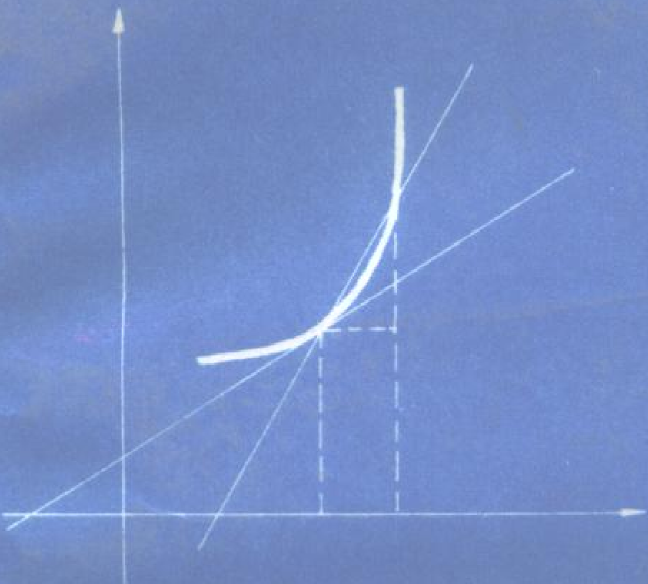
管理数学基础



GUAN LI SHU XUE JI CHU

禹实 编著

海洋出版社

管理数学基础

禹　实　　编著

海　洋　出　版　社

1993年9月·北京

(京)新登字 087 号

管理数学基础

禹实编著

海洋出版社出版发行

(北京市复兴门外大街 1 号)

北京市怀柔县新华印刷厂印刷

开本:850×1168 1/32　印张:12.2　字数:326 千字

1993 年 8 月第一版　1993 年 8 月第一次印刷

印数:1—1000

*

ISBN 7—5027—3419—8/O.59　定价:9.00 元

内容简介

本书从成人学习管理和经济学科的需要出发，介绍了微积分和概率统计的基础知识。在编写中，坚持学以致用和通俗易懂的原则，尽量从具体事例或直观图形出发，引出数学的抽象概念，并着重阐述了运用数学解决管理和经济等方面实际问题的知识。内容由浅入深，循序渐近。每章配有习题和习题答案。本书可供兄弟院校作试用教材，也可作为自学的参考书。

目　　录

第一篇　微　积　分

第二篇　概率统计初步

第一篇　微积分

第一章　函　　数

微积分是研究变量的数学，是在数量变化的条件下讨论和研究实际问题中的数量关系，进而解决问题的，变量之间的关系在数学中通常用函数来表示，因此，在学习微积分之前，必须掌握函数的有关知识.

第一节　集　　合

一、集合的概念

集合是现代数学中最基本的概念. 掌握集合的有关知识，有助于我们对管理数学许多概念的理解并进一步解决实际问题.

一般说来，集合是具有某种属性的事物的全体，构成集合的事物叫做这个集合的元素.

下面举几个集合的例子：

例 1　某工厂的全体管理人员.

例 2　某工厂生产的所有产品.

例 3　全中国的火车站.

例 4　全体偶数.

例 5　$x^2-3x-4=0$ 的根.

通常，我们用大写字母 A,B,C 等表示集合，用小写字母 a,b,c 等表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元素，则记作 $a\in A$，读作 a 属于 A 或 a 在 A 中；如果 a 不是集合 A 的元素，则记作 $a\overline{\in} A$，读作 a 不属于 A 或 a 不在 A 中.

例如，如果 N 表示自然数的集合，则 $3\in N$，而 $\frac{1}{2}\overline{\in} N$，$\sqrt{3}\overline{\in} N$.

集合所含元素的个数有限时，称为有限集合；集合所含元素的个数无限时，称为无限集合.

二、集合的表示法

1. 列举法　将集合中的一切元素一一列举出来，写在大括号内.

例如，由元素 a,b,c,d 组成的集合 A，可表示为

$$A=\{a,b,c,d\}.$$

又如，由方程 $x^2-3x-4=0$ 的根组成的集合 B，可表示为

$$B=\{4,-1\}.$$

2. 描述法　将集合中元素的共同特性描述出来，写在大括号内.

例如，小于 10 的自然数的集合 C，可表示为

$$C=\{\text{小于 10 的自然数}\}.$$

又如，由不等式 $x^2-3x+2>0$ 的所有解组成的集合 D，可表示为

$$D=\{x\,|\,x^2-3x+2>0\}.$$

集合以及集合之间的关系可以用图形表示，这种图称为文氏图. 文氏图是用一个简单的平面区域表示一个集合，集合内的元素用区域内的点来表示，如图 1－1.

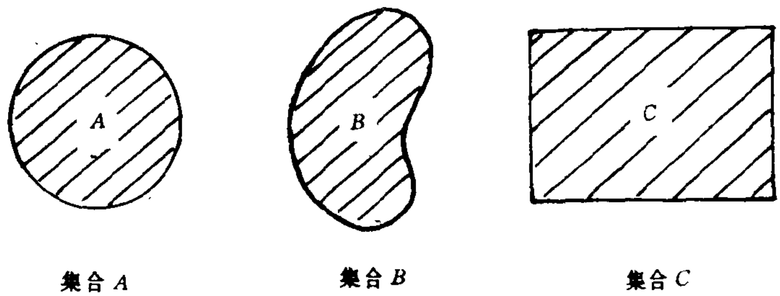


图 1-1

三、空集和全集

1. 空集

不包含任何元素的集合称为空集，记作$\varnothing$.

例如，若 R 表示实数的集合，$x^2+1=0$ 的实数根集合为空集，记作

$$\{x|x\in R,x^2+1=0\}=\varnothing.$$

应当注意，空集不能与含有单个元素“0”的集合$\{0\}$相混淆.

2. 全集

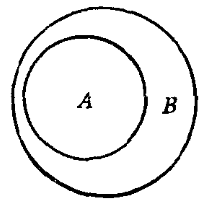
由所研究的所有事物构成的集合称为全集，记作 U.

全集是相对的，是与研究的问题相联系的，一个集合在一定条件下是全集，在另一条件下就可能不是全集. 例如，所讨论的问题仅限于自然数时，全体自然数就是全集；如果所讨论的问题在有理数范围内，那么自然数就不再是全集了. 又如，要检查某工厂产品的优劣，则全厂的产品是全集，如果只检查某车间的，则该车间的产品是全集.

四、集合的关系和运算

1. 子集

如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素，即“如果 $a\in A$，则 $a\in B$”，则称 A 为 B 的子集，记作 $A\subset B$ 或 $B\supset A$，读作“A 含于 B”或“B 包含 A”，如图 1-2.



$A\subset B$

图 1-2

例 6 设 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{1,3,5\}$，则

$$B\subset A.$$

例 7 设 $A=\{$车间主任$\}$，$B=\{$管理人员$\}$，则

$$A\subset B.$$

如果两个集合 A 与 B 互为对方的子集，即 $A\subset B$ 且 $B\subset A$，则称 A 与 B 相等，记作 $A=B$.

例 8 设 $A=\{x|x$ 为大于 0 小于 3 的整数$\}$，

$B=\{x|x^2-3x+2=0\}$，则

$$A=B.$$

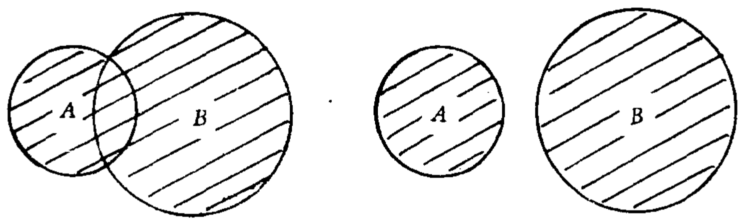
子集有下列性质：

(1) $A\subset A$，即任何一个集合都是它自身的子集.

(2) 对任意集合 A，有 $\varnothing\subset A$，即空集是任意集合的子集.

2. 并集

由集合 A 与集合 B 的所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$，即 $A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$，如图 1-3 中阴影部分.



$A\cup B$ $A\cup B$

图 1-3

例 9 设 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{2,3,5,7\}$，则

$$A\cup B=\{1,2,3,4,5,7\}.$$

例 10 设 $A=\{x\mid -1<x<2\}$，$B=\{x\mid 1<x<3\}$，则

$$A\cup B=\{x\mid -1<x<3\}.$$

并集有下列性质：

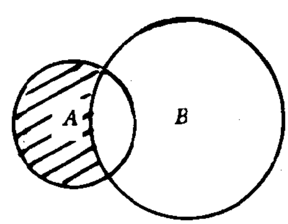
(1) $A\subset A\cup B$，$B\subset A\cup B$.

(2) 对任意集合 A，有

$$A\cup\varnothing=A,\qquad A\cup U=U,\qquad A\cup A=A.$$

3. 交集

由集合 A 与 B 的所有公共元素构成的集合，称为 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$，即 $A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}$，如图 1-4 中阴影部分.



$A\backslash B$

图 1-4

例 11 设 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{2,3,5,7\}$，

$$A\cap B=\{2,3\}.$$

例 12 设 $A=\{x\mid x>-2\}$，$B=\{x\mid x<3\}$，则

$$A \cap B=\{x \mid -2<x<3\}.$$

交集有下列性质：

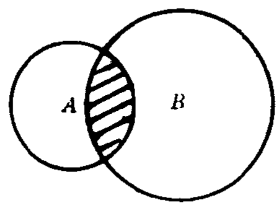
(1) $A \cap B \subset A, A \cap B \subset B$.

(2) 对任意集合 A，有

$$A \cap \varnothing=\varnothing, \quad A \cap U=A, \quad A \cap A=A.$$

4. 差集

由属于集合 A 而不属于集合 B 的所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的差集，记作 $A \backslash B$，即 $A \backslash B=\{x \mid x \in A$ 且 $x \notin B\}$. 如图 1－5 中阴影部分.



$A \cap B$

图 1－5

例 13 设 $A=\{1,2,3,4\}, B=\{2,3,5,7\}$，则

$$A \backslash B=\{1,4\}.$$

例 14 设 $A=\{x \mid x>1\}, B=\{x \mid -1<x<2\}$，则

$$A \backslash B=\{x \mid x>2\}.$$

5. 补集

如果 A 是全集 U 中的一个子集，由全集 U 中所有不属于 A 的元素构成的集合，称为 A 的补集，记作 $\complement_U A$，即 $\complement_U A=\{x \mid x \in U$ 且 $x \notin A\}$，如图 1－6 中阴影部分.

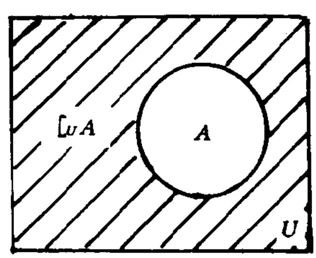


图 1－6

例 15 设 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}, A=\{1,2,3,4,5\}$，则

$$\complement_U A=\{6,7\}.$$

例 16 设 R 表示实数的集合，$U=R$，

$A=\{x|x^2+3x+2<0\}$，求 $\complement_U A$.

解 因为 $A=\{x|x^2+3x+2<0\}=\{x|-2<x<-1\}$，

所以 $$\complement_U A=\{x|x\leqslant -2\}\cup\{x|x\geqslant -1\}.$$

补集有下列性质：

$A\cup\complement_U A=U$，$A\cap\complement_U A=\varnothing$.

五、集合的运算律

求几个集合的并集、交集、差集和补集是集合的四种运算，这些运算满足下列规律.

设 A,B,C 是全集 U 的子集，则有

(1) 交换律： $A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$.

(2) 结合律： $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$，

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$.

(3) 分配律： $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$，

$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$.

(4) 摩根律： $\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B$，

$\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup\complement_U B$.

下面证明摩根律 $\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B$，其它由读者自行证明.

证 若 $x\in\complement_U(A\cup B)$，则 $x\overline{\in}A\cup B$，

即 $x\overline{\in}A$ 且 $x\overline{\in}B$，

亦即 $x\in\complement_U A$ 且 $x\in\complement_U B$，

因此 $x\in\complement_U A\cap\complement_U B$，

所以 $\complement_U(A\cup B)\subset\complement_U A\cap\complement_U B$；

反之，若 $x\in\complement_U A\cap\complement_U B$，

则 $x\in\complement_U A$ 且 $x\in\complement_U B$，

即 $x\overline{\in}A$ 且 $x\overline{\in}B$，

亦即 $x\overline{\in}A\cup B$，

因此 $x\in\complement_U(A\cup B)$，

所以　$\complement_U A\cap \complement_U B\subset \complement_U(A\cup B)$,

于是得到　$\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap \complement_U B$.

六、区间、区域和邻域

下面介绍今后常用的三个概念：区间、区域和邻域.

1. 区间

设 a,b 为实数，且 $a<b$.

(1) 满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a,b 为端点的开区间，记作 (a,b)，即

$$(a,b)=\{x\mid a<x<b\},$$

如图 1－7(1).

(2) 满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a,b 为端点的闭区间，记作 $[a,b]$，即

$$[a,b]=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\},$$

如图 1－7(2).

(3) 满足不等式 $a<x\leqslant b$（或 $a\leqslant x<b$）的所有实数 x 的集合，称为以 a,b 为端点的半开区间，记作 $(a,b]$（或 $[a,b)$），即

$$(a,b]=\{x\mid a<x\leqslant b\}$$

$$(\text{或}[a,b)=\{x\mid a\leqslant x<b\}),$$

如图 1－7(3)(4).

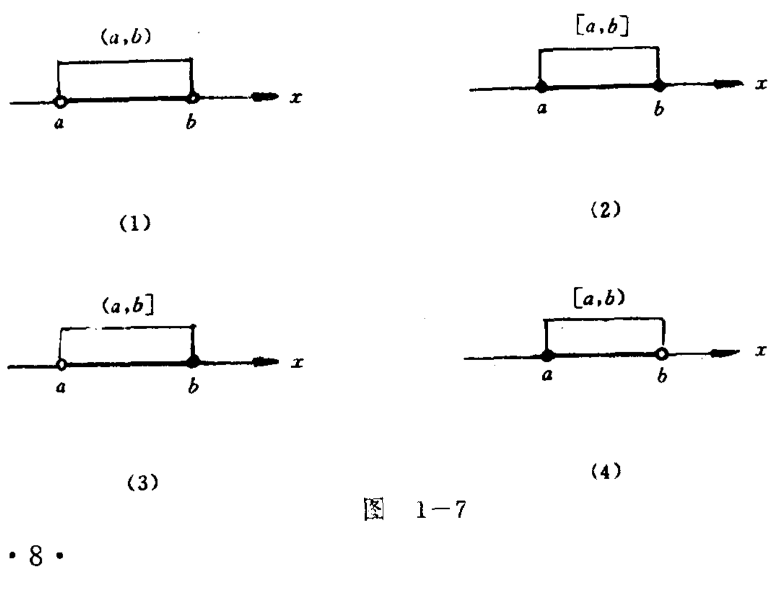


图　1－7

以上三类区间都称为有限区间.有限区间右端点 b 与左端点 a 的差 $b-a$,称为区间的长度.此外还有几类无限区间,引进记号 $+\infty$(读作正无穷大)及 $-\infty$(读作负无穷大),则可类似地表示无限区间.

(4) $(a,+\infty)=\{x|a<x\}$,如图 1－8(1).

$[a,+\infty)=\{x|a\leqslant x\}$,如图 1－8(2).

(5) $(-\infty,b)=\{x|x<b\}$,如图 1－8(3).

$(-\infty,b]=\{x|x\leqslant b\}$,如图 1－8(4).

(6) $(-\infty,+\infty)=\{x|-\infty<x<+\infty\}$,即全体实数的集合.

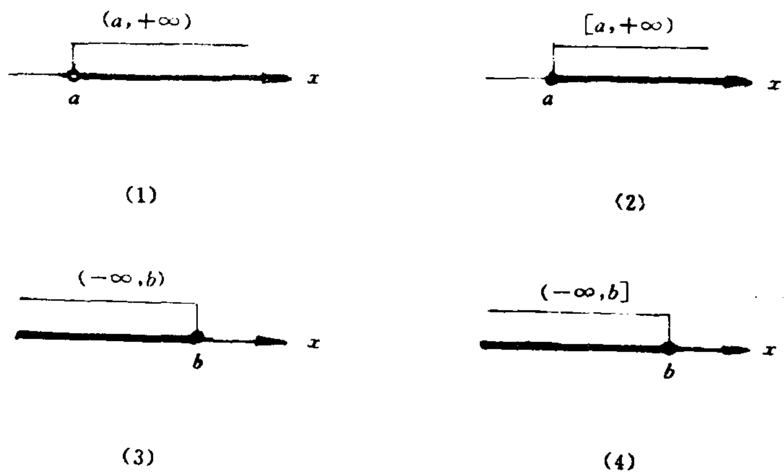


图 1－8

2. 区域

所谓平面区域,指的是由一条曲线或几条曲线所围成的平面上的一部分,通常用字母 D 表示,围成区域的曲线叫做该区域的边界,包括边界在内的区域叫做闭区域,否则,叫做开区域.如果区域延伸到无限远处,就称此区域是无界的,否则,称为有界的.

3. 邻域

设 a 与 δ 是两个实数,且 $\delta>0$.满足不等式

$$|x-a|<\delta \tag{1-1}$$

的所有实数 x 的集合称为点 a 的 δ 邻域,点 a 称为该邻域的中心,δ