

建 筑 工 程 部

預應力混凝土及鋼筋混凝土結構會議
快速施工經驗交流會

技 術 資 料 選 編

第 五 集 設 計 計 算 理 論

建 筑 工 程 部 建 筑 科 學 研 究 院 編
施 工 管 理 局

建 筑 工 程 出 版 社

11
12

· 建 筑 工 程 部

預应力混凝土及鋼筋混凝土結構會議
快 速 施 工 經 驗 交 流 會

技 術 資 料 選 編

第五集 設計計算理論

建築工程部 建築科學研究院 編
施 工 管 理 局

~~建 筑 工 程 出 版 社 出 版~~

2P70/03

· 建築工程 部
預應力混凝土及鋼筋混凝土結構會議
快速施工經驗交流會
技術資料選編
第五集 設計計算理論

建築工程 部 建築科學研究院 編
施 工 管 理 局

*

1959年8月第1版 1959年8月第1次印刷 5,070册

850×1168 1/32 · 87千字 · 印張3 · 插頁4 · 定價(10)0.66元

建築工程出版社印刷廠印刷 · 新華書店發行 · 書號: 1697

建築工程出版社出版(北京市西郊百萬庄)
(北京市書刊出版業營業許可証出字第052號)

目 录

- 簡化变梁常数計算的 K 值公式建筑科学研究院 (1)
- 多层框架在风荷載作用下的近似計算
.....建筑科学研究院綜合結構研究室 (15)
- 彈性圓柱壳預应力分析中国科学院土木建筑研究所 (29)
- 四边簡支双曲扁壳的差分計算法
.....建筑科学研究院綜合結構研究室 (57)
- 四边彈性支承双曲扁壳差分計算法介紹
.....建筑科学研究院綜合結構研究室 (72)
- 用差分法解鋸齿形厂房結構
.....建筑科学研究院綜合結構研究室 (78)
- 鋸齿形厂房結構的簡化計算
.....建筑科学研究院綜合結構研究室 (88)

簡化变梁常数計算的K值公式

建筑科学研究院

一、緒 論

任一变梁可視作系一等截面梁在一端或两端加腋或減腋而成。在宋启根与著者的前一論文^①中曾获得下列的結果：

(一) 变梁常数 ϕ 可分开为等截面梁的 $\bar{\phi}$ 及 a 与 b 两端加腋或減腋的 ϕ^a 与 ϕ^b 三部分計算而后用下列总公式疊加而求得

$$\phi = \bar{\phi} - \phi^a - \phi^b \quad (1)$$

(二) ϕ^a 与 ϕ^b 值可用 a 与 b 两端 I_0/I 余图^②的各项积分值 F 計算之。所謂 I_0/I 余图就是从等截面梁的 $I_0/I=1$ 图減去变梁的 I_0/I 图后所剩余两端加腋或減腋的 I_0/I 图。

(三) I_0/I 余图的曲綫可用一根三次抛物綫来代替它以計算其各项积分 F 的近似值。其計算若用 J 值表，更为簡便。

(四) 每一种荷載情况的 ϕ^a 与 ϕ^b 值又可用一种 K 值表直接計算。此項 K 值表系将 J 值代入 ϕ^a 与 ϕ^b 公式的 F 值中而算出。

預先算成的 K 值表虽便于使用，但一般存有不方便与不精确的双重插入法的缺点。为了免除此項缺点，本文将六种基本荷載情况下計算 ϕ^a 值的 K 值公式导出。計算 ϕ^b 值及其他常見荷載情况下 ϕ^a 值的 K 值公式均不难由此导得。

二、計算 ϕ^a 的K值公式的导算

在六种基本荷載情况下，計算 ϕ^a 值的 K 值公式列成表1与2。在几种导得荷載情况下計算 ϕ^a 值的 K 值公式列成表3，作为例子。

① 土木工程学报，3卷3期1956年8月，303—343頁。

② I 为变梁任一截面的慣矩， I_0 为 I 的最小或最大值选定用作計算标准的。

为了使讀者不必參閱前文，并将前文所述的方法略加改变，茲将在 I 种荷載情况下（如图1(a)所示，离 a 端 kL 距离有一集中荷載 W ）計算 ϕ^0 值的 K 值公式扼要导出，作为示例。

图2(a) 示任一变梁。如图2(b) 所示，其在任何荷載下的常数可用該梁簡支时两端的角速度 α_a^0 与 α_b^0 表示之。 α_a^0 与 α_b^0 之值可用虛功法求得如下：

$$\alpha_a^0 + \alpha_b^0 = \frac{1}{EI_0} \int_0^L M_x y dx \quad (2)$$

$$\alpha_b^0 = -\frac{1}{EI_0 L} \int_0^L M_x y x dx \quad (3)$$

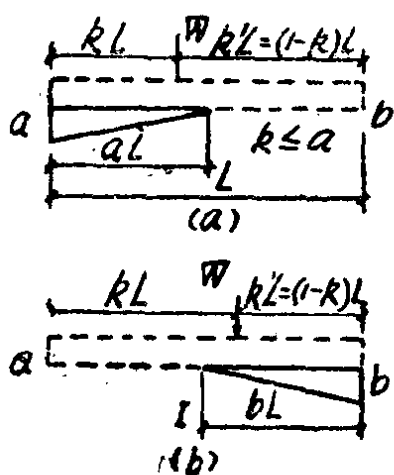


图 1

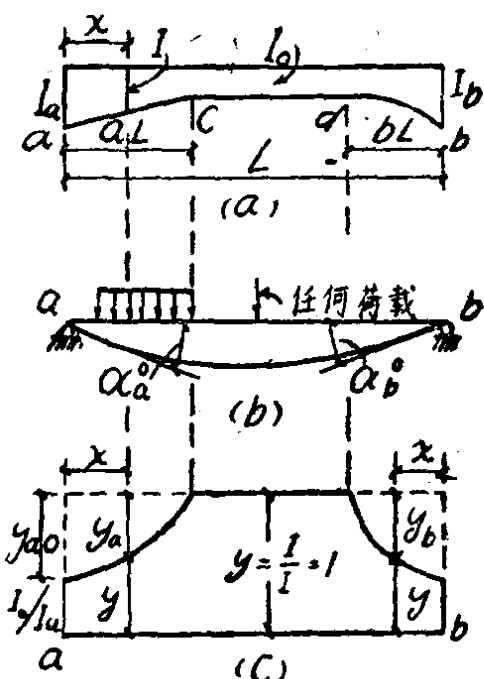


图 2

其中 $y = I_0/I$, M_x 为距左端 a 任一截面 x 的撓矩。

如图2(c) 所示，变梁的 I_0/I 图可視作系等截面梁的 $I_0/I = 1$ 图減去其 a 与 b 两端梁腋部分的 I_0/I 余图。这三个图在任一截面的豎距分别为 1 , y_a 与 y_b 。由式(2) 可写成

$$\alpha_a^0 + \alpha_b^0 = \frac{1}{EI_0} \left[\int_0^L M_x dx - \int_0^L M_x y_a dx - \int_{(1-b)L}^L M_x y_b dx \right] \quad (4)$$

由此可見式(4)的三項与总公式(1)的 $\bar{\phi}$, ϕ^a 及 ϕ^b 三項相对应。

$\bar{\phi}$ 值既易算出; 如以后所说明, ϕ^b 的 K 值公式可由 ϕ^a 的导出, 故以下只将 ϕ^a 的 K 值公式扼要导出。于 I 种荷载情况下, 当 $0 \leq x \leq kL$ 时, $M_x = -W(1-k)x$; 当 $kL \leq x \leq L$ 时, $M_x = Wk(L-x)$ 。设 $k \leq a$, 左端 a 梁腋部分的 $\alpha_a^0 + \alpha_b^0$ 值可由式 (4) 的第二项求得如下:

$$\alpha_a^0 + \alpha_b^0 = \frac{1}{EI_0} \int_0^L M_x y_a dx = \frac{W}{EI_0} \left[(1-k) \int_0^{kL} y_a x dx + k \int_{kL}^{aL} y_a (L-x) dx \right] \quad (5)$$

如图 3 (b) 所示, I_0/I 余图任一截面 x 的竖距 y_a 为

$$y_a = y'_a + y''_a \quad (6)$$

其中三角形面积 Oac 的 y'_a 为

$$y'_a = y_{a0} \left(1 - \frac{x}{aL} \right) \quad (7)$$

若将一根三次抛物线通过类似截面面积的 y_{a3} 与 y_{a7} 两竖距以代替 I_0/I 余图的曲线, 其竖距 y''_a 为

$$y''_a = \frac{25}{21} \left(\frac{x}{aL} \right) \left[7 - 17 \left(\frac{x}{aL} \right) + 10 \left(\frac{x}{aL} \right)^2 \right] y_{a3} + \frac{25}{21} \left(\frac{x}{aL} \right) \left[-3 + 13 \left(\frac{x}{aL} \right) - 10 \left(\frac{x}{aL} \right)^2 \right] y_{a7} \quad (8)$$

由图 2 (c) 与 3 (b) 的几何性可得 y_{a0} , y_{a3} 及 y_{a7} 之值为

$$y_{a0} = 1 - \frac{I_0}{I_a}; \quad y_{a3} = 0.3 + 0.7 \frac{I_0}{I_a} - \frac{I_0}{I_{a3}}; \quad y_{a7} = 0.7 + 0.3 \frac{I_0}{I_a} - \frac{I_0}{I_{a7}} \quad (9)$$

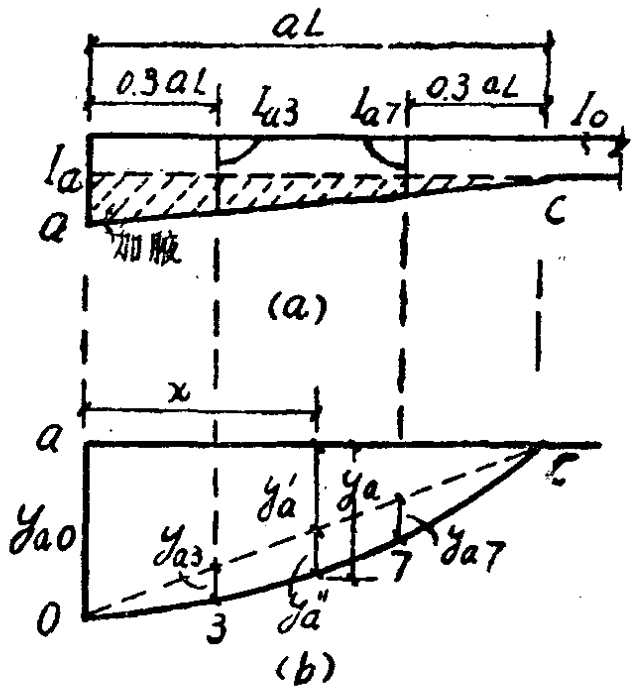


图 3

将式(6)至(8)的 y_a 值代入式(5)中, 可得

$$\alpha_a^0 + \alpha_b^0 = \frac{WL^2}{EI_0} \phi_{(a^0+b^0)}^a \quad (10)$$

其中 $\phi_{(a^0+b^0)}^a$ 为 a 端梁腋部分的 $\alpha_a^0 + \alpha_b^0$ 角度系数, 其值可以下式表之。

$$\phi_{(a^0+b^0)}^a = K_0 y_{a0} + K_3 y_{a3} + K_7 y_{a7} \quad (11)$$

其中 K_0 , K_3 及 K_7 值见表1中的式(9)至(11)。

注意: 于式(10)与(11)中, ϕ 的上标 a 指梁腋所在之端, 其下标 a 与 b 指角变系数所在之端, 以下同此。

当 $k \geq a$, 式(4)第二项中 $M_x = W(1-k)x$, 故

$$\alpha_a^0 + \alpha_b^0 = \frac{1}{EI_0} \int_0^{aL} M_x y_a dx = \frac{W(1-k)}{EI_0} \int_0^{aL} y_a x dx \quad (12)$$

再将式(6)至(8)的 y_a 值代入式(12)中, 也得到式(10)与(11), 后式中 K_0 , K_3 及 K_7 值见表1中的公式(15)至(17)。

以相同的方法, 由式(3)可得与式(10)及(11)相似的左端 a 梁腋部分的 α_b^0 值为

$$\alpha_b^0 = \frac{WL^2}{EI_0} \phi_{b0}^a \quad (13)$$

$$\text{及 } \phi_{b0}^a = K_0 y_{a0} + K_3 y_{a3} + K_7 y_{a7} \quad (14)$$

当 $k \leq a$ 或 $k \geq a$ 时, 式(14)中 K_0 , K_3 及 K_7 值分别见表1中的式(12)至(14)与式(18)至(20)。

若变梁 a 端为减腋如图4

(a)所示, 图(b) I_0/I 余图的

竖距 y_{a0} 为负号, 但竖距 y_{a3} 与 y_{a7} 仍为正号, 故应用总公式(1)时 ϕ^a 值应为负号。

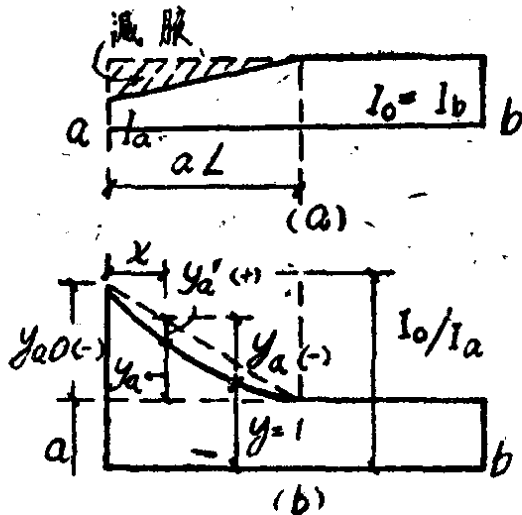


图 4

三、由 ϕ^a 值計算 ϕ^b 值

于六种基本荷載情况中，由 ϕ^a 值計算 ϕ^b 值的方法各不相同，茲分別扼要說明如下：

(一) 荷載情况 I —— 將 $k \leq a$ 時計算 ϕ^a 值的图1(a)的位置左右返向，并將其中代号“a”、“b”及“k”分別改為“b”、“a”及“ $k' = 1 - k$ ”，即可得 $k \geq (1 - b)$ (或 $k' \leq b$)時計算 ϕ^b 值的图1(b)。換言之， b 与 k 为任何值時計算 $\phi_{(a+b)}^b$ 与 ϕ_a^b 的K值公式等于 $a = b$ 及 k 改為 $1 - k$ 時計算 $\phi_{(a+b)}^a$ 与 ϕ_b^a 的K值公式。

(二) 荷載情况 II —— 由 ϕ^a 值求 ϕ^b 值的方法与情况 I 相同，当梁及荷載 M (見图7(a)) 左右反向時，力矩 M 由正号变成負号。

(三) 荷載情况 III —— 图5(a)的情况 III-A 先从 $k = 1$ 時的情况 III 減去情况 III 求得。將图5(a) 左右反向并照上述改变代号得計算 ϕ^b 值的情况 III 如图5(b)。所以 b 与 k 为任何值時計算情况 III 中 $\phi_{(a+b)}^b$ 与 ϕ_a^b 的K值公式等于 $a = b$ 及 k 改為 $1 - k$ 時計算情况 III-A 中 $\phi_{(a+b)}^a$ 与 ϕ_b^a 的K值公式。

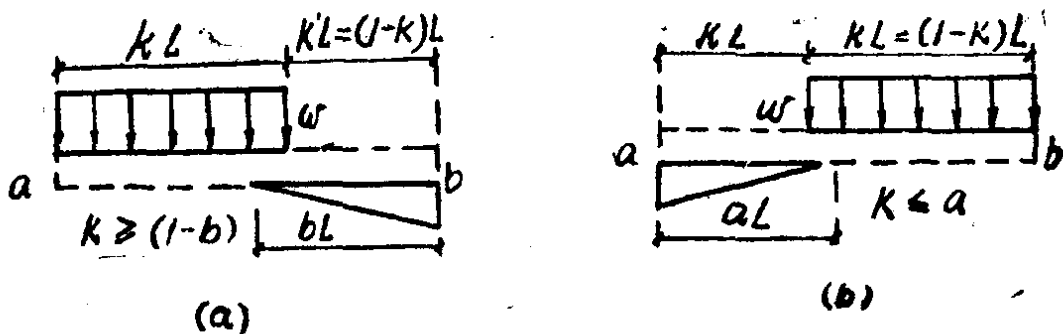


图 5

(四) 荷載情况 IV —— 先从 $k = 1$ 時情况 IV 減去 k 乘情况 IV，得情况 IV-A 如图6(a)。再从图5(a)的情况 III 減去图6(a)的情况 IV-A，并將所得結果除以 $(1 - k)$ ，即得图6(b)的情况 IV-B。將图6(b) 左右反向，即得計算 ϕ^b 的情况 IV 如图6(c)。所以 b

与 k 为任何值时, 计算情况 IV 中 $\phi_{(a+b)}^b$ 与 ϕ_b^a 的 K 值公式等于 $a=b$ 及 k 改为 $1-k$ 时计算情况 IV-B 中 $\phi_{(a+b)}^a$ 与 ϕ_b^a 的 K 值公式。

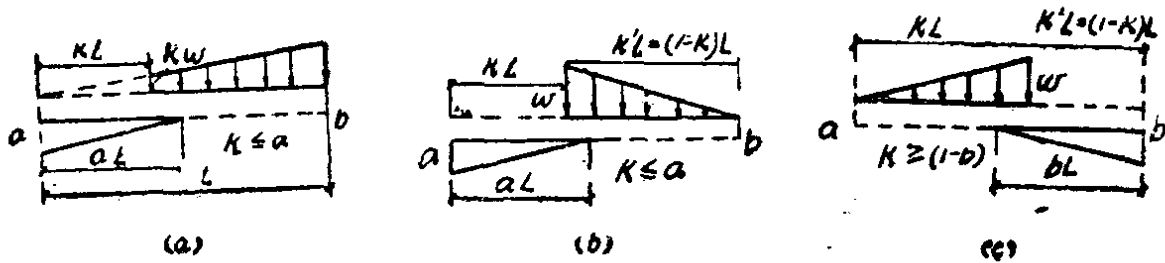


图 6

(五) 荷载情况 V 与 VI 由表 1 中该两种情况的附图可以看出当 b 与 k 为任何值时, 计算情况 V 中 $\phi_{(a+b)}^b$ 与 ϕ_b^a 的 K 值公式等于 $a=b$ 及 k 改为 $1-k$ 时计算情况 VI 中 $\phi_{(a+b)}^a$ 与 ϕ_b^a 的 K 值公式, 反之亦然。

四、形角变系数的 K 值公式

计算图 7 (b) 与 (c) a 端梁腋的形角变系数 ϕ_a^a , ϕ_b^a 及 ϕ_{ab}^a 的

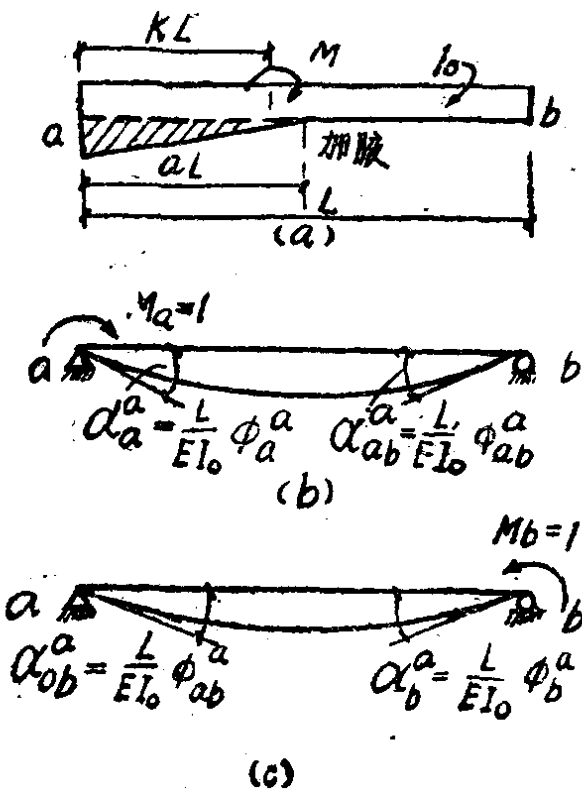


图 7

K 值公式, 可由图 7 (a) 荷载情况 II 中计算 $\phi_{(a+b)}^a$ 与 ϕ_b^a 的 K 值公式求得。即于表 1 的式 (3) 及 (4) 中令 $k=0$, 分别得 $\bar{\phi}_a + \bar{\phi}_{ab} = 1/2$ 与 $\bar{\phi}_{ab} = 1/6$ 于式 (4) 中令 $k=1$, 得 $-\bar{\phi}_b = -1/3$ 。于

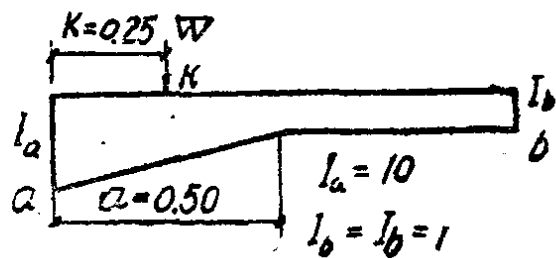


图 8

表1的式(21)至(23)及式(24)至(26)中, 令 $k=0$, 即分別得計算 $(\phi_a^a + \phi_{ab}^a)$ 及 ϕ_{ab}^a 的 K 值公式。式(30)至(32)即系計算 $-\phi_b^a$ 的 K 值公式。將以上各式 ϕ “ a ”與“ b ”兩個代號互換即分別得計算 $(\phi_b^b + \phi_{ab}^b)$, ϕ_{ab}^b 及 $-\phi_a^b$ 的 K 值公式。

五、數字算例

以下舉四個簡單而典型的算例以說明 K 值公式的應用方法, 借以顯出用 K 值公式所得結果是很接近于用其他方法所得較精確值的。

算例1 圖8示一矩形截面梁只其左端 a 有直綫加腋, k 點有一集中荷載 W 。 $a=0.50$, $k=0.25$, 故 $k/a=0.50$, $I_a=10$, $L_0=L_b=1$, 求各項形角變係數與載角變係數及力矩分配法中的各項形常數與載常數之值。

(一)計算 y_{a0} 、 y_{a3} 及 y_{a7} 值——由直綫加腋可得 $I_{a3}=(1.80810)^3=5.9111$, $I_{a7}=(1.34633)^3=2.4404$, 用式(9)得

$$y_{a0}=1 - \frac{1}{10} = 0.9; \quad y_{a3}=0.3 + \frac{0.7}{10} - \frac{1}{5.9111} = 0.20083,$$

$$y_{a7}=0.7 + \frac{0.3}{10} - \frac{1}{2.4404} = 0.32023.$$

(二)計算 K 值——因右端 b 無加腋, 故所有 ϕ^b 值皆為零。令 $k=0$, 用表1中的式(21)至(23)計算 $(\phi_a^a + \phi_{ab}^a)$ 的 K 值:

$$K_0 = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \left(3 - \frac{1}{2} \right) = 0.208333;$$

$$K_3 = \frac{25}{252} \times \frac{1}{2} \left(4 - \frac{1}{2} \right) = 0.173611;$$

$$K_7 = \frac{25}{252} \times \frac{1}{2} \left(4 - \frac{3}{2} \right) = 0.124008.$$

令 $k=0$, 用表1中的式(24)至(26)計算 ϕ_{ab}^a 的 K 值:

$$K_0 = \frac{1}{12} \times \frac{1}{4} \left(2 - \frac{1}{2} \right) = 0.031250;$$

$$K_3 = \frac{5}{252} \times \frac{1}{4} \left(5 - \frac{1}{2} \right) = 0.022321;$$

$$K_7 = \frac{5}{252} \times \frac{1}{4} \left(15 \times \frac{11}{2} \right) = 0.047123。$$

由是得 ϕ_a^a 的 K 值为,

$$K_0 = 0.208333 - 0.031250 = 0.177083;$$

$$K_3 = 0.173611 - 0.022321 = 0.151290;$$

$$K_7 = 0.124008 - 0.047123 = 0.076885。$$

用式 (30) 至 (32) 计算 ϕ_b^a 的 K 值:

$$K_0 = \frac{1}{12} \times \frac{1}{8} = 0.010417;$$

$$K_3 = \frac{5}{252} \times \frac{1}{8} = 0.002480;$$

$$K_7 = \frac{55}{252} \times \frac{1}{8} = 0.027282。$$

用式 (9) 至 (11) 计算 $\phi_{(a+b)^a}$ 的 K 值:

$$K_0 = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \left[\frac{1}{2} \left(3 - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{4} \left(3 - \frac{1}{2} \right) \right] \\ = 0.026042;$$

$$K_3 = \frac{25}{252} \times \frac{1}{4} \left[-\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \left(14 \right. \right. \\ \left. \left. - 17 \times \frac{1}{2} + 6 \times \frac{1}{4} \right) \right] = 0.021701;$$

$$K_7 = \frac{25}{252} \times \frac{1}{4} \left[-\frac{1}{2} \left(4 - \frac{3}{2} \right) + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \left(6 \right. \right. \\ \left. \left. - 13 \times \frac{1}{2} + 6 \times \frac{1}{4} \right) \right] = 0.034102。$$

用式(12)至(14)計算 ϕ_{i_0} 的 K 值:

$$K_0 = \frac{1}{12} \times \frac{1}{4} \left[\frac{1}{4} \left(2 - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{16} \left(2 - \frac{1}{2} \right) \right] \\ = 0.005859;$$

$$K_3 = \frac{5}{252} \times \frac{1}{4} \left[\frac{1}{4} \left(5 - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{16} \times \frac{1}{2} \left(35 \right. \right. \\ \left. \left. - 51 \times \frac{1}{2} + 25 \times \frac{1}{4} \right) \right] = 0.003333;$$

$$K_7 = \frac{5}{252} \times \frac{1}{4} \left[\frac{1}{4} \left(15 - \frac{11}{2} \right) + \frac{1}{16} \times \frac{1}{2} \left(15 \right. \right. \\ \left. \left. - 39 \times \frac{1}{2} + 20 \times \frac{1}{4} \right) \right] = 0.011858。$$

(三) 計算形角變係數 ϕ_a , ϕ_b 及 ϕ_{ab} ——用式(11)或(14)得:

$$\phi_a^a = 0.177083 \times 0.9 + 0.151290 \times 0.20083 + 0.076885 \\ \times 0.32023 = 0.21438;$$

$$\phi_b^a = 0.010417 \times 0.9 + 0.002480 \times 0.20083 + 0.027282 \\ \times 0.32023 = 0.01861;$$

$$\phi_{ab}^a = 0.031250 \times 0.9 + 0.022321 \times 0.20083 + 0.047123 \\ \times 0.32023 = 0.04770。$$

用總公式(1), 得

$$\phi_a = \frac{1}{3} - 0.21438 = 0.11895, (0.11833, +0.52%);$$

$$\phi_b = \frac{1}{3} - 0.01861 = 0.31472, (0.31433, +0.12%);$$

$$\phi_{ab} = \frac{1}{6} - 0.04770 = 0.11897, (0.11867, +0.25%)。$$

上得結果后面括号中第一个数字系由众周知的史氏(A. Straussner)表所得較精確的結果, 其后百分数系本文方法每算得的

結果和它們比較的差誤。

(四) 計算載角變系數 ϕ_a 與 ϕ_b 。一等截面梁的 $\bar{\phi}_{(a^{\circ}+b^{\circ})}$ 與 $\bar{\phi}_b$ 值可用表1中的式(1)與(2)求得分別為0.09375與0.03906。用上得的K值及式(11)或(14)可算得下列結果：

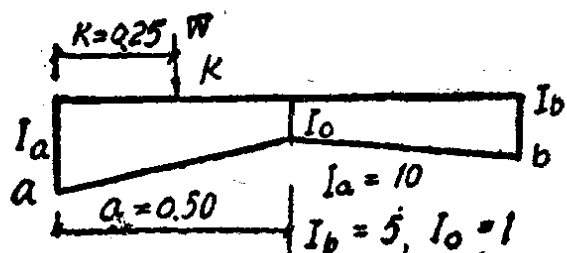


圖 9

$$\phi_{(a^{\circ}+b^{\circ})}^a = 0.03872;$$

$$\phi_b^a = 0.00974$$

$$\text{故 } \phi_{(a^{\circ}+b^{\circ})} = 0.09375$$

$$- 0.03872 = 0.05503,$$

$$\phi_b = 0.03906 - 0.00974$$

$$= 0.02932,$$

$$(0.02931, +0.03\%)$$

$$\phi_a = 0.02571, (0.02575, -0.16\%)$$

(五) 計算力矩分配法中的各項變梁常數。既知變梁的各項形角變與載角變系數之後，任何剛構分析法所需變梁的各項他種形常數與載常數極易由其換算而得。例如力矩分配法所需值變梁的形常數為兩端的力矩傳遞系數 C_{ab} 與 C_{ba} 及兩端的勁度 S_{ab} 與 S_{ba} ，所需的載常數為兩端的定端力矩 M_{Fab} 與 M_{Fba} ，均可由以上所得的形角變與載角變系數分別換算求得如下。所用公式的來源為著者的“變截面剛構分析”第28—29頁，表(1—2)(二)的第(一)直行。

$$C_{ab} = \frac{\phi_{ab}}{\phi_b} = \frac{0.11897}{0.31472} = 0.3780;$$

$$C_{ba} = \frac{\phi_{ab}}{\phi_a} = \frac{0.11897}{0.11895} = 1.0002;$$

$$\begin{aligned} S_{ab} &= \frac{\phi_b}{\phi_a \phi_b - \phi_{ab}^2} \times \frac{EI_0}{L} \\ &= \frac{0.31472}{0.11895 \times 0.31472 - (0.11897)^2} \times \frac{EI_0}{L} \\ &= \frac{0.31472}{0.023282} \times \frac{EI_0}{L} = 13.5177 \frac{EI_0}{L}; \end{aligned}$$

$$S_{ba} = \frac{\phi_a}{\phi_a \phi_b - \phi_{ab}^2} \times \frac{EI_0}{L} = \frac{0.11895}{0.023282} \times \frac{EI_0}{L} = 5.1091 \frac{EI_0}{L};$$

$$\begin{aligned} M_{fab} &= \frac{\phi_b \phi_{a^0} - \phi_{ab} \phi_{b^0}}{\phi_a \phi_b - \phi_{ab}^2} \times WL \\ &= \frac{0.31472 \times 0.02575 - 0.11897 \times 0.02932}{0.023282} \times WL \\ &= 0.19826WL; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{fba} &= \frac{\phi_a \phi_{b^0} - \phi_{ab} \phi_{a^0}}{\phi_a \phi_b - \phi_{ab}^2} \times WL \\ &= \frac{0.11895 \times 0.02932 - 0.11897 \times 0.02575}{0.023282} \times WL \\ &= 0.01822WL。 \end{aligned}$$

算例 2 設算例 1 图 8 变梁的右端亦有直綫加腋 ($b=0.50$, $I_b=5$), 但荷載不变, 如图 9 所示, 求各項形角变及載角变系数之值。

所有角变系数的 ϕ^a 值与算例 1 相同, 只須計算其 ϕ^b 值。于右端 b 的直綫可加腋, 得 $I_{b_3} = (1.497)^2 = 3.3548$; $I_{b_7} = (1.213)^2 = 1.7848$ 。用式 (9),

$$y_{b_0} = 1 - \frac{1}{5} = 0.8; \quad y_{b_3} = 0.3 + \frac{0.7}{5} - \frac{1}{3.3548} = 0.14192;$$

$$y_{b_7} = 0.7 + \frac{0.3}{5} - \frac{1}{1.7848} = 0.19971。$$

因 $b=0.50$, 与算例 1 的 $a=0.50$ 相等, 故本算例中計算 ϕ_b^b, ϕ_a^b 及 ϕ_{ab}^a 的各項 K 值与算例 1 中計算 ϕ_a^a, ϕ_b^a 及 ϕ_{ab}^b 的各項 K 值分別相等无須另算。

計算 $\phi_{(a^0+b^0)}$ 及 ϕ_a^b 的 K 值时, 如前所說明, 今 $b=a=1/2$ 及 $k=1-1/4=3/4$, 采用表 1 中的式 (15) 至 (17), 但其中 $(1-k)$ 为 $1/4$, a 为 $1/2$, 由是得 $\phi_{(a^0+b^0)}$ 的 K 值为

$$K_0 = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 0.010417;$$

$$K_3 = \frac{25}{252} \times \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 0.006200;$$

$$K_7 = \frac{25}{84} \times \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = 0.018601。$$

同此，用式(18)至(20)得 ϕ_a^b 之K值为

$$K_0 = \frac{1}{12} \times \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = 0.002604;$$

$$K_3 = \frac{5}{252} \times \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = 0.000620;$$

$$K_7 = \frac{55}{252} \times \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = 0.006820。$$

采用上得 y_{b_0} 、 y_{b_3} 、 y_{b_7} 及各项K值于式(11)式(14)中可得各项 ϕ^b 值如下:

形角变系数:

$$\phi_a^b = 0.01413; \quad \phi_b^b = 0.17849;$$

$$\phi_{ab}^b = 0.03758。$$

载角变系数:

$$\phi_{(a^{\circ}+b^{\circ})}^b = 0.01293; \quad \phi_a^b = 0.00354;$$

$$\phi_b^b = 0.00939。$$

由算例1的 ϕ_a 、 ϕ_b 、 ϕ_{ab} 、 ϕ_a° 及 ϕ_b° 值可得本算例的 ϕ_a 、 ϕ_b 、 ϕ_{ab} 、 ϕ_a° 及 ϕ_b° 值如下:

$$\phi_a = 0.11895 - 0.01413 = 0.10482, \quad (0.10400, +0.79\%);$$

$$\phi_b = 0.31472 - 0.17849 = 0.13623, \quad (0.13567, +0.41\%);$$

$$\phi_{ab} = 0.11897 - 0.03758 = 0.08139, \quad (0.08100, +0.48\%);$$

$$\phi_a^{\circ} = 0.02571 - 0.00354 = 0.02217, \quad (0.02214, +0.17\%);$$

$$\phi_b^{\circ} = 0.02932 - 0.00939 = 0.01993, \quad (0.01992, +0.05\%)。$$

算例3 图10示一矩形截面的两端直线减腋梁。全长受有

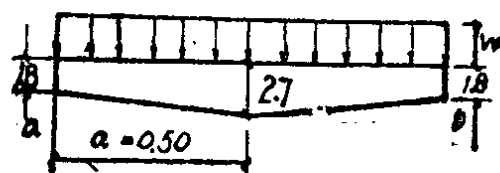


图 10

匀布荷载。 $a=b=0.50$, $I_a=I_b=(1.8)^3=5.832$, $I_0=(2.7)^3=19.683$ 。求各项形角变及载角变系数之值。

由两端的直线减肢可得 $I_{a3}=I_{b3}=(2.07)^3=8.8897$;

$I_{a7}=I_{b7}=(2.43)^3=14.349$ 。用式(9)得

$$y_{a0}=y_{b0}=1-\frac{19.683}{5.832}=-2.375;$$

$$y_{a3}=y_{b3}=0.3+0.7\times\frac{19.683}{5.832}-\frac{19.683}{8.8897}=0.44338;$$

$$y_{a7}=y_{b7}=0.7+0.3\times\frac{19.683}{5.832}-\frac{19.683}{14.349}=0.34076,$$

因 $a=b=0.50$, 与算例1的 $a=0.50$ 相同, 故本算例中计算 ϕ_a^a 、 ϕ_b^a 与 ϕ_{ab}^a 及 ϕ_b^b 、 ϕ_a^b 与 ϕ_{ab}^b 的各项 K 值与算例1中计算 ϕ_a^a 、 ϕ_b^a 与 ϕ_{ab}^a 分别相等, 无须另算。

因此梁荷载均系对称式, 故 $\phi_a^a=\phi_b^b$ 及 $\phi_b^a=\phi_a^b$, 由是得 $\phi_a^a+\phi_b^b=\phi_b^a+\phi_a^b=\phi_{(a+b)}^a=\phi_{(a+b)}^b$, 计算 ϕ_b^a 与 ϕ_a^b 的各项 K 值, 无须计算。

用表3中的式(95)至(97)可得计算 $\phi_{(a+b)}^a=\phi_{(a+b)}^b$ 的各项 K 值如下:

$$K_0=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{24}\left(2-\frac{1}{2}\right)=0.015625;$$

$$K_3=\frac{5\left(\frac{1}{2}\right)^2}{504}\left(5-\frac{1}{2}\right)=0.011161;$$

$$K_7=\frac{5\left(\frac{1}{2}\right)^2}{504}\left(15-11\times\frac{1}{2}\right)=0.023562。$$

由是得形角变系数 $\phi_a=\phi_b$ 及 ϕ_{ab} 之值如下:

$$\begin{aligned} \phi_a^a+\phi_b^b &= \phi_b^a+\phi_a^b = -2.375(0.177083+0.010417) \\ &+ 0.44338(0.151290+0.002480)+0.34076(0.076885 \\ &+ 0.027282) = -0.34164; \end{aligned}$$