等离子体动力学

T. J. M. 博伊德
J. J. 桑 德 森 著

科 学 出 版 社

等离子体动力学

T. J. M. 博伊德　J. J. 桑德森 著

戴世强　陆志云 译

吴 承 康 校

科 学 出 版 社

1 9 7 7

内 容 简 介

本书从宏观角度和微观角度阐明了等离子体的基本性质，叙述循序渐进，内容浅显易懂。全书共分十章，第一章为关于等离子体的一般介绍，第二章阐述带电粒子轨道理论，第三章至第六章描述磁流体力学方程及其应用（包括磁流体力学波动、不稳定性、流动和激波），第七章至第九章讨论等离子体中的波和辐射，最后一章简述等离子体动力论。

本书可供磁流体力学和等离子体物理学、受控热核反应、空间研究以及气体放电研究等方面教学、科研和工程技术部门的有关人员参考。

T. J. M. BOYD　J. J. SANDERSON

PLASMA DYNAMICS

Nelson, London, 1969

等 离 子 体 动 力 学

T. J. M. 博伊德　J. J. 桑德森 著

戴世强　陆志云 译

吴 承 康 校

*

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1977年1月第 一 版　开本：787×1092　1/32

1977年1月第一次印刷　印张：13 1/8

印数：0001—5,500　字数：297,000

统一书号：13031·486

本社书号：722·13—3

定价：1.35元

译者的话

近年来，等离子体物理学在一些重要的科研领域和工程技术部门(例如受控热核反应、直接发电、等离子体推进、空间研究等）获得了广泛应用，发展极为迅速，越来越多的工程技术人员、科学工作者要求对这门学科有一个总的、基本的了解.

本书内容侧重于基本概念，取材较新，并注意了宏观描述与微观描述相结合、理论与实验相结合. 每章末还附有提要和大量习题，是等离子体动力学的一本较好的入门书. 我们根据**洋为中用**的原则译出此书，以满足国内广大读者的需要. 由于译者水平有限，错误疏漏之处在所难免，欢迎读者批评指正.

本书第一章至第五章由陆志云同志翻译，第六章至第十章由戴世强同志翻译，全书由吴承康同志校阅.

原　　序

本书旨在作为大学高年级学生学习等离子体动力学的一本入门书．我们对等离子体动力学的探讨是从描述电磁场中带电粒子的轨道开始的，紧接着论述磁流体力学，其中包括讨论流动、激波及波动．最后两章叙述辐射过程及等离子体动力论．本书的一个特点是把实验结果与理论预言进行比较．

电动力学和流体动力学是必需的基础知识．所需的数学知识是基础的，并大抵是应用数学、物理学、天文学以及电工方面的大学生通常学过的；为了完整起见，附录里包括了关于张量及贝塞耳函数的一些结果．由于文献中广泛采用高斯单位制，因而本书也都采用它；对实用单位制（m.k.s.）有一个简短的附录．

由于本书只是作为一本导论性的书，因此不准备提供详尽的文献目录；尤其是很多俄文的等离子体物理文献，在我们的参考文献内没有反映．此外，关于实验工作，只打算讨论我们所熟知的部分．

T. J. M. 博伊德

J. J. 桑德森

目　　录

第一章 引 言

等离子体从最一般的意义上讲，是含有足量的自由带电粒子以致其动力学行为受电磁力支配的任何一种物质状态．由于金属及半导体中的电子属于这一范畴，所以等离子体物理学还包括固态；然而，本学科主要还是研究电离气体．很低的电离度就足以使气体呈现电磁性；在大约0.1%的气体电离情况下，气体的电导率就可达到其可能达到的最大值一半的数量级，而在1%电离情况下，就几乎是完全电离气体的电导率了．

太阳和恒星都是热得几乎全部电离的，而星际气体由于恒星辐射的作用，也是电离的．这实际上意味着宇宙中几乎全部物质都可以看作是等离子体[1]．在这一点上，地球是例外的；地球表面上自然产生的等离子体是不存在的(除闪电造成的瞬时等离子体外)．然而，地球上层的大气是电离的，这个区域叫做电离层；离地球更远些，是由地球磁场所捕获的电子和质子组成的地球辐射带(范阿伦带)．

横越大西洋的无线电波通讯，正是借助于电离层的等离子体性质得到解释的．这最终导出了阿普尔顿(Appleton)及哈特利(Hartree)[2]的磁离子理论，此理论是有关等离子体波传播问题的最早工作之一．差不多和磁离子理论发展的同时，第一次观测了等离子体振荡．这项工作主要是汤克斯(Tonks)及朗缪尔(Langmuir)[3]做的；正是朗缪尔在1928年首先提出了“等离子体”这一名词．其后符拉索夫(Vlasov)和朗道(Landau)提出了等离子体振荡的动力学描述；这标志着

等离子体动力论[4]的开端，它与早期采用玻耳兹曼分子气体理论是不同的.

最近，等离子体物理学的研究已经涉及到一些可能的技术应用，特别是受控热核反应方面的应用[5,6]，此外还有直接发电[7]，用于宇宙飞行的离子推进[8]及其它一些可能的应用. 在这些应用中遇到的一些问题(比如等离子体的磁约束问题)是相当困难的，而要达到的目标(比如取得更丰富的燃料)又非常令人响往，以致需要把研究工作扩展到对等离子体有一个总的和基本的了解. 因而这门学科仍然是物理工作者、应用数学工作者以及工程师们大有前途的研究领域.

等离子体物理学引人注意的一点是，它与许多经典物理学领域(从粒子动力学、流体力学到统计力学)有着共同的基础. 从理论角度来看，对等离子体的基本描述是物质的动力论. 我们定义一个位置、速度、时间的函数$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$，使$f\mathrm{d}\mathbf{r}\mathrm{d}\mathbf{v}$是坐标和速度空间内中心位于点$(\mathbf{r}, \mathbf{v})$上的六维体积元$\mathrm{d}\mathbf{r}\mathrm{d}\mathbf{v}$内找到粒子的几率. 这样，可观测到的等离子体的一些性质，就可以通过对这个函数f(即**分布函数**)取各种速度**矩**而得到. 例如，空间体积元$\mathrm{d}\mathbf{r}$的粒子数密度为

$$n(\mathbf{r}, t)=\int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\mathrm{d}\mathbf{v}, \tag{1.1}$$

式中积分区域为全部速度空间. 同样，在$\mathrm{d}\mathbf{r}$中的粒子的平均速度是

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)=\frac{\int \mathbf{v} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\mathrm{d}\mathbf{v}}{\int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\mathrm{d}\mathbf{v}}=\frac{1}{n}\int \mathbf{v} f \mathrm{d}\mathbf{v}. \tag{1.2}$$

密度对应于零阶矩(f乘以$\mathbf{v}^0$)，而平均速度是一阶矩(f乘以$\mathbf{v}^1$)；压力和温度是二阶矩，而热流矢量则是三阶矩的一个例子.

确定分布函数的方程叫做动力论方程. 通常得到该方程的直观论述方法是将宏观力(如外加场引起的力)与微观的碰

撞力分开来处理。首先假定粒子间的相互作用可以忽略。然后考虑$(\mathbf{r},\mathbf{v})$空间的某一给定体积，认为该体积内的粒子数将随时间变化，而变化速率将由通过该体积表面的粒子通量给出。在坐标空间($\mathbf{r}$ 空间)内，该通量为$\int f\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{n}}_r\mathrm{d}S_r$，式中 $\hat{\mathbf{n}}_r$ 是垂直于面积元 $\mathrm{d}S_r$ 的单位矢量，积分是沿 $\mathbf{r}$ 空间中的整个表面进行的；若 $\hat{\mathbf{n}}_r$ 是由该体积指向外面的，则积分就代表粒子流出的净通量。同样，速度空间 ($\mathbf{v}$ 空间) 中该体积内流出的粒子净通量是$\int f\mathbf{a}\cdot\hat{\mathbf{n}}_v\mathrm{d}S_v$，这里 $\mathbf{a}$ 是在以 $\hat{\mathbf{n}}_v$ 为单位法矢量的速度面元 $\mathrm{d}S_v$ 处粒子所受的加速度，积分沿 $\mathbf{v}$ 空间中的整个表面进行。因而

$$\frac{\partial}{\partial t}\int f\mathrm{d}\mathbf{r}\mathrm{d}\mathbf{v}=-\int f\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{n}}_r\mathrm{d}S_r\mathrm{d}\mathbf{v}-\int f\mathbf{a}\cdot\hat{\mathbf{n}}_v\mathrm{d}S_v\mathrm{d}\mathbf{r}. \quad (1.3)$$

把对时间取导数移至积分号内，并用高斯定理将面积分化为体积分，则(1.3)式可写成

$$\int \mathrm{d}\mathbf{r}\mathrm{d}\mathbf{v}\left[\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\cdot(\mathbf{v}f)+\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}}\cdot(\mathbf{a}f)\right]=0. \quad (1.4)$$

由于$(\mathbf{r},\mathbf{v})$空间内的体积是任意的，所以(1.4)式意味着

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\cdot(\mathbf{v}f)+\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}}\cdot(\mathbf{a}f)=0,$$

注意到 $\mathbf{r}$ 和 $\mathbf{v}$ 是自变量，上式可写成

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}}+\frac{\mathbf{F}}{m}\cdot\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}=0, \quad (1.5)$$

此处我们已假定，唯一依赖于速度的力是磁场所引起的力 $\mathbf{F}$，亦即形式为 $e(\mathbf{v}\times\mathbf{B})/c$ 的力。

现在假定我们考虑粒子间的相互作用。原则上，处理带电粒子产生的平均场是容易的，因为这可由泊松方程给出：

$$\nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=4\pi q(\mathbf{r},t)=4\pi\sum_i e_i\int f_i(\mathbf{r},\mathbf{v},t)\mathrm{d}\mathbf{v}, \quad (1.6)$$

这里用脚标来注明粒子类型，e_i 表示 i 型粒子的电荷. 因而电场 $\mathbf{E}$ 可与宏观力 $\mathbf{F}$ 一起包含在方程里. 然而，粒子所受的迅速起伏着的微观相互作用，却不能这么简单地表示出来，这就是所以要将"碰撞"单独处理的原因. 我们可写出

$$\frac{\partial}{\partial t}\int f\mathrm{d}\mathbf{r}\mathrm{d}\mathbf{v}=\int\frac{\partial f}{\partial t}\mathrm{d}\mathbf{r}\mathrm{d}\mathbf{v}=\int\left[\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_F+\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c\right]\mathrm{d}\mathbf{r}\mathrm{d}\mathbf{v},$$

式中方括号中的第一项表示由于宏观力 $\mathbf{F}$ 所引起的时间变化率，第二项表示由于碰撞所导致的变化率. 于是我们仍象以前那样处理第一项，而将第二项单独留下，便导出方程

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}}+\frac{\mathbf{F}}{m}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}=\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c, \tag{1.7}$$

这就是(有碰撞时的)动力论方程. 当然，仍须写出$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c$的某个数学表达式，但假定$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c$能表达为 f 和方程 (1.7) 左边的其他变量的函数，那么动力论方程就可确定分布函数. 由于电场 $\mathbf{E}$ 依赖于分布函数 f，因而要求出它的数值，就需要求出(每种粒子的)动力论方程与电磁场麦克斯韦方程组的自洽解，所以电场 $\mathbf{E}$ 常常称为自洽场. 与(1.6) 式联立的麦克斯韦方程组是[1]

$$\left.\begin{aligned}&\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t},\\&\nabla\times\mathbf{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}\mathbf{j},\\&\nabla\cdot\mathbf{B}=0,\end{aligned}\right\}\tag{1.8}$$

1) 在等离子体物理学中明晰地讨论所有电流密度和电荷密度是方便的；这样一来，麦克斯韦方程只出现 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 的项而不涉及 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{H}$(参看附录 4).

式中电流密度

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},t)=\sum_i e_i\int \mathbf{v}f_i(\mathbf{r},\mathbf{v},t)\mathrm{d}\mathbf{v}. \tag{1.9}$$

(1.7) 式右边的形式取决于对碰撞所作的假设。大家最熟知的表达式是以二体碰撞动力学理论为基础的玻耳兹曼碰撞积分，对 i 型和 j 型粒子间的相互作用，此积分由下式给出：

$$\left(\frac{\partial f_i(\mathbf{r},\mathbf{v},t)}{\partial t}\right)_c=\int \mathrm{d}\mathbf{v}'\int \mathrm{d}\Omega\sigma(|\mathbf{v}-\mathbf{v}'|,\theta)|\mathbf{v}-\mathbf{v}'|$$

$$[f_i(\mathbf{r},\bar{\mathbf{v}},t)f_j(\mathbf{r},\bar{\mathbf{v}}',t)-f_i(\mathbf{r},\mathbf{v},t)f_j(\mathbf{r},\mathbf{v}',t)] \tag{1.10}$$

式中 $\mathbf{v},\mathbf{v}'$ 是初速度；$\bar{\mathbf{v}},\bar{\mathbf{v}}'$ 是末速度，σ 是微分散射截面，θ 是散射角，$\mathrm{d}\Omega$ 是立体角元 $\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi$。在这里推导此表达式是不适宜的(将在 10.7 节中推导)，然而，通过下列讨论可以使此积分看来是合理的。粒子 i 以速度 $|\mathbf{v}-\mathbf{v}'|$ 接近粒子 j，进入截面 σ 内的粒子以 θ 角散射。因而，用找到这两种粒子的几率 f_if_j 乘上 $\mathrm{d}\mathbf{v}'\mathrm{d}\Omega\sigma(|\mathbf{v}-\mathbf{v}'|,\theta)|\mathbf{v}-\mathbf{v}'|$，并沿全部立体角和全部 $\mathbf{v}'$ 进行积分，便得出 i 型粒子从点 $(\mathbf{r},\mathbf{v})$ 处的体积元内消失的速率；这是由项 $f_i(\bar{\mathbf{v}})f_j(\bar{\mathbf{v}}')$ 表示的。项 $f_i(\bar{\mathbf{v}})f_j(\mathbf{v}')$ 代表因碰撞而获得的粒子数，可以用与前述类似的方法得到，但需要利用碰撞的某些性质。写出

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c=\sum_j\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{c_j},$$

动力论方程称为玻耳兹曼方程[9-12]。

从这一例子可以看出，碰撞项一般是 f 的复杂的非线性函数，并且动力论中绝大部分数学困难的根源所在。幸好我们常可将碰撞完全忽略不计。粒子因碰撞而发生明显偏转所需的平均时间称为碰撞时间(τ_c)，它的倒数称为碰撞频率(ν_c)。这样，忽略碰撞的必要条件是 $\nu_c\ll\omega$，此处 ω 是表征宏观力随

时间变化的频率. 此条件也可以用平均自由程（即两次明显偏转间粒子通过的平均距离）表示；若 λ_c 为平均自由程，则上述条件是 $\lambda_c \ll L$，这里长度 L 表征宏观场发生可观改变的距离. 把碰撞项忽略掉，(1.7)式就简化为(1.5)式，此式称为无碰撞的玻耳兹曼方程或符拉索夫方程. 然而，即使作了这种简化，要同时求解方程组 (1.5)—(1.9) 也是经常难以进行的. 从教学观点来看，最好由更简单的理论开始叙述等离子体动力学.

在第二章里我们介绍粒子轨道理论. 这一理论基本上等价于无碰撞动力论(参看 10.4 节)，但引入了更进一步的简化假设. 实际上，我们通过计算在给定电磁场中单个粒子的轨道来描述等离子体. 很清楚，只要电荷分布或电流分布在动力学中起主要作用，轨道理论便不能应用；两个进一步的条件显然是：感应场和外加场相比必须是小量；等离子体必须无碰撞. 虽然有这些限制，但轨道理论对等离子体运动仍是一种有用的描述，尤其在强磁场情况，这时粒子的基本运动(参看 2.2 节）是频率 $\Omega = eB/mc$、半径 $r_L = v_\perp/\Omega$（$v_\perp$ 是垂直于磁场 $\mathbf{B}$ 的速度分量）的绕磁力线的旋转运动；量 Ω 和 r_L 称为拉莫尔频率和拉莫尔半径.

象动力论一样，轨道理论是一种微观描述；鉴于所作的假设，该理论是比较简单的. 然而，推导出一种宏观理论是得到简化的另一种方法. 这一点将在第三章中叙述，在第三章中，我们用了由分布函数 f 求得宏观变量 $\mathbf{n}$ 及 $\mathbf{u}$ 的同样办法，也就是取速度矩的办法，由动力论方程得到了一组宏观方程. 不难看出，例如，利用(1.1)式和(1.2)式，(1.7)式的零阶矩导出了密度方程

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{u}) = 0. \tag{1.11}$$