=8$。经过这样量化后，每一个 $x(k\Delta t)$ 就变为 0 到 255 中的某一个整数，它可以用一个无符号的八位二进制数来表示。这时我们也说，量化精度是 8 比特（bit）。

量化精度的选取（即 L 或 d 的选取），在不同的场合是很不同的，例如，在语言分析的场合，有用十几比特的；而在射电天文中，也有只用一个比特的。

总之，“采样”就是对一个连续时间的波形 $x(t)$ 在时间上进行“离散化”，而“量化”则是在取值范围上进行“离散化”。经过“采样”和“量化”之后，一个有限长度的连续时间的波形 $x(t)$，$0\leqslant t\leqslant T$ 就变为有限字长的数组成的长度有限的一个序列 $\{x_k,\ 0\leqslant k\leqslant K\}$ 了，它就可以送入计算机了。这一过程就是模数转换，如前所述，它是由模数转换设备来完成的。

从上面的分析中，可以看出模数转换有二个重要的参数。一个是它的采样间隔 Δt 或采样率 fs；另一个是它的相对量化精度 L 或 d。这两个参数的选择，随着问题的不同而不同。

关于采样间隔 Δt 的选取，下面的采样定理是一个重要的依据。

采样定理① 设 $x(t)$ 的频谱为 $X_c(f)$

$$X_c(f)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-2\pi jft}dt,\quad (j=\sqrt{-1})$$

如果存在正数 $B>0$，使得当 $|f|\geqslant B$ 时，有

$$X_c(f)=0$$

则由序列 $\{x(k\cdot\frac{1}{2B}),\ k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots\cdots\}$ 可决定$x(t)$：

① 定理的证明参看第一章第二节。

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x\left(k\cdot\frac{1}{2B}\right)\frac{\sin 2B\pi\left(t-k\frac{1}{2B}\right)}{2B\pi\left(t-k\frac{1}{2B}\right)}$$

根据采样定理，如果波形 $x(t)$ 的频谱中，最高频率不超过 B，那末只要采样间隔 $\Delta t\leqslant\frac{1}{2\cdot B}$，或者说，只要采样率 $f_s\geqslant 2B$，我们就可以由采样值 $\{x(k\Delta t)\}$ 完全准确地恢复 $x(t)$。因此，选择采样率时，不应低于 $2B$ 这个采样率。这个 $2B$ 采样率，通常称为**奈奎斯特**(Nyquist)**采样率**。这是理论上要求的最低采样率。实用的采样率，一般都要比它高许多倍。

至于绝对量化精度，即量化步长以及相对量化精度的选择，目前还没有象采样定理这样比较简明而又便于应用的理论，主要还是根据实际的经验来确定。在信号处理中，8 比特的精度是相当常用的。

§0.4 数模转换

通常在信号处理中，最后希望得到的处理后的波形。这样，一方面便于和未经处理的原始波形进行比较，看有哪些改进，另一方面也是因为波形、图象等比一大批数字更便于直观掌握和分析。这时就要用到数模转换。它是模数转换的逆过程，它要把一组量化了的~~采样值~~恢复为一个连续时间的波形。

最简单的一种恢复波形的方法是所谓的**另阶保持**，其意思是在两个采样值之间，令输出保持上一个采样值的值。波形 $x(t)$ 和它的另阶保持，请参看下图。0.4.1 这种恢复方法，除了在采样率远远高于奈奎斯特采样率时，通常带来较大误差。

一个既不十分复杂，但又相当精确的恢复方法是所谓的**一阶多角形保持**，亦即**线性扦值**。其意思是，在两个采样值之间，令输出为两个采样值的线性扦值。波形 $x(t)$ 和它的一阶多角形保持，请参看下图。(0.4.2)

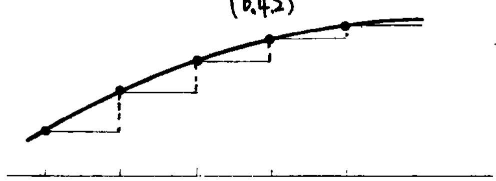


图 0.4.1　另阶保持

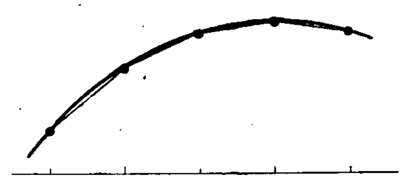


图 0.4.2　一阶多角形保持

在不考虑量化带来的误差（当用通用数字计算机进行信号处理时，量化误差通常是很小的，因而可以忽略），以及采样率又满足采样定理的要求时，理论上我们就可以利用采样定理中的公式①来精确地恢复波形 $x(t)$：

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\cdot\Delta t)\frac{\sin\frac{\pi}{\Delta t}(t-k\cdot\Delta t)}{\frac{\pi}{\Delta t}(t-k\Delta t)}$$

① 下式中的$\frac{1}{\Delta t}$，就是采样定理中的2B，$\frac{1}{\Delta t}=2B$

容易看出，虽然按采样定理来进行恢复是精确的，然而是不可能实现的，因为要涉及到无限个采样值 $\{x(k\Delta t),\ -\infty<k<\infty\}$。

在实用的数模转换中，常用的就是另阶或一阶多角形保持之类的简单方法，都没有也不可能用采样定理中的公式。因此在选用采样率时，一般不能取为奈奎斯特采样率，应取为它的数倍比较合适。

§0.5 数字处理系统

整个处理系统包括“硬设备”和“软设备”两大部份。关于“软设备”，在以后各章中将详细介绍，在这一节中，简单介绍一下“硬设备”的情况。

一个通用数字处理系统包括一台通用数字计算机以及许多通用和专用的外部设备。它与用于科学计算的计算机系统并无本质的差别，但也有一些特点。主要是：要有大的存贮，包括内存和外存；要有更多样，更方便的人机通讯。

关于前一点是比较容易说明的。要有大的存贮那是因为在信号处理中一般要涉及大量的数据。

我们来看几个例子，在石油地震勘探资料处理中，每张模拟磁带记录有24道波形记录，每一道波形记录的长度在4秒到6秒之间。如果长度以5秒计，采样率为每秒500个样，那末一张模拟磁带记录经过模数转换后，送到计算机中去的数据就有 $24\times5\times500=60000$ 个。而且有些处理需要同时输入几张记录后才能进行，从而所需要的存贮量又要成几倍地增加。此外，为了对不同的方法进行比较，就要用不同的方法对大量的资料进行处理，这时所需要的存贮就更大了。再如在图片处理中、一张200毫米×200毫米的图片，即使用每毫米2个样的方法离散，这张图片经过模数转换后，送到计算机中去的数据也有 $(200\times2)\times(200\times2)=160000$ 个。同样，如果有些处理要同时输入几张图片，或者要用大量的图片来比较不同的处理方法的优劣，所需要的存贮也就更要大得多了。总之，通用的数字处理系统，最好能有较大的存贮：包括内存和外存。

下面着重来讨论通用数字处理系统的另一特点：要有更多样更方便的**人机通讯**。这是更为本质的特点。因为要求大的存贮，这在某些科学计算中，如介偏微分方程等问题中，也提出同样的要求。但人机通讯方式的众多和频繁却是信息处理所特有的。

在一般科学计算中，人机之间的通讯不多，所需要的设备也不多。主要是控制台打字机（简称“控打”），光电输入机，打印机等。人们将编好的程序和原始数据事先穿成纸带或卡片，通过光电输入机送入计算机，或者直接通过“控打”送入少量命令和数据；计算所得结果则通过“控打”，打印机或穿孔机输出。不管输入也好，输出也好，基本上都是“数”。但在信息处理的场合，情况就大不相同了。首先，我们现在处理的是各种波形和图片等，而不是“数”，因此就需要有各种模数转换设备将它们转换为“数”，并送入计算机；而在输出结果时，如果仍然需要波形等形式，则还需要数模转换设备。其次，这时人们往往希望能“看到”或“听见”处理的中间结果或最终结果。例如，在地震资料处理和心电图分析等问题中，我们总希望能看到处理前和处理后的波形。因为看到这些之后，就很容易判断工作是否正常，处理方法和程序是否正确，还存在什么问题等等。相反，如果是只能把数据打印出

来，那末根本无法作出迅速的分析和判断。更不用说，打出一张图片要几万甚至几十万个数据的情形了。在语言分析系统的模拟中，则希望能“听见”处理前和处理后的语言。“听见”与“看到”，亦即“听觉”与“视觉”相比,更为重要的是“看到”,亦即“视觉”。因此，很自然的要求在通用数字处理系统中能有（或者说，必须有）一个计算机控制的显示设备。有了这种设备，可以使信息处理工作的速度加快很多。

这种计算机控制的显示设备是有很多用处的。一种用处是监视输入输出的正确性。可以用显示看一下经过模数转换输入的资料，以判断输入是否正确。另一种用处是用以决定程序是否正确以及是否在正常地运行。这是因为程序中的错误或者程序不在正常运行，可以比较方便地从显示的中间结果中看出来。再一种用处是进行参数调整。例如在以后要介绍的数字滤波器的设计中，滤波器的频率响应是跟滤波因子的长度这一参数有关的，为了正确地确定这个参数，可以先根据过去的经验指定一个，然后计算相应的数字滤波器的频率响应，并且把它显示出来，看看是否合乎要求，如不合要求，则可以改变参数，再重复上述步骤，直到得到合适的参数为止。

综上所述，一个通用的数字处理系统，除了要有一台较好的通用计算机外，应当有较大的内存，更大的外存；特别是要有较多的灵活方便的人机通讯设备，其中显示设备是尤为重要的。

下面是复旦大学 719 通用计算机为中心的一个通用数字处理系统的框图。

图 0.5.1 中虚线以上是主机原有的；虚线以下是为了适应信息处理的需要而增加的。由

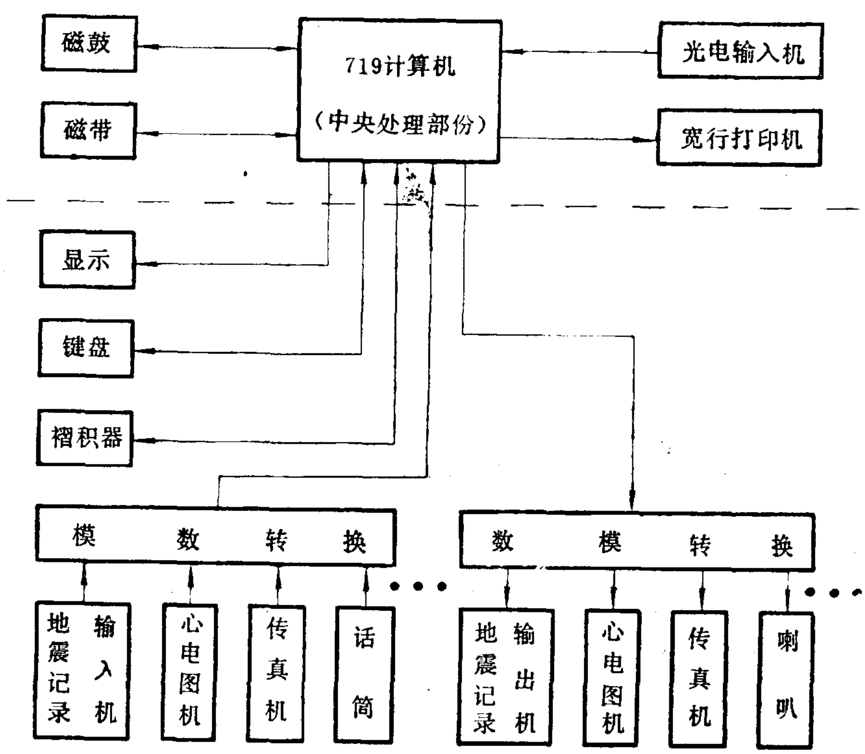


图 0.5.1　719 机数字处理系统框图

此也可以看出，通用数字处理系统与一般的科学计算的计算机系统的相同与不同之处。

719 计算机是一台国产的中小型计算机。每秒运算 13 万次，字长 48 位，内存容量为 32K。配有二台光电输入机，二台 120 行宽行打印机，二台磁鼓和二台磁带。

增加的“键盘”设备，是为了弥补 719 机没有“控打”的缺点。

“显示”设备有二种，一种以示波器作为显示器，一种以电视机作为显示器。

“褶积器”是一个专用运算部件，专门用来进行褶积运算，运算速度为每秒 150 万次。有了它，就使以后要讲的褶积数字滤波和相关计算的速度大大提高。

其它都是一些专用的输入输出设备。地震记录输入、输出设备用于模拟地震资料输入输出；心电图机用于心电图输入输出；传真机用于图片输入输出；话筒和喇叭用于语言输入输出，在输入输出语言时，也可用普通的磁带录音机来代替话筒和喇叭。必要时，还可以增接各种输入输出设备。

国外的通用数字处理系统，原则上是相同的，也就是这么些设备，但在性能上，包括可靠性上要比我们的好。从结构上讲，国外目前较多的采用**卫星式结构**，以便达到更高的资源共享，特别是“软设备”和“数据库”的资源共享。所谓卫星式结构是指以一个大型计算机系统为中心，联接许多小型计算机（它们就是“卫星”）；这些小型计算机再联结许多外部设备。这时，小型计算机主要用于控制和管理输入输出等工作，大量的运算和处理则由大型计算机系统来完成。其图示如图 0.5.2 所示。

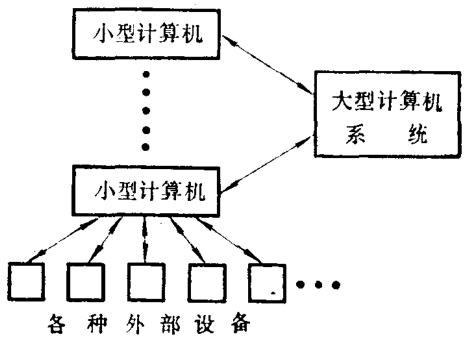


图 0.5.2 卫星式结构

第一章　信号及其频谱

本章中，将介绍信号及其频谱的概念，以及有关的性质。这些内容对于以后各章的学习是十分重要的。我们假定读者已初步熟悉付里叶级数和付里叶变换的基本知识。不熟悉这方面内容的读者应先阅读有关的书籍。讨论的重点是离散时间的信号，下面的第一节是带有复习性质的。

§1.1　连续时间信号

（一）定　义

我们称时间t的函数$x(t)$为信号。例如一个地震记录就是一个信号，一个心电图记录也是一个信号。

信号$x(t)$的付里叶变换①

$$X_c(f)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j2\pi ft}dt,\ (j=\sqrt{-1}) \tag{1.1.1}$$

称为信号$x(t)$的**频谱**。

频谱$X_c(f)$一般是复函数，它可以表为

$$X_c(f)=A_c(f)e^{j\theta_c(f)}$$

其中$A_c(f)=|X_c(f)|$称为信号$x(t)$的**振幅谱**，而$\theta_c(f)$则称为信号$x(t)$的**相位谱**。

可以证明，在一定的条件下①，由$X_c(f)$也可以唯一地确定$x(t)$

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}X_c(f)e^{j2\pi ft}df \tag{1.1.2}$$

由此可知，信号$x(t)$及其频谱$X_c(f)$之间，通过（1.1.1）和(1.1.2）建立了一对一的对应关系。通常，我们称（1.1.1）为（正）**付里叶变换**，（1.1.2）为**逆付里叶变换**，并称$x(t)$和$X_c(f)$为一个付里叶变换对，记为$x(t)\longleftrightarrow X_c(f)$。

值得注意，在上述付里叶变换的定义中，$x(t)$不一定必须是实函数，而且t也不一定必须介释为时间。但是在本书中，我们一般总是把t介释为时间，相应地把f介释为频率；同时把$x(t)$作为信号，$X_c(f)$作为频谱。因而$x(t)$一般也就是实函数，这时相应的付里叶变换，也就是信号的频谱具有如下的对称性：

$$X_c(-f)=\overline{X_c(f)} \tag{1.1.3}$$

① 为了存在付里叶变换以及有关的一些性质，需要对信号x(t)加上一些条件。最常用的一组条件是：

$$x(t)\text{绝对可积：}\int_{\infty}^{-\infty}|x(t)|dt<\infty;$$

在任一点t存在导数或两个单侧导数。

今后都假定这组条件是满足的，而这实际上一般也是对的。

其中"——"表示取共轭运算。事实上，由于 $x(t)$ 是实函数，我们有

$$X_c(-f)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi(-f)t}dt$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} \overline{x(t)}\ \overline{e^{-j2\pi ft}}dt$$

$$=\overline{\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft}dt}$$

$$=\overline{X_c(f)}\text{。}$$

（二）性　质

(i) 线性性质　设 $x(t)\longleftrightarrow X_c(f)$，$y(t)\longleftrightarrow Y_c(f)$，$a$，$b$ 为任意复数，则有

$$ax(t)+by(t)\longleftrightarrow aX_c(f)+bY_c(f)$$

(ii) 相似性质　设 $x(t)\longleftrightarrow X_c(f)$，$a$ 为任意正数，则有

$$x(at)\longleftrightarrow \frac{1}{a}X_c\left(\frac{f}{a}\right)$$

(iii) 时移性质　设 $x(t)\longleftrightarrow X_c(f)$，$\tau$ 为任一实数，则有

$$x(t-\tau)\longleftrightarrow e^{-j2\pi f\tau}X_c(f)$$

(iv) 频移性质　设 $x(t)\longleftrightarrow X_c(f)$，$\varphi$为任一实数，则有

$$e^{j2\pi\varphi t}x(t)\longleftrightarrow X_c(f-\varphi)$$

(v) 褶积定理　设 $x(t)\longleftrightarrow X_c(f)$，$y(t)\longleftrightarrow Y_c(f)$，再令

$$z(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(t-\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)y(\tau)d\tau$$

称为 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的**褶积**，记为 $x(t)*y(t)$，则有

$$z(t)\longleftrightarrow Z_c(f)=X_c(f)\cdot Y_c(f)$$

用话来说就是，两个信号的褶积的频谱等于这两个信号的频谱的乘积；简单说，信号的褶积运算相应于频谱的乘法运算。反过来，信号的乘法运算相应于频谱的褶积运算。这就是下面的乘法定理。

(vi) 乘法定理　设 $x(t)\longleftrightarrow X_c(f)$，$y(t)\longleftrightarrow Y_c(f)$，则有

$$x(t)y(t)\longleftrightarrow\int_{-\infty}^{\infty} X_c(\varphi)Y_c(f-\varphi)d\varphi$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} X_c(f-\varphi)Y_c(\varphi)d\varphi$$

$$=X_c(f)*Y_c(f)$$

(vii) 相关定理　设 $x(t)\longleftrightarrow X_c(f)$，$y(t)\longleftrightarrow Y_c(f)$，再令

$$z(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(t+\tau)d\tau$$

称为 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的**互相关函数**①，则有

$$z(t)\longleftrightarrow Z_c(f)=\overline{X_c(f)}Y_c(f)$$

(viii) 巴塞伐尔（Parseval）等式　设$x(t)\longleftrightarrow X_c(f)$，则有

① 当$y(t)=x(t)$时，$z(t)$称为$x(t)$的（自）相关函数。