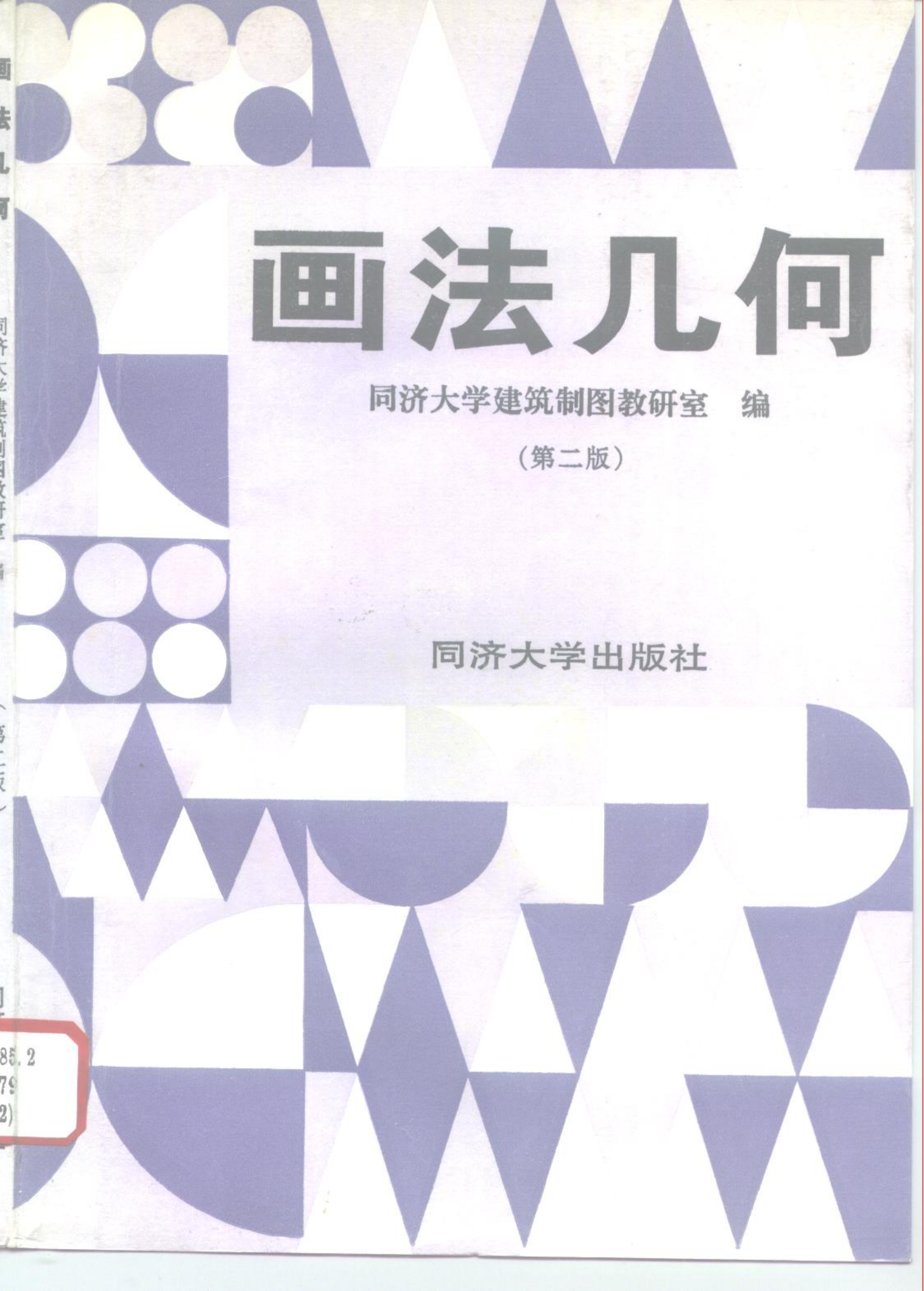




画法几何

同济大学建筑制图教研室 编

(第二版)

同济大学出版社

85.2
79
2)

画 法 几 何

(第 二 版)

同济大学建筑制图教研室 编

同济大学出版社

EA02/24
内 容 提 要

本书内容有,正投影图,轴测投影,投影图中阴影,透视投影和标高投影。

本书可作为高等工业学校土木建筑类专业的“画法几何及工程制图”、“画法几何及阴影、透视”课程中画法几何部分的教科书。也可作为函授大学、业余大学和电视大学的土木建筑类专业相同课程的教科书或教学参考书。

与本书配合使用的有《画法几何习题集》(第二版),由同济大学出版社同时出版。

责任编辑 缪临平

封面设计 陈益平

画 法 几 何

(第二版)

同济大学建筑制图教研室编

同济大学出版社出版

(上海四平路1239号)

新华书店上海发行所发行

浙江上虞科技外文印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 14.5 字数: 370 千字

1990年10月第2版 1996年10月第1次印刷

印数: 1—10000 定价: 14.50 元

ISBN7-5608-1673-8/TU·204

第二版前言

本书自1985年出版至今,已经10年了。通过多年的教学实践,认为本书尚适用于教学,发行数已近10万册。现在,经修订后出第二版,使其更能适用于当前的教学。

对于“画法几何及工程制图”和“画法几何及阴影、透视”两门课程,由于计算机技术的发展和普及,在总学时数不变的情况下,为贯彻“计算机绘图”内容,使画法几何的学时数有所减少。不过,由于教学方法的改进,学生入学水平的提高,还能贯彻画法几何的主要内容。

本书可作为各种土木、建筑类型专业的通用教科书,因其内容略广,也可供其他专业选用。因此,本书内容,在教学中不必全部贯彻。例如,对于建筑类型诸专业,有单独编写的内容较广和较深的阴影和透视教科书,故本书中有关阴影和透视两章不必予以贯彻;非房屋类型专业,则不必贯彻“同坡屋顶”和“螺旋楼梯”等内容;甚至,有的院校,“标高投影”由“工程测量”课程担任,等等。

在编写第二版时,对全书作了全面的校阅,个别内容和例题略作更动,但文字方面仍保留了段落分明、说明浅显、叙述详尽的特点,以便学生自学和复习。插图重绘后形式基本不变,以免重置幻灯片或挂图等。改动略多的是有关曲线和曲面部分,例如:二次曲线和二次曲面部分,尽量运用解析几何中的结论,主要叙述它们的形成、投影特性和作图方法。为节省篇幅,在后续的截断和相贯中,不再介绍二次曲面的截断和相贯。如在教学中需要贯彻时,则截平面为投影面的垂直面,一个相贯体为垂直于投影面的柱面,可直接应用二次曲面中的作图方法来解决;如为一般位置时,则可加以辅助投影法来解决。

另外,为曲线的切线作图问题,特别是关于截交曲线和相贯曲线是否贯彻切线内容。一种意见认为只要作出截交点和相贯点来连成截交曲线和相贯曲线即可;另一种意见认为宁可截交点和相贯点作得少些,但要作出截交切线和相贯切线来控制曲线的趋向。因此,第二版中,仍在截交和相贯两章中,各用一个例题中介绍了截交切线和相贯切线的作法。如认为需要贯彻切线时,也可举一反三了。

第二版中,不再采用小号字体表示部分内容,因为,全书的内容,均可按专业的需要、学时数的多少、教学观点的不同来取舍。

本书初版发行以来,承广大老师和读者提供了不少宝贵的意见,并承同济大学出版社的支持,在此一并表示衷心的感谢。

第二版由原编作者黄钟璜改编。虽经修订,恐仍不够完善,错误之处难免,还请老师和读者批评指正。

编 者
1996年5月

第一版前言

本书适用于高等工业学校土木建筑类专业,例如工业与民用建筑工程、建筑结构工程、土建结构工程、海洋工程、地下工程与隧道工程、公路与城市道路、桥梁工程、给水排水工程、环境工程、测量学、水文地质和工程地质、岩土工程、房地产经营与管理、建筑管理工程、建筑学、城市规划、风景园林建筑、工业造型设计、室内设计等专业,作为“画法几何及工程制图”或“画法几何及阴影、透视”课程中画法几何部分的教科书。

又如建筑学、城市规划、风景园林建筑、工业造型设计、室内设计等专业,另有单独编写的《建筑阴影和透视》配套教科书;其他土木建筑类专业,也另有单独编写的《建筑工程制图》、《土建工程制图》等配套教科书。本书及各配套的教科书均有相应的习题集随同出版,以供教学中使用。

本书是适用于土木建筑类专业的通用教科书,内容略多,可随各专业的需要不同和教学观点的不同而取舍。编者认为,教科书中内容不一定要全部贯彻;相反地,教科书中没有的内容,也可在教学中补充。

教学中随专业不同而可以不予贯彻的内容有:第十三章投影图中阴影、第十四章透视投影和第十五章标高投影;以及个别节、段,如§5-4点、直线和平面的图解方法、§9-6中的螺旋楼梯画法、§11-1中的同坡屋顶和§11-3中的辅助球面法等;又如第十章和第十一章中有关曲面的截交线和相贯线的切线法亦可不一定贯彻;此外,如第六章投影变换中,有些专业可以只贯彻辅助投影面法及绕投影面垂直轴旋转法中求一般位置直线的实长和投影面垂直面的实形等内容。又如§8-2二次曲线和§9-5二次曲面中,也可以只贯彻部分内容。在以上内容中,为区别起见,特把一部分内容排成小号字体。

本书的编排次序亦可根据需要而予以更动,例如讲完第七章平面立体后,可以将第十章平面、直线与立体相交中的§10-1平面与平面立体相交,§10-3直线与立体相交中一、直线与立体表面的贯穿点,二、平面立体的贯穿点和第十一章两立体相交中§11-1两平面立体相交等内容等提前贯彻,然后再讲授第八章曲线以及第九章曲面和曲面立体。又如第八章曲线中§8-3圆柱螺旋线则可递后与第九章曲面和曲面立体中§9-6螺旋面同时贯彻。

本书文字叙述的详略,乃根据教学方式而定。凡属容易理解的部分,则尽量简明扼要;凡属可能自学的内容,则略微详细,并可供预习之用。

本书插图,凡属初次出现的内容,一般附有直观图,以便读者了解空间状况,借此建立立体感,并树立空间想象力;同时,教学中也可以不一定使用模型。凡属内容可以连贯的插图,尽可能采用连环式,以便前后对比;讲授中黑板上画图时,也可逐步添加新的内容,以利教学,并可节省时间。部分例题的插图,将已知条件和作图过程分开,以资醒目;也有利于学生复习时自做一遍。

本书原版是于1977年底为迎接高校统一入学考试后第一届新生学习而编写的;并于1982

年底增写部分章节。在本校和兄弟院校的教学过程中，经过连续八年的使用，认为本书适用于教学。因此，现根据使用心得，重新予以修改并增加部分内容，由同济大学出版社出版，以适应目前教学形势和生产建设的需要。

本书由同济大学建筑制图教研室黄钟璉同志执笔编写。历年并由教研室许多同志绘制了插图。此次出版时，由王德芳和章金良等同志重新绘制了插图。马志超同志对原稿进行了审阅和修改。

本书在编写中，吸收和采纳了本校历年所编教材和国内外其他画法几何书籍中的许多优点和部分插图，在此谨表谢忱。在过去八年中，承使用本书的本校和兄弟院校的老师和同学提供宝贵意见和建议，特此致谢。

本书承武汉测绘学院张伯葵同志审阅和修改，以及同济大学出版社和同济大学印刷厂的支持，缪临平同志的编辑加工，在此一并致谢。

由于编者教学经验和学术水平所限，本书缺点和错误难免，恳请读者批评指正。

编 者

1985年4月

目 录

第一章 概论	(1)
§ 1-1 引言	(1)
§ 1-2 投影	(1)
§ 1-3 工程图种类	(3)
第二章 点	(5)
§ 2-1 点的两面投影	(5)
§ 2-2 点的三面投影	(7)
§ 2-3 两点的投影	(10)
第三章 直线	(13)
§ 3-1 直线的投影	(13)
§ 3-2 直线对投影面的相对位置	(15)
§ 3-3 直线上点	(19)
§ 3-4 两直线的相对位置	(21)
第四章 平面	(28)
§ 4-1 平面的投影	(28)
§ 4-2 平面上点和直线	(30)
§ 4-3 平面对投影面的相对位置	(31)
第五章 直线与平面和平面与平面	(38)
§ 5-1 平行	(38)
§ 5-2 垂直	(39)
§ 5-3 相交	(41)
§ 5-4 点、直线和平面的图解方法.....	(46)
第六章 投影变换	(55)
§ 6-1 投影变换的目的和方法	(55)
§ 6-2 辅助投影面法	(56)
§ 6-3 旋转法	(64)
第七章 平面立体	(74)
§ 7-1 平面立体的投影	(74)
§ 7-2 平面立体的表面展开.....	(79)
§ 7-3 工程形体	(80)
第八章 曲线	(83)
§ 8-1 曲线的一般知识	(83)

§ 8-2 二次曲线	(85)
§ 8-3 圆柱螺旋线	(96)
第九章 曲面和曲面立体	(98)
§ 9-1 曲面的一般知识	(98)
§ 9-2 可展曲面	(100)
§ 9-3 扭面	(108)
§ 9-4 旋转面	(112)
§ 9-5 平移曲面和二次曲面	(115)
§ 9-6 螺旋面	(127)
第十章 平面、直线和立体相交	(130)
§ 10-1 平面与平面立体相交	(130)
§ 10-2 平面与曲面立体相交	(134)
§ 10-3 直线与立体相交	(143)
第十一章 两立体相交	(148)
§ 11-1 两平面立体相交	(148)
§ 11-2 平面立体与曲面立体相交	(154)
§ 11-3 两曲面立体相交	(156)
第十二章 轴测投影	(168)
§ 12-1 轴测投影的基本知识	(168)
§ 12-2 轴测投影的分类和选择	(171)
§ 12-3 轴测投影的画法	(175)
第十三章 投影图中阴影	(187)
§ 13-1 阴影的基本知识	(187)
§ 13-2 点的影子	(188)
§ 13-3 线的影子	(190)
§ 13-4 平面的影子	(194)
§ 13-5 立体的阴影	(196)
第十四章 透视投影	(202)
§ 14-1 透视投影的基本知识	(202)
§ 14-2 透视特性	(203)
§ 14-3 透视作法	(206)
第十五章 标高投影	(215)
§ 15-1 点和直线	(215)
§ 15-2 平面和平面立体	(217)
§ 15-3 曲线、曲面和曲面立体	(220)

第一章 概 论

§ 1-1 引 言

在生产建设和科学研究过程中,对于已有的和想象中的空间物体,如地面、建筑物和机器等的形状、大小、位置及其他有关资料,很难用语言和文字表达清楚,因而需要在平面上(如图纸上)用图形形象地表达出来。这种在平面上表达空间工程物体的图,称为工程图。

但是,当研究空间物体在平面上如何用图形来表达时,由于空间物体的形状、大小和相互位置等各不相同,不便以个别物体来逐一研究;为了使得研究时易于正确、深刻和完全,以及所得结论能广泛地应用于所有物体起见,特采用几何学中空间物体综合和概括成抽象的点、线、面、体等几何形体的方法,先研究这些几何形体在平面上如何用图形来表达,以及如何通过作图来解决甚至探讨它们的几何问题。这种研究在平面上用图形来表示空间的几何形体和如何运用几何作图来解决空间几何问题的理论和方法的一门学科,称为画法几何。

然后,把工程上的具体物体,视为由几何形体所组成,根据画法几何理论,研究它们在平面上用图形表达出来,成为工程图。在工程图中,除了有表达物体形状的线条以外,还要应用国家制图标准所规定的一些表达方法和符号,注以必要的尺寸数字和文字说明,使得工程图能完善、明确和清晰地表达出物体的形状、大小和位置,以及其他必需的资料,例如:物体的名称、材料的种类和规格,以及生产方法等。这种研究表达工程上物体和绘制工程图方法的学科,称为工程制图。工程图又由表达对象的不同,分为建筑图、机械图等。

工程制图方法,过去一直用手工绘图;现在,由于计算机科学的发展,已经进入了计算机绘图时代。

因此,如将工程图比喻为工程界的一种语言,则画法几何便是这种语言的语法。

“画法几何和工程制图”是由于生产实践和科学研究的需要而形成的。现在,工程图已广泛地应用在所有的建设领域中。因此,凡是从事生产建设的每个工程技术人员,都必须掌握有关知识和能力。高等工业学校的学生,不论在专业课的学习、设计和生产实习中,以及毕业后在工作岗位上,都必须具有画法几何知识和工程制图的能力。因此,所有高等工业学校的工程专业教学计划里,把“画法几何及工程制图”列为必修的基础技术课,培养学生具有图示空间形体和图解几何问题的能力,培养手工绘图和计算机绘图的能力,以及阅读工程图的能力。在学习本课程的过程中,还要注意培养和发展空间想象能力和逻辑思维能力;培养耐心细致的工作作风和认真的工作态度。并且在以后有关课程的学习和生产实践中,结合专业内容和生产实际来继续巩固和予以提高。

§ 1-2 投 影

在平面上用图形来表示空间形体时,首先要解决的问题,是如何把空间形体表示到平面

上去。

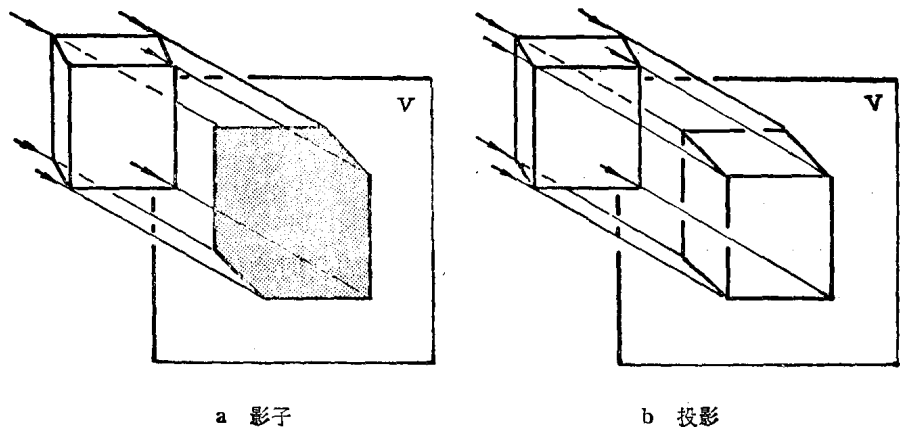


图1-1 影子和投影

在日常生活中,物体在灯光和日光照射下,会在地面、墙面或其他物体表面上产生影子。这种影子常能在某种程度上显示出物体的形状和大小,并随光线照射方向等的不同而变化。图1-1a为空间一长方体在平行光线照射下,于平面V上形成影子的情况。

因而在工程上,人们就把上述的自然现象加以抽象来得出空间形体在平面上的图形,如图1-1b所示。这时,我们规定:影子落在一个平面上,并且光线可以穿透物体,使得所产生的“影子”不像真实影子那样黑色一片,而能在“影子”范围内有线条来显示物体的完整形象;此外,对光线的方向也作了某些选择,使其能够产生合适的“影子”形状来。这种应用通过物体的一组选定的直线,在一个选定的面上形成的图形,称为物体在该面上的投影;投影所在的面,称为投影面;形成投影的直线,称为投射射线;这种应用投射射线,在投影面上得到投影的方法,称为投影法。

按照投射射线相互之间关系和对投影面的方向不同,投影分有:投射射线从一点出发的投影,称为中心投影,见图1-2所示,该点S称为投影中心;投射射线互相平行的投影,称为平行投影,见图1-3所示。平行投影中,投射射线与投影面斜交时的投影,称为斜投影;图1-3 a;投射射线与投影面正交(垂直)时的投影,称为正投影,见图1-3b。

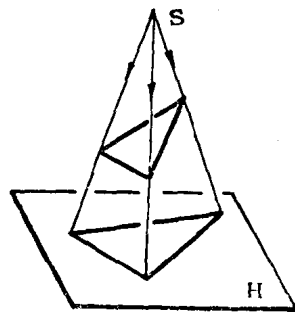
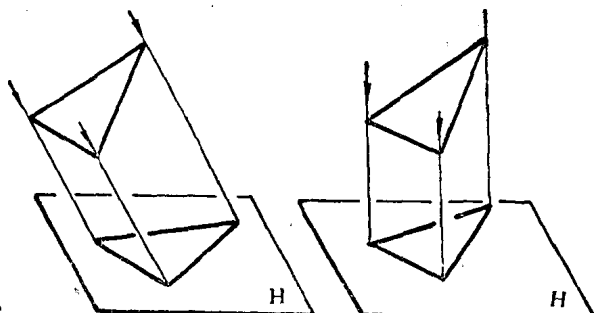


图1-2 中心投影



a 斜投影

b 正投影

图1-3 平行投影

§ 1-3 工程图种类

常用的工程图有下列四种：

一、透视图

以人眼为投影中心时,物体在一个投影面上的中心投影,称为透视投影,也称为透视图(详见第十四章)。

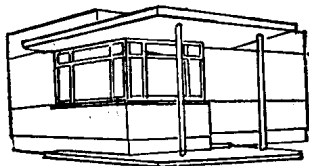


图1-4 房屋的透视图

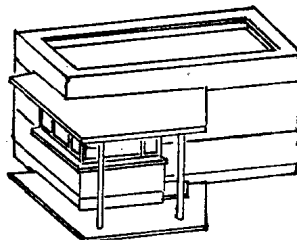
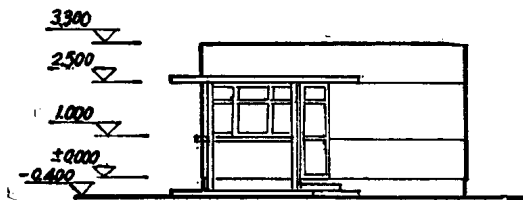
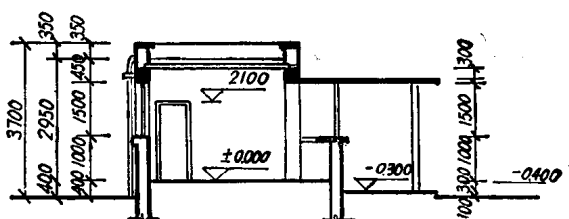


图1-5 房屋的轴测图

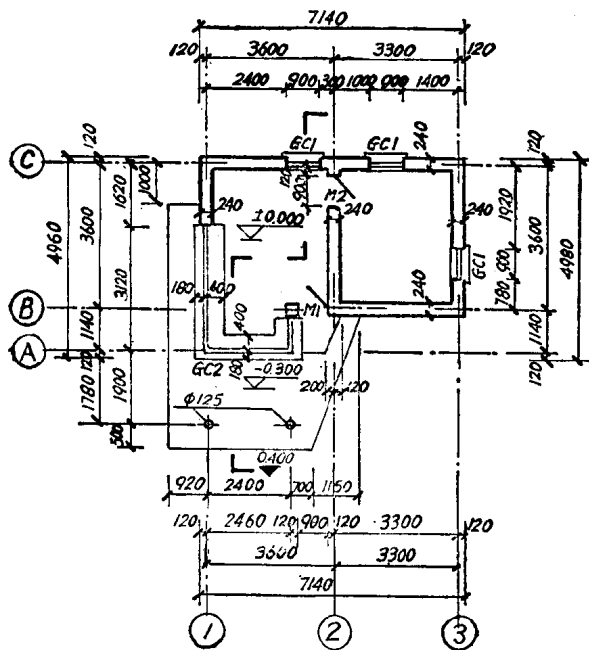
图1-4为一座房屋的透视图。这种图有较强的立体感和真实感,但不能反映物体的真实形状和大小且作图较繁,一般仅用作表示建筑物等的辅助注图。



立面图 1:100



剖面图 1:100



平面图 1:100

图1-6 房屋的正投影图

二、轴测图

物体在一个投影面上的平行投影,称为轴测投影,也称为轴测图(详见第十二章)。图1-5为一座房屋的轴测图。这种图也有立体感,有的并能反映物体上某些方向的真实形状和大小,但不能反映出整个物体的真实形状。与透视图相比,作图较简。常用作各种工程上的辅助性图。

三、正投影图

一个物体在一组投影面上正投影,称为正投影图(详见第二章至第十一章)。图1-6为一座房屋的正投影图。这时,每个投影能反映物体在某种方向的实际形状和大小,便于按图建造,是主要的工程图。图1-6中除了投影之外,并注有一些图示符号和尺寸数字等。

四、标高投影图

物体在一个水平投影面上标有高度的正投影,称为标高投影,或称标高投影图(详见第十五章)。这种图主要用于表示地形、道路和土工建筑物等。图1-7为一条道路及地面的标高投影图。图中,有关细线为空间水平的直线和曲线的正投影,数字表示高度;两条长的平行粗线表示道路边线的正投影。路侧为斜坡,几条粗的曲线为斜坡与地面交线的正投影。

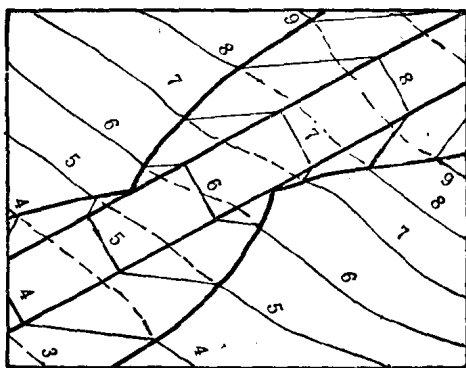


图1-7 道路的标高投影图

第二章 点

§ 2-1 点的两面投影

一、点的单面投影

一点在一个投影面上有唯一的一个正投影;相反地,根据一点在一个投影面上的一个正投影,不能确定该点在空间的位置。

因为当一点与投影面的相对位置取定后,由该点只能作一条垂直于投影面的投射射线,与投影面又只能交于一点,即只有一个正投影。如图2-1所示,设空间有一点A和一个投影面H。通过A点只能作一条垂直于H面的投射射线Aa,于是与H面只能交得一个正投影a点。

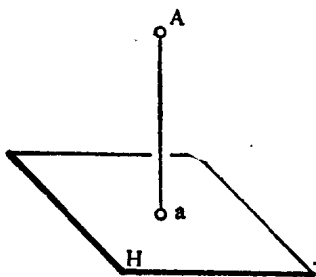


图2-1 点的正投影

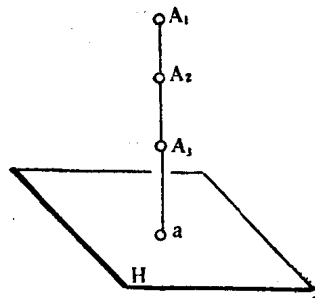


图2-2 同一投射线上点的投影

相反地,如图2-2所示,同一条投射线上各点如 A_1 、 A_2 、 A_3 等在H面上正投影重叠于一个a点,因而仅由正投影a点,不能确定A点在空间与投影面H的相对位置。

在书中除了第十二章轴测投影和第十四章透视投影以外,讨论的都是正投影。为叙述简洁起见,特把正投影简称为投影;此外,正投影中投射射线必定垂直于投影面,以后一般也不再说明。

二、点的两面投影

1. 两投影面体系:因为单凭一点在一个投影面上的投影,不能确定该点在空间的位置。因此,如图2-3a所示,取两个互相垂直的投影面,组成两投影面体系。其中,一个是水平的投影面,用字母H表示,称为水平投影面,简称H面;另一个是正对观察者的直立投影面,用字母V表示,称为正立投影面,简称V面。它们相交于一条水平直线,用字母OX表示,称为投影轴OX,简称X轴。

2. 点的两面投影:现设空间有一点A,由A分别向H面和V面作投射射线Aa和Aa',交点a和a'就是A点在H面和V面上的投影,分别称为A点的水平投影和正立投影,也称为H面投影和V面投影。

以后规定,为了说明需要,图中点及其投影用小圆圈表示;空间点用大写字母(或罗马数字)表示;H面投影用对应的小写字母(或阿拉伯数字)表示;V面投影用对应的小写字母(或阿

拉伯数字)加一撇表示,如 a' ,读作a一撇。

3. 根据一点在两个互相垂直的投影面上的两个投影,可以确定该点在空间的位置。如图2-3a中, a 和 a' 为空间一点 A 在 H 面和 V 面上的投影,可通过 a 、 a' 分别引 H 面、 V 面的垂直线 aA 、 $a'A$,它们的交点就是 A 点在空间的位置。

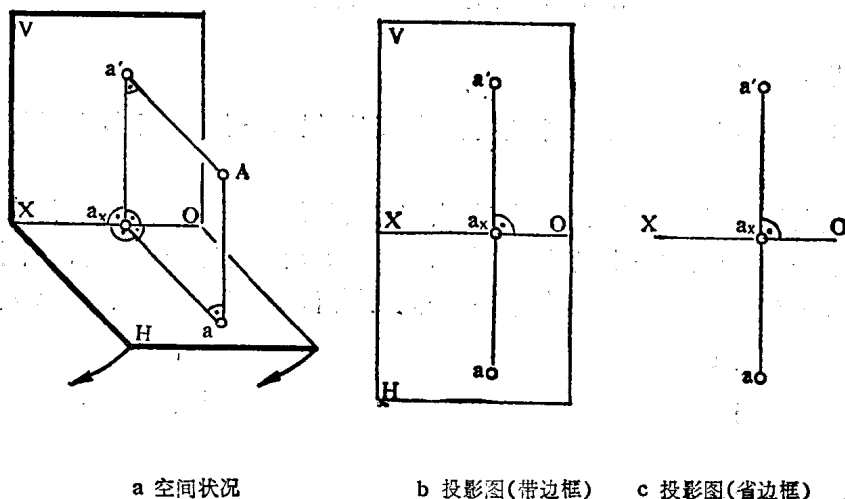


图2-3 点的两面投影

三、投影图

实际上是在一个平面(如纸面)上表示出空间两个投影面上的投影,也就是要把空间两个投影面上的投影放在一个平面上。为此,如 V 面作为不动,把 H 面绕了 X 轴向下旋转,使得与 V 面重合,如图2-3b所示。这种投影面重合后得到的多面投影,称为投影图。于是在投影图中, V 面位于 X 轴上方, H 面位于 X 轴下方。又因为投影面的大小是任意的,故不必画出投影面的边框,如图2-3c所示。同时,也不必注出 H 、 V 甚至 OX 等字母。

四、点的两面投影特性

在投影图上,一点的两个投影具有下列特性:

特性一: 一点的投影连线垂直于投影轴。

投影图上,一点的两个投影之间连线,称为投影连线,简称连线。如图2-3c中连线 aa' ,应垂直于 X 轴。

因为, Aa 和 Aa' 决定了一个平面 Aaa_xa' (图2-3a),它与 H 面、 V 面交于直线 aa_x 、 $a'a_x$,并与 X 轴交于 a_x 点。该平面因包含了垂直于 H 面、 V 面的垂直线 Aa 、 Aa' ,故亦垂直 H 面和 V 面,又 H 面和 V 面本身也是垂直的,因而形成三个互相垂直的平面 Aaa_xa' 、 H 面和 V 面,故它们间交线也必互相垂直,即: $aa_x \perp OX$ 、 $a'a_x \perp OX$ 和 $aa_x \perp a'a_x$ 。

当 H 面旋转入 V 面时, H 面和 V 面上图形保持不变,故互相垂直的直线仍互相垂直,即 $aa_x \perp OX$ 、 $a'a_x \perp OX$ 。因而在投影图上, aa_x 和 $a'a_x$ 位于一条垂直于 X 轴的直线 aa' 上,即连线 $aa' \perp OX$ 。也就是一点的两个投影一定位于垂直于投影轴的连系线上。

投影图上,连系线用细直线表示。一点的连系线与投影轴的交点,用对应于该点的小写字母于右下角加x表示,无专门名称。

特性二: 一点的一个投影到投影轴的距离, 等于该点到相邻投影面的距离。

如图2-3c上,H面上线段 aa_x 反映了A点到V面的距离;V面上线段 $a'a_x$ 反映了A点到H面的距离。

因为在上述的图2-3a的平面图形 Aaa_xa' 中,除了 $aa_x \perp a'a_x$ 外;又因 $Aa \perp H$,故 $Aa \perp aa_x$;尚因 $Aa' \perp V$,故 $Aa' \perp a'a_x$ 。因而图形 Aaa_xa' 是一个矩形,故 $aa_x = Aa'$ 、 $a'a_x = Aa$,而 Aa' 、 Aa 分别为A点到V面和H面的距离。

五、根据一点在投影图中两个投影,能确定该点在空间的位置,以及到两投影面的距离

因为如已知位于OX轴的一条垂直线上两点a和a' (图2-3c),可设想加上投影面的边框(图2-3b)。然后,V面保持直立位置,使H面绕OX轴向前上方旋转至水平位置(图2-3a)。此时,直线 aa_x 、 $a'a_x$ 仍成为垂直于OX轴的直线,组成一个垂直于H面和V面的平面 Aaa_xa' 。再由a、a'分别引H面、V面的垂线 aA 、 $a'A$,必位于平面 Aaa_xa' 内而必定相交,交点即为由a和a'所表示的空间点A的位置。故由投影图上位于OX轴的垂直线上两点a和a',能确定空间一点A的位置。

并且,由于 Aaa_xa' 尚为一个矩形,故 aa_x 、 $a'a_x$ 分别反映了A点到V面、H面的距离。

相反地,倘使投影图上两点a和a'间连线 aa' 不垂直于投影轴OX,则H面旋转成水平位置后,由a、a'分别引H面、V面的垂线,在空间成为交叉两直线而不会相交,因而也不会交成一点,所以这两点a和a'不是空间一点的投影。

§ 2-2 点的三面投影

一、点的三面投影

虽然,由一点的两面投影已能确定该点在空间的位置,但在某些情况下,需要作出在两个以上投影面上的投影。

如图2-4a所示,除了投影面H、V以及A点和它的投影a、a'以外,设另有一投影面W同时垂直于H面和V面,组成一个三投影面体系。该面W是一个位于右侧的直立面,称为侧立投影面,简称W面。它与H面、V面的相交直线,分别称为投影轴OY和投影轴OZ,简称Y轴和Z轴。三条轴垂直相交于一点O,称为原点。

现由A点向W面作投射射线 Aa'' ,交点 a'' 就是A点在W面上的投影,称为侧立投影,也称为W面投影。标记时,用对应的小写字母,并在右上角加两撇表示。如A点的W面投影,则用 a'' 表示。当点用罗马数字表示时,则用对应的阿拉伯数字加两撇表示。

为了使三个投影面上的投影,成为在一个平面上的投影图,除了V面不动,H面向下旋转入V面外,W面则绕了OZ轴向右旋转得与V面重合,结果如图2-4b所示,该图已不画出投影面边框。这时,Y轴分成两条,在H面上的仍用Y表示,在W面上的用 Y_1 表示。

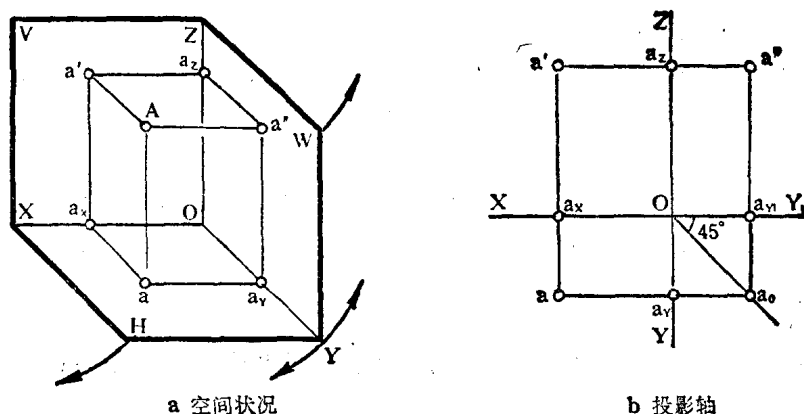


图2-4 点的三面投影

二、点的三面投影特性

点的每两个投影之间连系线,必定垂直于相应的投影轴;各投影到投影轴的距离,等于该点到通过该轴的相邻投影面的距离。根据点在H面和V面上的两面投影图的特性,就可得出上述三面投影图的特性。

如在V面和W面投影中(图2-4a),因由 Aa' 和 Aa'' 决定一个平面 $Aa'a_z a''$,与Z轴交于 a_z 点,与V面、W面的交线 $a'a_z$, $a''a_z$ 均垂直于Z轴。故重合后,连系线 $a'a'' \perp Z$ 轴,呈水平方向。此外,因平面 $A'a'a_z a''$ 亦为一个矩形,故 $a'a_z = Aa''$,表示A点到W面的距离;又 $a''a_z = Aa'$,表示A点到V面的距离。

同样, Aa 和 Aa'' 所决定的一个平面 $Aaa_y a''$ 与Y轴交于 a_y 点,与H面、W面的交线 aa_y , $a''a_y$ 垂直于Y轴。投影图(图2-4b)中, a_y 分成两点,分别以 a_y 及 a_{y1} 表示。除了 $Oa_y = Oa_{y1}$ 外,连系线的一段 $aa_y \perp OY$,为水平方向;另一段 $a''a_{y1} \perp OY_1$,呈竖直方向。它们的延长线的交点 a_0 ,位于一条通过O点的 45° 方向的斜线上。又因图形 $Aaa_y a''$ 是一个矩形,故 $aa_y = Aa''$,表示A点到W面的距离;又 $a''a_{y1} = Aa$,表示A点到H面的距离。

由上所述,在三面投影体系中,由一点的任意两个投影,均可表示一点在空间与投影面的相对位置。因此,空间一点可以由三个投影中任意两个来表示,也可由任意两个投影作出第三个投影。

以后如无特殊需要, a_x, a_y, a_z 和 a_0 等点的小圆圈和文字标记均可省略。点 a_0 及 45° 斜线只是作图时用,无专门名称,以后作图过程中不需要时,也不必作出。甚至, O、X、Y、Z等字母亦可省略。

三、特殊位置的点

图2-3a和图2-4a中点A,都不位于投影面上。实际上,一点可以位于投影面上、在投影轴上、甚至与原点重合而形成三种特殊位置的点,它们的投影可以恰在投影轴上或与原点重合,如图2-5所示。

1. 投影面上的点,一投影重合该点本身,另外的投影在投影轴上。如图中B点位于H面

上,H面投影 b 与 B 点本身重合; b' 点位于 X 轴上; b'' 位于 Y 轴上,投影图中,因 b'' 位于 W 面上,应画于属于 W 面上的 OY_1 轴上。

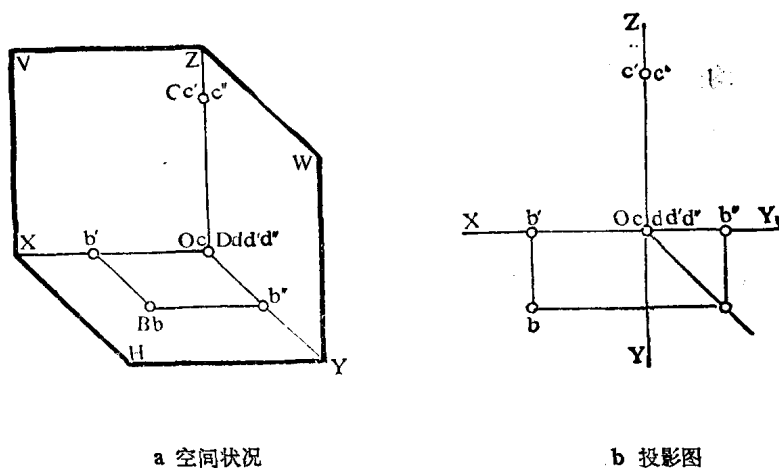


图2-5 特殊位置的点

2. 投影轴上的点,两投影重合于该点本身,另外一投影与原点 O 重合。如图中 C 点位于 Z 轴上,它的 V 面和 W 面投影 c' 和 c'' 与本身重合, H 面投影 b 则与原点 O 重合。

3. 一点与原点重合,它的三个投影亦均与原点重合。如图 D 点与原点 O 重合,它的三个投影 d 、 d' 和 d'' 均与原点 O 重合。

四、坐 标

根据一点的坐标,可以作出该点的投影图;反之,根据投影图,也可以量得该点的坐标。如将投影轴 X 、 Y 和 Z ,视为解析几何里的坐标轴,则投影面即为坐标面。于是 A 点到 W 面、 V 面和 H 面的距离 Aa'' 、 Aa' 和 Aa ,由于相应地平行于 X 、 Y 和 Z 轴,故分别称为 A 点的 X 坐标、 Y 坐标和 Z 坐标。 A 点的坐标用字母 x_A 、 y_A 和 z_A 表示,并用形式 $A(x_A, y_A, z_A)$ 表示 A 点及其坐标。如图2-4中, $x_A = 15$, $y_A = 10$, $z_A = 20$,则写成 $A(15, 10, 20)$ 。本书中尺寸单位,除了第十五章标高投影中用米(m)以外,其余均以毫米(mm)为单位,故尺寸数字后不必注以单位的文字或字母等。

在投影图中,如图2-4a所示,由直线 Aa 、 Aa' 和 Aa'' 等组成的长方体,故坐标可以由下列线段表示出来:

$$\begin{aligned} x_A &= Oa_X = a_Y a = a_Z a' \\ y_A &= Oa_Y = a_X a = Oa_{Y_1} = a_Z a'' \\ z_A &= Oa_Z = a_X a' = a_{Y_1} a'' \end{aligned}$$

这样,就建立起解析几何中坐标与画法几何中投影图之间的关系。

五、轴 测 图

有了一点(以及至少在任一个投影面上投影)的轴测图,可以画出其投影图;反之,有了