光学成就

A. 包沃斯 著

母国光
程路 譯

龔祖同 校

科学出版社

A. BOUWERS

ACHIEVEMENTS IN OPTICS

Elsevier Publishing Co. Inc.

1950

內 容 簡 介

本书首先对折反光学系统包括共心折反系统及其变型加以阐述。接着介绍了反射和折反显微镜、折反望远镜以及具有独特性能的折反照相机的设计。随后介绍了荷兰光学家在几何光学方面的一些成就，包括：光学设计中的几何方法；象差的研究；几何象差的讨论；光学系统的照度；以及象点处光能的分布等。最后扼要地介绍了象差的衍射理论和相衬原理。

本书可供光学研究人员、工程技术人员以及高等学校物理、光学仪器、应用光学等专业师生的参考。

光 学 成 就

[荷兰] A.包沃斯 著

母国光　程 路 译

*

科学出版社出版

北京朝阳門內大街 117 号

北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1965年 6月第一版　开本：850×1168 1/32

1965年 6月第一次印刷　印张：3 13/16

印数：0001—4,300　字数：97,000

统一书号：15031・193

本社书号：3233・15—4

定价：[科六] 0.60 元

作 者 序

这本专著的用意是把荷兰在第二次世界大战期間或在战前不久在光学方面所作的工作加以概述．所述結果的一部分是已經发表了的，不过当然还沒有深入到各个英語国家里去．然而所提到的工作有一部分是秘密进行的，并且在德国占領期間所得的成就是有意不予泄露的．本书的正本是在低地国家（指荷兰、比利时——譯者）解放之前就已脫稿并准备付印的；不过由于某些純粹技术性的原因，不得不延迟到将近一年之后才出版．因此，对某些論文或者和本书內容相似的論題并未予以注意．特別应当提到的是馬克苏托夫（Максутов）1944 年 5 月在美国光学学会会刊（J. O. S. A.）上的一篇論文，因为这位作者显然也得到了本书前几章中所提到的許多結果，不过日期却較本书的作者为晚．

为了尽可能地保持思路的連貫性，作者試图对各个論題按下述次序編排：新光学系統、新型光学仪器、几何光学和物理光学．

对于那些曾以任何方式对本书有貢献的工作者，特别是对于 Ir F. 赫克（Hekker），作者愿表示感謝．

作者希望讀者在书中某些論題里可能发現眞正的兴趣，而且通过本书对于凡·刘文赫克（Van Leeuwenhoek）、惠更斯（Huyghens）和斯內留斯（Snellius）的誕生地所在的国家里将出現的成果，喚起注意．

目　　录

第一章　新光学系統

§1. 緒言：凹球面反射鏡

a. 作为光学系統，球面反射鏡有一些实在的优点，是一个透鏡甚或当作一个透鏡用的透鏡組所不及的. 这些优点中，肯定是最明显的或許是最重要的一点，就是完全沒有色差；而色差，在透鏡系統中尽管用不同玻璃的各种透鏡的适当組合可以使其无甚影响，但永远是不能完全消除的.

与单透鏡相比，球面反射鏡的另一特点是球差小. 卽使把单透鏡做成具有最小球差的形状，球面反射鏡的球差也較有相同孔径和焦距的单透鏡的球差約小 8 倍.

若在球面反射鏡的曲率中心放一光闌，則不能发生諸如彗差、象散，或者畸变那样的象差，因为通过曲率中心并且平行于任意給定光綫的直綫都可以看成是系統的一个軸. 因而任何方向都可以看作是軸的方向. 当然，有象面弯曲，对于无限远物，象面的曲率半径等于焦距；且对于有限距离的任何物面，它也很接近于焦距.

如果視場是有限制的，例如在大多数望远鏡中那样，則象面弯曲卽令有一点，也是微不足道的. 何况把光学系統用于照象工作时，还可以使用弯曲的底片.

若将球面反射鏡与透鏡組合起来，則它的象面弯曲甚至是有益的，因为球面反射鏡的象面是凸向光綫的入射方向的（負曲率），而正透鏡則显示出反方向的曲率（正曲率）；于是，二者适当的組合就可能实际上消除象面弯曲

用球面反射鏡作为光学系統有一些不便之处，就是光綫要反向，这常使得光有一定的損失，因为物鏡*或象的接收者往往不可避

* 原文 object，按文中所述的现象应为 objective，即物镜. ——译者

充地遮挡一部分有用的光綫。若視場广并且相对孔径是中等的，則这种“影蔽效应”（shadow effect）* 是严重的，但是对于中等的視場和大的相对孔径，影蔽效应可以是不重要的。

施米特（Schmidt）照象机主要是由一个带光闌的球面反射鏡和一个位于曲率中心的非球面透鏡或校正板組成的。这种照象机，假如它的視場为 15°，那末相对孔径可以为 1 的数量級。在这种情况下，影蔽效应可以忽略。

关于施米特照象机在以后要詳細地討論。那时将把它的性能与作为本章主題的新光学系統作一比較。

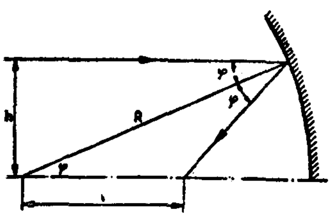

图 1　球面反射镜

b. 我們已經看到，若把光闌放在球面反射鏡的曲率中心，則它唯一的象差是球差。对于一个无限远物点，很容易計算出軸向象差 ΔF。由图 1 立即推知，一条离軸高度为 h 的入射光綫，經反射后将在距曲率中心为 l 处与軸相交，l 由下式表示：

$$\frac{h}{l} = \sin 2\varphi,$$

$$\varphi = \sin^{-1}\frac{h}{R}.$$

由此二式，用級数展开，我們导出：

$$\Delta F = l - F = \frac{h^2}{8F} + \frac{3}{128}\frac{h^4}{F^3}. \tag{1}$$

F 是球面反射鏡的焦距。

第一項是众所周知的初級或三級軸向象差。乘以 h/F 之后就得垂軸球差，亦即在近軸焦平面上三級象差盘的半径：

* 此处之 shadow effect 可直译为“影效应”或按一般译法译为“渐晕效应”；但究其物理意义，它并不就是由于“影”产生的影响，其结果亦是多方面的，并不限于“渐晕”。为此，译者将“shadow effect”连同在本书后面将遇到的“vignetting effect”均译为“影蔽效应”。——译者

$$\rho_h = \frac{h^3}{8F^2}. \tag{2}$$

由于(1)式中第二个高次項的系数甚小,所以只要 $h < \frac{F}{2}$, 高次項通常可以忽略.

虽然在計算以后的光学系統的象差时，三級近似一般是不够的,但就眼前的目的而言,无論如何三級近似都将是足够的.

鉴于以后的一些考虑,我們将用不同的方法来导出三級球差,同时試图对于任何給定的有限物距求它的值. 为此,我們来研究图 2. 图中以 P、E 和 C 标明的曲綫分别为拋物綫、橢圓和圓. 三者皆以 V 为頂点，且在頂点的曲率半径皆为 $R = VM$. 这些曲綫可以分别代表拋物面的、橢圓面的和球面的反射鏡的截面.

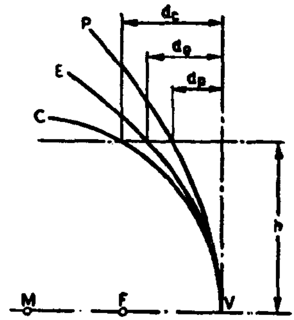

图 2　拋物线、椭圆和圆

大家知道，在拋物面反射鏡的情况下，沿光軸方向的入射光的焦点在 V 与 M 的中点. 对于近軸光綫，球面反射鏡和橢圓面反射鏡的焦点也出現在同一位置. 然而我們需要求出离軸有某一距离的光綫反射后和軸的交点. 因而我們必須討論图 2 中三条曲綫在某一給定的离軸距离 h 处沿軸方向上的間隔. 半軸为 a 和 b 的橢圓,在与 a 軸相距 h (縱坐标) 的点和 V 点的切平面之間的距离 d_e (横坐标) 很易求得:

$$d_e = \frac{h^2}{2R} + \frac{h^4}{8R^3}\frac{b^2}{a^2} + \cdots. \tag{3}$$

对于拋物綫有:

$$d_p = \frac{h^2}{2R}, \tag{3a}$$

对于圓有:

$$d_c = \frac{h^2}{2R} + \frac{h^4}{8R^3} + \cdots. \tag{3b}$$

因而圆和椭圆的間隔为

$$d_{ec} = \frac{h^4}{8R^3}\frac{c^2}{a^2} + \cdots, \tag{3c}$$

其中 $c^2 = a^2 - b^2$.

現在可以对这三种不同的反射鏡，討論入射光波的行为.

α. 抛物面反射鏡.

設有入射方向平行于軸的平面光波，在未抵达頂点 V 之前，与抛物面反射鏡相交于离軸高度 h 之处. 当入射波到达頂点 V 时，射到离軸高度 h 处的光波实际上已从入射点返回并且走过一段距离 $\frac{h^2}{2R}$（近似到三級）. 这正是为产生会聚于焦点 F 的球面波陣面所需要的.

β. 椭圓面反射鏡.

对于从距頂点 V 为 $a + c$ 的椭圆的远焦点发出的那些波，我們看到类似的情况. 不过它們不会聚于 F，而会聚于距頂点 V 为 $a - c$ 的椭圓第二焦点.

γ. 球面反射鏡.

入射方向平行于軸的光波在离軸高度为 h 处与球面反射鏡相遇，按照 (3a) 和 (3b)，比在抛物面反射鏡情况下相遇得早；相应的波陣面提前量为 $\frac{h^4}{4R^3}$.

对 h 求微商，我們就得到波陣面的方向差或光綫（作为波陣面的法綫）的方向差：

$$\alpha_h = \frac{h^3}{R^3} = \frac{h^3}{8F^3}. \tag{4}$$

这就是三級角球差.

$$\rho_h = F\alpha_h = \frac{h^3}{8F^2} \text{与 (2) 式一致.}$$

若反射鏡是椭圓的，且其半軸 a 和 b 可分别表为

$$a + c = s,$$
$$a - c = s',$$

$$c^2 = a^2 - b^2,$$

則由軸上到鏡面为有限距离 s 处的一点 F 发出的光束，应在某一距离 s' 之点与軸相交。因为反射鏡是球面，在离軸高度 h 处波陣面的光程提前量，按（3c）式，为 $\frac{h^4}{4R^3}\frac{c^2}{a^2}$，因而角球差为：

$$\alpha_h = \frac{h^3c^2}{R^3a^2} = \frac{h^3}{8F^3}\frac{c^2}{a^2}. \tag{5}$$

若 m 为物和象的綫度之比，$\beta = \frac{1}{m}$ 是垂軸放大率，則我們有：

$$\frac{a+c}{a-c} = m,$$

因而

$$\frac{c}{a} = \frac{m-1}{m+1}.$$

于是我們可把（5）式改写成

$$\alpha_h = \frac{h^3}{8F^3}\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^2, \tag{6}$$

当 $m = \infty$ 时，上式象它应該的那样，簡化为（4）式。

c. 由于球面反射鏡的球差比較小；而且彗差、象散及畸变可以用在曲率中心置一光闌的办法来避免，所以研究这样一个問題是有益的：球面反射鏡是否可以作为一个有合理孔径的光学系統，或更确切地說，一个給定半径的球面反射鏡的容許孔径該是多大。

为了解决这个問題，例如我們可以从瑞利（Rayleigh）条件出发，即在焦点上不同带的波陣面的偏离不超过所用光的波长的 $\frac{1}{4}$。由图 2 和公式（3）可以推得，与拋物面反射鏡相比，自球面反射鏡反射回来的波陣面的提前量为 $\frac{h^4}{4R^3}$。因而

$$\frac{h^4}{4R^3} = \frac{\lambda}{4} \quad 或 \quad \frac{h^4}{F^3} = 8\lambda \tag{7}$$

就是对于給定半径的反射鏡，推导其最大孔径的条件.

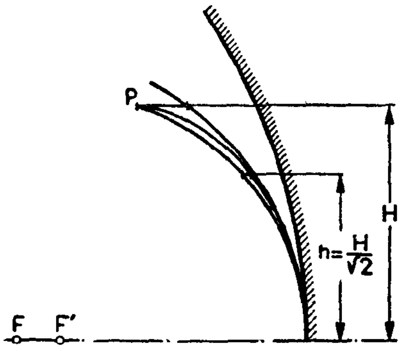

图3 由球面反射镜反射的波陣面

不过在距反射鏡面比 F 稍近之处有一更合适的点，对該点而言，程差只是对近軸焦点 F 求得之値的 $\frac{1}{4}$. 这个論点的証明可以从图3推出. 以 F 为中心并通过反射鏡之頂点 V 的圓和自球面反射鏡反射回来的波陣面之間的間隔为 $\frac{h^4}{4R^3}$. 現在让我們来考慮以軸上 F' 点为中心，并通过波陣面上离軸为 H 的 P 点和頂点 V 的圓. 分别以 F 和 F' 为中心的两个圓之間的間隔为 $\frac{h^2}{H^2}-\frac{H^4}{4R^3}$. 于是，以 F' 为中心的圓和波陣面間的間隔就是 $\frac{h^2}{4R^3}(h^2-H^2)$. 当 $h=\frac{H}{\sqrt{2}}$ 时，它有一极大値，达到 $\frac{H^4}{16R^3}$，或者說为在焦点 F 处程差的 $\frac{1}{4}$. 于是我們可以把(7)式改写成:

$$\frac{h^4}{F^3}=32\lambda. \tag{8}$$

更普遍地說，对于一有限远的物，由(3c)我們得到

$$\frac{h^4}{F^3}=32\left(\frac{m+1}{m-1}\right)^2\lambda. \tag{8a}$$

同一問題的解，也可以用下述方法沿另一条路径来获得：我們知道，象差盘(有时称为象差最小盘)的直径 d_m 只有在焦点处直径的 $\frac{1}{4}$:

$$d_m = \frac{h^3}{16F^2}. \tag{8b}$$

認为这个直径不应当大于那不可避免的埃利(Airy)衍射盘* 的直径,这似乎是一个合理的假設. 当 $m \gg 1$ 时,則有:

$$\frac{h^3}{16F^2} = \frac{F}{h} 1.22\lambda, \text{或近似地写成} \frac{h^4}{F^3} = 20\lambda. \tag{9}$$

注意到两种方法給出几乎相同的結果是有意义的. 若我們把焦距 F 当作一已知量,并把相对孔径 α 写成 F 的函数 $\alpha = \frac{2h}{F}$, 这一点还会更明显. 取 $\lambda = 5.5 \times 10^{-5}$ 厘米,則(8)和(9)分別可以改写成:

$$\alpha = \frac{0.4}{\sqrt[4]{F}} \quad 和 \quad \alpha = \frac{0.36}{\sqrt[4]{F}},$$

其中 F 以厘米为单位.

为可靠起見,我們取这两个数值中后面的,卽較小的那个,从而最后求得可容許的相对孔径为:

$$\alpha = \frac{2h}{F} = \frac{0.36}{\sqrt[4]{F}}. \tag{10}$$

令 F 等于 1 厘米,由(10)式便得到 $\frac{F}{h} = 5.5$, 它几乎等价于一个 0.18 的数值孔径.

这样一来,我們获得了多少有点令人惊奇的結果:如果数值孔径限制在 0.2 左右,則一个半径为 2 厘米的单球面反射鏡可以当作显微鏡的物鏡.

具有这样一个簡单物鏡的显微鏡将要在以后描述.

§ 2. 施米特照象机及其象差[1)]

a. 施米特照象机是早在 1930 年由 B. 施米特提出并制成

---

* 衍射盘并不是象差盘;前者为光通过圆孔所得衍射斑的中心亮盘,后者则为由几何光线所定的光斑. ——译者

1) B. Schmidt, *Mitt. Hamb. Sternwarte, Bergedorf*, 7 (1932) 36.

的. 它的理論和十分优良的性能已在某些論文中有所介紹，因而我們在这里只扼要地描述一下. 这样做的目的一方面是为了进一步介紹，另一方面也是因为我們需要把它的性能跟一两个作为本章主要討論对象的新光学系統进行比較.

施米特照象机实质上是由一个球面反射鏡和一个置于其曲率中心的非球面校正元件組成的. 校正元件是一个玻璃的或其他透明的圓盘，它的厚度随离軸高度 h 而增加. 如果平行于軸的光綫，从反射鏡反射后，都必須指向焦点 F，那就很容易一級近似地計算出此时校正元件的厚度所需的变化程度. 因为我們已經求出，一平面光波經球面反射鏡反射之后，与由抛物面反射鏡反射的球形波面相比，呈現一个光程提前量 $\frac{h^4}{4R^3}$.

假若某一光波的推迟量随着离軸高度 h 而增加，且增加的程度可把这个提前量 $\frac{h^4}{4R^3}$ 抵消，則光波从球面反射鏡反射之后，就具有球形波陣面，因而就得到完善聚焦. 把一个厚度

$$D=\frac{h^4}{4(n-1)R^3} \tag{11}$$

的透明圓盘放在反射鏡的前面，就可获得这个推迟量. (11) 式中 h 仍为离軸高度，n 为圓盘材料的折射率.

实际上，形状如 (11) 式所表的一个盘所产生的偏向角 ε 以同样的近似表示时，为:

$$(n-1)\frac{dD}{dh}=\frac{h^3}{R^3}+\cdots=\frac{h^3}{8F^3}+\cdots. \tag{12}$$

按照 (4) 式，这正是角球差 α_h. 对 D 作更进一步的計算幷不很困难，但这对于我們当前的目的幷无必要[1].

施米特曾改进了这种厚度連續增加的、可以称为“第一施米特系統”的校正板.

“第二施米特系統”校正板的形状如图 4 所示. 为了清楚起

---

1) 例如可参看: Carathéodory, Elementare Theorie des Spiegelteleskops von B. Schmidt, *Hamb. Math. Einzelschriften*, Nr 28 (1940).

見，在图中厚度的变化显著地被夸大了．这片改进后的校正板把平行光綫并不聚向焦点，而聚向軸上象差盘有最小直径的一点；我們知道，这个象差盘的最小直径仅仅是焦点处象差盘直径的 $\frac{1}{4}$．因此，第二施米特系統校正板对边緣光綫所产生的最大偏向角仅仅是第一施米特系統对边緣光綫所产生的偏向角的 $\frac{1}{4}$，因而它的最大傾角也小到同样的比例．

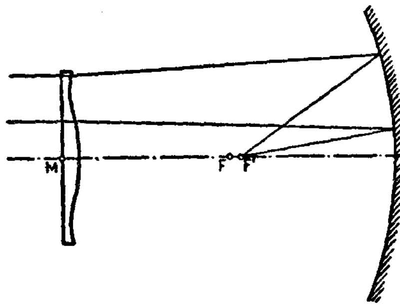

图 4　第二施米特系統

給(11)式添加一个含有 h^2 的項，則改进后的校正板可以表示到一級近似，即

$$(n-1)D_1 = -\frac{3}{8}\frac{H^2}{R^3}h^2 + \frac{1}{4R^3}h^4 + \cdots, \tag{13}$$

其中 H 为校正板的半径*（semi-diameter）．

第一項表示校正板使近軸焦点产生的位移是 $\frac{3H^2}{16R}$，第二項表示三級象差．

我們对(11)和(13)求微商也証实：当 $h=H$ 时，

$$\frac{dD_1}{dh} = \frac{1}{4}\frac{dD}{dh}; \tag{14}$$

当

$$h = \frac{1}{2}H\sqrt{3} \text{ 时}, \frac{dD_1}{dh} = 0. \tag{15}$$

(14)式証实第二系統的边緣傾斜是第一系統的四分之一．(15)式表明校正板之曲面在約为直径的 0.86 处有平行表面．

---

* 此处以及下文中所説校正板的“半径”（semi-diameter）皆指校正板通光孔径的半径，而不是校正板的几何半径．——译者

与第一系統相比，第二系統明显的优越之处在于：

（1）在第一系統中色差已經很小，第二系統的色差又減小到它的 $\frac{1}{4}$ 左右，因而成为完全可以忽略的.

（2）可以証明斜光綫产生的象差也被减小了.

估計子午的和弧矢的斜光束的象差的大小是很重要的，因为正是这些象差主要地限制着施米特照象物鏡的优异的性能. 計算这些象差值将是下一段的主题.

b. 为了計算斜光綫的子午象差，我們須首先求出，在軸平面内与軸成某一角度的斜光綫由校正板所产生的偏向角. 并且此外还必須記住，这样一条斜光綫并不要全部的校正量，这是因为它距反射鏡曲率中心的距离較小. 此第二点将另行討論.

为了求出斜光綫的偏向角，我們必須首先考虑一个小折射角 A 的稜鏡对在它主截面內的光綫所产生的偏向角. 令光綫以角 φ 入射且 $A \ll \varphi$，我們就得到(近似到三級)：

$$\varepsilon_\varphi = (n-1)A\left(1 + \frac{n+1}{2n}\varphi^2\right). \qquad (16)$$

对于和稜鏡表面法綫平行（$\varphi = 0$）的入射光綫，偏向角当然为 $\varepsilon_0 = (n-1)A$，因而对于我們的目的特别有意义的附加偏向角是：

$$\varepsilon_a = \frac{n^2-1}{2n}A\varphi^2. \qquad (17)$$

只要 $\varphi^2 \ll 1$，ε_a 比起 ε_0 来的确是很小的，然而，一旦 $\varphi = \frac{1}{4}$ 左右（例如 $\varphi = 15°$）时，ε_a 的数值与 ε_0 比起来就不可忽視了.

不过我們还得考虑，以角 φ 与校正板相交的这样一条边緣光綫和反射鏡曲率中心的距离仅仅为 $h\cos\varphi$，或近似地为 $h_\varphi = h\left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right)$. 因此，它并不需要校正量 $(n-1)A$ 的全部，而只要求校正偏向角：

$$\varepsilon'_\varphi = (n-1)A\left(\frac{h_\varphi}{h}\right)^3$$

或者

$$\varepsilon'_\varphi = (n-1)A\left(1-\frac{3}{2}\varphi^2\right). \tag{18}$$

由(16)和(18)式得出偏向角的总过剩量,亦即子午角象差:

$$\alpha_\varphi = \varepsilon_\varphi - \varepsilon'_\varphi = \left(\frac{n+1}{2n}+\frac{3}{2}\right)\varphi^2(n-1)A. \tag{19}$$

为了求出合成象差斑在子午方向上的长度 l_m, 我們須将此值乘以 $2F=R$, 并且在第一施米特系統情况下以 $\left(\frac{dD}{dh}\right)_{h=H}=\frac{H^3}{(n-1)R^3}$ 代替 A 值,最后就得到:

$$l_m = \frac{4n+1}{2n}\varphi^2\frac{H^3}{R^2}, \tag{20}$$

其中 H 为校正板的半径[1].

为求对于第二施米特系統斜光綫的象差,最好是先考虑一下厚度为任意函数 $D=f(h)$ 的更普遍情况下的一个校正板. 一条与軸成角 φ 且以离軸高度为 h 入射的子午光綫,将得到偏向角

$$\delta = (n-1)f'(h)\left(1+\frac{n+1}{2n}\varphi^2\right), \tag{21}$$

其中 $f'(h)=\frac{dD}{dh}$; 但从这条入射光綫到曲率中心的距离仅为 $h\cos\varphi$, 因而所需要的校正量是

$$\delta_1 = (n-1)f'\left(h-\frac{h\varphi^2}{2}\right). \tag{22}$$

当 $\varphi \ll 1$ 时,我們可将(22)式展为泰勒冪級数,于是:

$$\delta_1 = (n-1)\left[f'(h)-\frac{h\varphi^2}{2}f''(h)+\cdots\right]. \tag{23}$$

因而偏向角的过剩量 ε 为:

---

1) 卡腊太奥多里(Carathéodory)在他的书中(前面曾提到过)所得的值为此值的二倍,想必是由于在他的一部分早期计算中有数值上的错误之故.

$$\varepsilon=\delta-\delta_1=(n-1)\frac{\varphi^2}{2}\left[\frac{n+1}{n}f'(h)+hf''(h)\right]. \quad (24)$$

将(24)式用于第二类的施米特校正板(13),我們得到:

$$\varepsilon=\left(\frac{n+1}{n}+9\right)\frac{\varphi^2}{8}\frac{H^3}{R^3}. \quad (25)$$

相应的象差斑的长度为:

$$l'_m=\frac{10n+1}{8n}\varphi^2\frac{H^3}{R^2}, \quad (26)$$

它約为由第一类施米特校正板所求出的值的 $\frac{4}{7}$.

c. 为了估計弧矢象差,我們必須研究入射在校正板边緣上的、与包含光軸和入射点的法綫的平面成φ角的入射光綫的偏向角. 这就必須先求出与稜鏡的主截面成φ角的入射光綫由稜鏡所产生的偏向角. 因此,我們須应用下式:

$$\varepsilon_p=\left(n\frac{\cos\varphi'}{\cos\varphi}-1\right)A^{1)}, \quad (27)$$

其中φ和φ'分别为在空气中和在玻璃內入射光綫和主截面間的夹角, A仍为稜鏡的折射角, ε_p是光綫在稜鏡主截面上的投影的偏向角. 于是实际偏向角 $\varepsilon=\varepsilon_p\cos\varphi$ 可表为:

$$\varepsilon=\varepsilon_p\cos\varphi=(n\cos\varphi'-\cos\varphi)A, \quad (28)$$

或因近似地有 $\varphi'=\frac{\varphi}{n}$, 所以:

$$\varepsilon=(n-1)\left(1+\frac{\varphi^2}{2n}\right)A. \quad (29)$$

把此式应用于通过第一类施米特校正板的边緣弧矢光綫时, 我們須以 $\frac{H^3}{(n-1)R^3}$ 代替 A, 則有:

---

1) 例如参看: Czapski Eppenstein, *Grundzüge der Theorie der Opt. Instr.*, J. A. Barth, 1922, 331頁.

$$\varepsilon_\varphi = \frac{H^3}{R^3}\left(1 + \frac{\varphi^2}{2n}\right). \tag{30}$$

第二項給出造成弧矢象差的附加偏向角. 因而象差斑在弧矢方向上的尺寸,在这一近似程度上可写成:

$$l_S = \frac{\varphi^2}{2n}\frac{H^3}{R^2}. \tag{31}$$

比較(20)式和(31)式,我們看到,弧矢象差比子午象差約小7倍. 公式(31)对第一施米特系統是很好地成立的; 但对第二施米特系統,該数值只有 l_s 的 $\frac{1}{4}$, 因为根据(14)式, 校正板边緣处的傾斜角是小四倍的. (19)式和(25)式中出現的附加項在这里沒有了,因为对边緣弧矢光綫到曲率中心的距离沒有校正. 事实上,对于所有的 φ 值,这个距离总保持和校正板的半径相等. 于是,对第二系統的弧矢象差,在这一近似程度上我們得到:

$$l'_S = \frac{\varphi^2}{8n}\frac{H^3}{R^2}, \tag{32}$$

它約比按(26)式定出的 l'_m 值小16倍.

d. 从已給的(20)到(32)諸式可得出如下的結論:

(1) 随着視場的增大, 施米特照象物鏡的卓越性能被正比于 $h^3\varphi^2$ 的五級象差所限制; 或者把五級象差称为五級象散最好.

(2) 唯一重要的象差是子午象差,而弧矢象差甚小,特別是在第二施米特系統中更小得多.

(3) 第二施米特系統的子午象差約为第一施米特系統子午象差的三分之二.

(4) 第二施米特系統的弧矢象差比第一施米特系統的小4倍[1].

在表 I 中列出了由已給的公式計算出的, 在不同相对孔径和不同視場的情况下,第二施米特系統子午象差斑的大小(范围).

1) 在这里我们又一次和卡腊太奥多里的不一致. 他得到的结论是: 对于两种施米特照象机弧矢象差应该相等(见前述他的论文34页).