

全国中等卫生学校教材

供 卫生医士、药剂士、临床检验士、检验士、卫生检验士、放射医士、中药士、医士、妇幼医士、口腔医士、护士、助产士 专业用

数学

第二版

史美韵 主编

江苏科学技术出版社

全国中等卫生学校教材

供卫生医士、药剂士、临床检验士、检验士、卫生检验士、放射
医士、中药士、医士、妇幼医士、口腔医士、护士、助产士专业用

数 学

第 二 版

史美韵	主编
施沛沅	秦玉明
顾洁身	编写

(按姓氏笔画为序)

江苏科学技术出版社

(苏)新登字第 002 号

全国中等卫生学校教材

数 学

第五版

史 美 韵 主编

江苏科学技术出版社出版

南京理工大学激光照排公司排版

无锡春远印刷厂印刷

江苏省新华书店发行

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 13.5 字数 330,000

1985 年 5 月第 1 版 1994 年 4 月第 2 版第 10 次印刷

ISBN 7-5345-0135-0

R·25 (课) 定价 6.50 元

第二版说明

全国中等卫生学校 11 个专业使用的 77 种教材系卫生部 1983 年组织编写,于 1985~1987 年出版发行.

为进一步提高中等卫生学校的教材质量,培养合格的中等卫生人才,1992 年 11 月决定对这套教材进行小修订.

这次修订基本维持原教材体系,只更正其中的错误和不当之处,在总字数不增加的前提下,修改的幅度一般不超过 20%. 主要修订的有:改正错误的内容、数据、图表等;删除淘汰的 35 种临床检验项目与方法;使用国家公布的名词与法定计量单位等;更新陈旧的内容,如不符合《中华人民共和国药典》的内容,不符合医学模式转变的内容等;删除针对性不强,对中等卫生学校不适用的内容等.

本次修订由主编负责. 因为时间紧,改动范围不大,部分教材未能邀请第一版全体编者参与工作,特此说明.

卫生部教材办公室

1993 年 6 月

第 二 版 前 言

根据 1992 年 11 月卫生部在北京召开的全国中等卫生学校教材修订工作会议的精神,我们在本书第一版的基础上进行了小修订.

主要修订内容如下:

1. 按国家法定计量单位核改全书所应用的单位.
 2. 第一章函数中的第二节对应改为函数,删去单值对应、一一对应、逆对应.本节教材内容顺序为函数的概念、区间、函数的表示法在医药上的应用、函数的性质、反函数.对区间和函数的性质补充图形和说明.
 3. 第一章函数中原第三节和第四节顺序对调,使教材内容安排合理些.第三节对数函数前补充对数内容,因为 1990 年国家教委颁发全日制中学数学教学大纲中规定常用对数移到高中代数对数函数之前.第四节直线型经验公式中删去最小二乘法公式推导.
 4. 附录部分删去指数、对数曲线的直线化.原教材中百分法、比和比例在医药上的应用改为溶液浓度和比例在医药上的应用,因为溶液的百分浓度按国家法定计量单位规定改为溶液的浓度用质量浓度、质量分数、体积分数来表示.
- 为提高中等卫生学校教育质量,本书编者认真作了调查研究,征求教材修订意见,努力完成修订工作.鉴于修订时间较短,来不及广泛征求意见,恳望各学校在使用过程中将发现的问题及时提出,以便在再版时修正.

编 者

1994 年元月

第一版编写说明

本书是根据卫生部颁发的《中等卫生学校十三个专业教学计划》的要求,参照现行高中数学教材,和学习医卫专业理论所必须的数学知识为基础编写的,供卫生医士、药剂士、临床检验士、检验士、卫生检验士、放射医士、中药士、医士、妇幼医士、口腔医士、护士、助产士共十二个专业使用。

全书内容包括:函数,三角函数,排列、组合和二项式定理,概率初步,数列和数列的极限,微积分初步,复数等,附录供有关专业教学使用。全书最后附有教学大纲,使师生都明确教学要求和内容,努力完成教学计划。每章节配备一定数量的习题和复习题,可根据学生实际程度和专业需要选择使用。

在编写过程中,曾两次征求部分卫(护)校数学教师对教学大纲和教材的意见和要求。初稿编出后,又向四川省卫生管理干部学院,浙江省和上海市中等卫(护)校数学大组以及部分省市卫(护)校数学教师,征求修改意见。他们提出了许多宝贵意见,在此表示衷心的感谢。

编 者

1984年8月

目 录

第一章 函数

一、集合	(1)
二、函数	(8)
三、幂函数、指数函数、对数、对数函数	(18)
四、直线方程、直线型经验公式	(32)

第二章 三角函数

一、任意角的三角函数	(44)
二、正弦函数的图象和性质	(59)
三、两角和与差的正弦和余弦	(68)

第三章 排列、组合和二项式定理

一、排列和组合	(78)
二、二项式定理	(88)

第四章 概率初步

一、事件与概率	(92)
二、等可能性事件的概率	(94)
三、互斥事件有一个发生的概率	(97)
四、相互独立事件同时发生的概率	(100)
五、独立重复试验的概率	(103)

第五章 数列和数列的极限

一、数列	(107)
二、数列的极限	(117)

第六章 微积分初步

一、函数的极限	(127)
二、导数和微分	(136)
三、不定积分和定积分	(153)

第七章 复数

一、复数的概念	(169)
二、复数的运算	(173)
三、复数的三角形式和指数形式	(176)

附录

一、溶液浓度和比例在医药上的应用 (186)

二、近似计算 (191)

附表

一、常用对数表 (196)

二、反对数表 (199)

三、三角函数表 (202)

第一章 函 数

一、集 合

(一) 集合

我们来研究下面几组对象：

- (1) 1, 2, 3, 4, 5;
- (2) 抛物线 $y=x^2$ 上所有的点;
- (3) 所有的直角三角形;
- (4) 某班级的全体同学;
- (5) 组成 APC 药片的药物成分.

他们分别是由一些数、一些点、一些图形、一些人、一些物质组成的. 我们说, 每一组对象的全体组成一个**集合**(简称**集**). 集合里的各个对象叫做这个集合的**元素**. 例如, (1) 是由数 1, 2, 3, 4, 5 组成的集合, 其中的对象 1, 2, 3, 4, 5 都是这个集合的元素; (4) 是由某班级的全体同学组成的集合, 其中的对象这个班级的每一个同学都是这个集合的元素; (5) 是由 APC 药片的成分组成的集合, 其中的对象阿司匹林, 非那西汀, 咖啡因都是这个集合的元素.

含有有限个元素的集合叫做**有限集**, 上面(1), (4), (5)这三个集合都是有限集; 含有无限个元素的集合叫做**无限集**, 上面(2), (3)这两个集合都是无限集.

对于一个给定的集合, 集合中的元素是确定的. 这就是说, 对于任何一个对象, 都能够确定它是不是这个给定集合的元素. 例如, 对于由所有的直角三角形组成的集合, 内角分别为 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 的三角形, 是这个集合的元素, 而内角分别为 $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ 的三角形, 就不是这个集合的元素; 对于组成 APC 药片的成分的集合, 阿司匹林, 非那西汀, 咖啡因是这个集合的元素, 而碘就不是这个集合的元素.

对于一个给定的集合, 集合中的元素是互异的. 这就是说, 在同一个集合里不能重复出现同一个元素, 相同的对象归入任何一个集合时, 只能算作这个集合的一个元素. 因此, 集合中的元素是不能重复出现的.

表示集合的方法, 常用的有列举法和描述法.

把集合中的元素一一列举出来, 写在大括号内表示集合的方法, 叫做**列举法**.

例如, 由数 1, 2, 3, 4, 5 组成的集合, 可以表示为

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

又如, 由字母 a, b, c, d, e 组成的集合, 可以表示为

$$\{a, b, c, d, e\}.$$

对于一个给定的集合, 集合中的元素是无顺序关系的. 这就是说, 用列举法表示集合时, 不必考虑元素之间的顺序. 如集合 $\{a, b, c, d, e\}$, 也可以表示为 $\{c, d, e, a, b\}$ 或

$\{b, a, e, d, c\}$.

应该注意, a 和 $\{a\}$ 是不同的: a 表示一个元素; $\{a\}$ 表示一个集合, 这个集合只有一个元素 a .

把集合中的元素的共同特性描述出来, 写在大括号内表示集合的方法, 叫做描述法.

例如, 由所有的直角三角形组成的集合, 可以表示为 $\{\text{直角三角形}\}$;

由某班级的全体同学组成的集合, 可以表示为 $\{\text{某班级里的同学}\}$;

由抛物线 $y=x^2$ 上所有点的坐标组成的集合, 可以表示为 $\{(x, y) | y=x^2\}$, 括号内竖线的左方写上这个集合的代表的元素, 在竖线的右方写上这个集合的元素的共同特性.

由不等式 $x-3>2$ 的所有的解组成的集合 (即 $x-3>2$ 的解集), 可以表示为 $\{x | x-3>2\}$.

列举法和描述法是两种不同的表示集合的方法, 究竟用哪种方法, 要看具体问题而定. 有些集合, 随便选用哪种表示方法都可以, 但也有些集合, 只适宜用其中一种. 例如, 集合 $\{-3, 0, 2, 5\}$ 就不宜用描述法表示, 而集合 $\{x | -1 < x < 2\}$ 则不能用列举法表示.

例 用适当的方法把下列集合表示出来:

(1) 由所有的小于 6 的正整数组成的集合.

解: 用列举法表示为 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$;

用描述法表示为 $\{\text{小于 6 的正整数}\}$.

(2) 由周长等于 20 厘米的三角形组成的集合.

解: 用描述法表示为 $\{\text{周长等于 20 厘米的三角形}\}$.

(3) 由 $-1, 0, 0.5, 2, 3$ 组成的集合.

解: 用列举法表示为 $\{-1, 0, 0.5, 2, 3\}$.

集合通常用大写的拉丁字母表示, 集合的元素用小写的拉丁字母表示. 如果 a 是集合 A 的元素, 就说 a 属于集合 A , 记作 $a \in A$; 如果 a 不是集合 A 的元素, 就说 a 不属于 A , 记作 $a \notin A$ (或 $a \bar{\in} A$). 例如, $B = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$, 那么

$$5 \in B,$$

$$4 \notin B.$$

集合和其元素之间是从属关系, 即集合含有它的每一个元素, 它的每一个元素都属于这个集合. 例如, 设 A 为不等式 $x^2 - 5x + 6 > 0$ 的所有解的集合, 可以表示为 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 > 0\}$ 或 $A = \{x | x > 3 \text{ 或 } x < 2\}$, 也就是说, 凡是大于 3 或小于 2 的所有实数都是集合 A 的元素. 如 $4 \in A, -1 \in A, 3 \notin A, 2 \notin A$.

全体自然数的集合通常简称自然数集, 记作 N ;

全体整数的集合通常简称整数集, 记作 Z ;

全体有理数的集合通常简称有理数集, 记作 Q ;

全体实数的集合通常简称实数集, 记作 R .

为了方便起见, 有时我们还用 Q^+ 表示正有理数集, 用 R^- 表示负实数集 (本章不作说明是指实数集).

例如, 集合 $\{x | 0 < x < 2, x \in Q\}$ 表示所有大于零而小于 2 的有理数所组成的集合.

集合 $\{x | x \leq 100, x \in N\}$ 表示不大于 100 的自然数所组成的集合.

(二) 子集、交集、并集、补集

1. 子集

设集合 $A = \{\text{解剖学}, \text{数学}\}$, 集合 $B = \{\text{解剖学}, \text{数学}, \text{化学}, \text{生物学}\}$. 容易看出, 集合 A 的任何一个元素, 都是集合 B 的元素.

一般地, 对于两个集合 A 和 B , 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 那么集合 A 叫做集合 B 的**子集**, 记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$), 读作“ A 包含于 B ” (或“ B 包含 A ”).

例如, 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{3, 5\}$. 那么, $A \supseteq B$ 或 $B \subseteq A$; $A \supseteq C$ 或 $C \subseteq A$. 这就是说, B 和 C 都是 A 的子集, 且 C 也是 B 的子集. 为了直观地表示集合和集合间的关系, 可以用简单的示意图来表示. 从图 1-1 上可以看出:

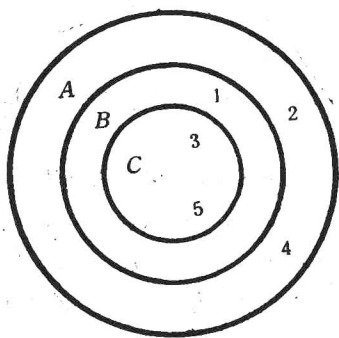


图 1-1

如果 $A \supseteq B$, $B \supseteq C$, 那么 $A \supseteq C$.

对于自然数集 N , 有理数集 Q , 实数集 R , 如果 $R \supseteq Q$, $Q \supseteq N$, 那么 $R \supseteq N$.

对于任何一个集合 A , 因为它的任何一个元素都属于集合 A 本身, 所以 $A \subseteq A$, 也就是说, **任何一个集合是它本身的子集**.

我们把不含任何元素的集合叫做**空集**, 记作 $\emptyset$. 例如:

$$\{x | x+1 = x+3\} = \emptyset,$$

$$\{\text{小于零的正整数}\} = \emptyset,$$

$$\{\text{两边之和小于第三边的三角形}\} = \emptyset.$$

我们规定**空集是任何集合的子集**. 也就是说, 对于任何集合 A , 有

$$\emptyset \subseteq A.$$

应该注意, 数 0 和 $\{0\}$ 和空集 $\emptyset$ 是不同的; 0 表示一个数; $\{0\}$ 表示一个集合, 这个集合只有一个元素 0; 空集 $\emptyset$ 表示不含任何元素的集合. 例如, $\{x | x^2 + 1 = 0, x \in R\} = \emptyset$, 它表示方程 $x^2 + 1 = 0$ 在实数范围内没有解集.

如果 A 是 B 的子集, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**, 记作 $A \subset B$ (或 $B \supset A$), 读作“ A 真包含于 B ” (或“ B 真包含 A ”).

集合 B 同它的真子集 A 之间的关系, 可用图 1-2 中 B 同 A 的关系来说明, 其中 A, B 两个圈的内部分别表示集合 A, B .

例如集合 $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{1, 0\}$, A 是 B 的子集, 且 B 中有三个元素不是属于 A , 那么, 集合 A 叫做集合 B 的真子集.

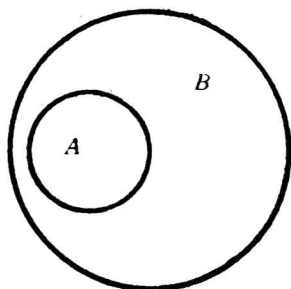


图 1-2

显然,空集是任何非空集合的真子集.

对于两个集合 A 和 B ,如果 $A \subseteq B$,同时 $B \subseteq A$,我们就说这两个集合相等,记作 $A=B$,读作“ A 等于 B ”.

例如, $A = \{x | x^2 + 3x + 2 = 0\}$, $B = \{-1, -2\}$. 那么 $A=B$. 因为适合条件 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 的解有 $x_1 = -1, x_2 = -2$, 即 $A = \{-1, -2\}$. 所以 A 和 B 的元素完全相同,那么 $A=B$.

例 1 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有的子集及真子集.

解: 所有的子集是: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$.

所有的真子集是: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$.

例 2 写出不等式 $x-3 > 2$ 的解集,并进行化简(即化成直接表明未知数本身的取值范围的解集).

解: 不等式 $x-3 > 2$ 的解集是

$$\{x | x-3 > 2\} = \{x | x > 5\}.$$

2. 交集

设集合 $A = \{\text{解剖学}, \text{数学}, \text{化学}, \text{生物学}\}$, $B = \{\text{解剖学}, \text{英语}, \text{化学}, \text{语文}\}$. 容易看出,集合 $C = \{\text{解剖学}, \text{化学}\}$ 是由所有属于 A 且属于 B 的元素(即 A, B 的公共元素)所组成的.

一般地,由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A, B 的交集,记作 $A \cap B$ (可读作“ A 交 B ”),即 $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且 } x \in B\}$. 用图 1-3 的阴影部分表示 A 和 B 的交集.

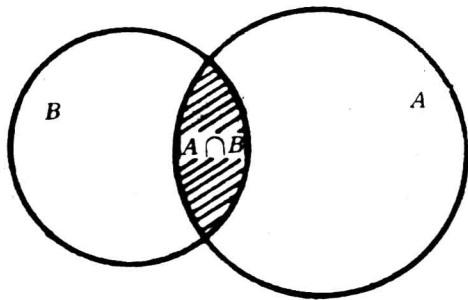


图 1-3

例如,已知 8 的正约数的集合为 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, 12 的正约数的集合为 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, 那么求 8 和 12 的正公约数的集合,可以从求 8 的正约数的集合和 12 的正约数

集合的交集而得到,

即 $\{1, 2, 4, 8\} \cap \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{1, 2, 4\}$.

由交集定义容易推出, 对于任何集合 A, B , 有

$$A \cap A = A, \quad A \cap \emptyset = \emptyset, \quad A \cap B = B \cap A.$$

例 3 设 $A = \{x | x > -2\}$, $B = \{x | x < 3\}$, 求 $A \cap B$.

解: $A \cap B = \{x | x > -2\} \cap \{x | x < 3\} = \{x | -2 < x < 3\}$, 如图 1-4 所示.

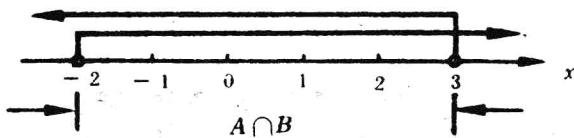


图 1-4

例 4 设 $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$, $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$, 求 $A \cap B$.

解: $A \cap B = \{(x, y) | 4x + y = 6\} \cap \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$

$$= \left\{ (x, y) \left| \begin{cases} 4x + y = 6 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} \right. \right\} = \{(1, 2)\}.$$

3. 并集

设集合 $A = \{\text{解剖学, 数学, 化学, 生物学}\}$, $B = \{\text{解剖学, 数学, 物理学}\}$. 容易看出, 集合 $C = \{\text{解剖学, 数学, 化学, 生物学, 物理学}\}$ 是由 A 和 B 两个集合的元素合并起来组成的.

一般地, 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A, B 的**并集**, 记作 $A \cup B$ (可读作“ A 并 B ”), 即 $A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$. 图 1-5 中阴影部分, 表示集合 A, B 的并集 $A \cup B$.

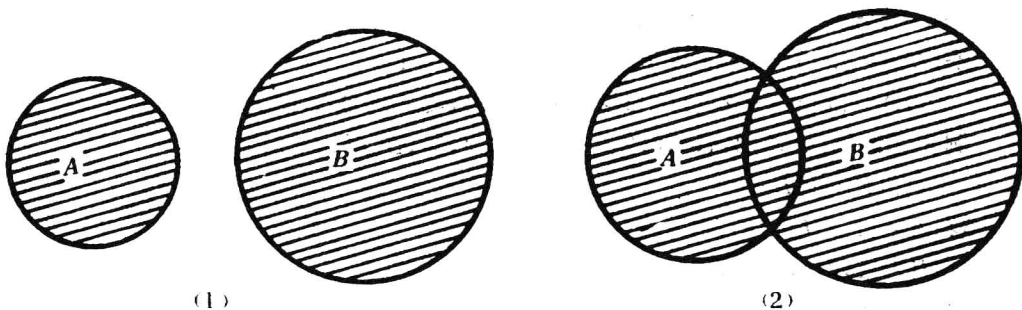


图 1-5

由并集定义容易推出, 对于任何集合 A, B , 有

$$A \cup A = A, \quad A \cup \emptyset = A, \quad A \cup B = B \cup A.$$

例 5 设 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | 1 < x < 3\}$, 求 $A \cup B$.

解: $A \cup B = \{x | -1 < x < 2\} \cup \{x | 1 < x < 3\} = \{x | -1 < x < 3\}$.

例 6 设 $A = \left\{x \left| -4 < x < -\frac{1}{2} \right.\right\}$, $B = \{x | x \leq -4\}$, 求 $A \cup B, A \cap B$.

解: $A \cup B = \left\{x \left| -4 < x < -\frac{1}{2} \right.\right\} \cup \{x | x \leq -4\} = \left\{x \left| x < -\frac{1}{2} \right.\right\}$.

$$A \cap B = \left\{ x \mid -4 < x < -\frac{1}{2} \right\} \cap \{ x \mid x \leq -4 \} = \emptyset.$$

4. 补集

在研究集合和集合之间的关系时,这些集合常常是某一个给定集合的子集,这个给定的集合可以看作一个全集,用符号 I 表示.也就是说,全集含有我们所要研究的各个集合的全部元素.如我们在研究数集时,常常把实数集 R 作为全集.

已知全集 I ,集合 $A \subseteq I$,由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做集合 A 在集合 I 中的补集,记作 $\bar{A}$ (可读作“ A 补”),即 $\bar{A} = \{ x \mid x \in I, \text{且 } x \notin A \}$.图 1-6 中的长方形内表示全集 I ,圈内表示集合 A ,阴影部分表示集合 A 在集合 I 中的补集 $\bar{A}$.

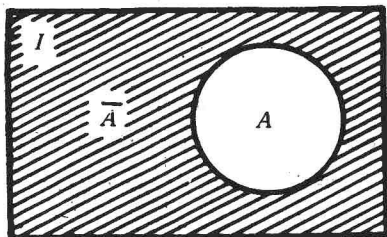


图 1-6

例如,如果 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, 那么, $\bar{A} = \{2, 4, 6\}$.

由补集定义容易知道,

$$A \cup \bar{A} = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = I,$$

$$A \cap \bar{A} = \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \emptyset.$$

$$\bar{\bar{A}} = \{1, 3, 5\} = A \quad (\bar{A} \text{ 表示 } \bar{A} \text{ 在 } I \text{ 中的补集}).$$

因此,对于任何集合 A ,有

$$A \cup \bar{A} = I, \quad A \cap \bar{A} = \emptyset, \quad \bar{\bar{A}} = A.$$

例 7 已知 $I = R = \{\text{实数}\}$, $A = \{x \mid x^2 + 3x + 2 < 0\}$, 求 $\bar{A}$.

解: $\because A = \{x \mid x^2 + 3x + 2 < 0\} = \{x \mid -2 < x < -1\}$,

$$\therefore \bar{A} = \{x \mid x \leq -2\} \cup \{x \mid x \geq -1\} = \{x \mid x \leq -2, \text{或 } x \geq -1\}.$$

例 8 设 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 7, 8\}$, 求 $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{A} \cap \bar{B}$, $\bar{A} \cup \bar{B}$.

解: $\bar{A} = \{1, 2, 6, 7, 8\}$,

$$\bar{B} = \{1, 2, 3, 5, 6\},$$

$$\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 2, 6\},$$

$$\bar{A} \cup \bar{B} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}.$$

习题一(1)

1. (口答)说出下面集合里的元素:

- (1) $\{\text{平方后和自己相等的数}\}$;
- (2) $\{\text{一年中恰有 30 天的月份}\}$;
- (3) $\{\text{中国的四大江河}\}$;
- (4) $\{\text{一周内 7 天的名称}\}$.

2. 用适当的方法表示下列元素组成的集合,然后说出它是有限集还是无限集:

- (1) 大于 3 的偶数;
 (2) 水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星;
 (3) 大于 0 的奇数;
 (4) 不等式 $x+4>1$ 的解.

3. 把下列集合用另一种方法表示出来:

- (1) {中国古代的四大发明};
 (2) {一年中的四个季节};
 (3) {动物细胞的三大部结构};
 (4) {组成中国国旗图案的颜色}.

4. 在 ___ 处填上符号 $\in$ 或 $\notin$:

- 1 ___ N , 0 ___ N , -2 ___ N , 0.2 ___ N , $\sqrt{3}$ ___ N ;
 1 ___ Z , 0 ___ Z , -2 ___ Z , 0.2 ___ Z , $\sqrt{3}$ ___ Z ;
 1 ___ Q , 0 ___ Q , -2 ___ Q , 0.2 ___ Q , $\sqrt{3}$ ___ Q ;
 1 ___ R , 0 ___ R , -2 ___ R , 0.2 ___ R , $\sqrt{3}$ ___ R .

5. 写出集合 {甲, 乙, 丙} 的所有子集和真子集.

6. 用符号表示下列两个集合之间的关系:

- (1) $A = \{a, b, c, d, o\}$, $B = \{a, b, c, d\}$;
 (2) $A = \{a, b, c, d, o\}$, $B = \{o, d, a, c, b\}$.

7. 写出不等式 $3x+2<4x-1$ 的解的集合, 并进行化简.

8. 用适当的集合填空:

$\cap$	$\emptyset$	A	B
$\emptyset$	___	___	___
A	___	___	___
B	___	$A \cap B$	___

9. 设 $A = \{(x, y) | 2x+3y=1\}$, $B = \{(x, y) | 3x-2y=3\}$, 求 $A \cap B$.

10. 设 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, d, e, f, g\}$:

(1) 求 $A \cap B, B \cap A$;

(2) 在 ___ 处填上适当的符号 ($\subset, \supset, =$):

$$A \cap B \text{ ___ } A; \quad A \cap B \text{ ___ } B \cap A;$$

$$B \text{ ___ } A \cap B; \quad \emptyset \text{ ___ } B \cap A.$$

11. 设 $A = \{x | x < 5\}$, $B = \{x | x \geq 0\}$, 求 $A \cap B$.

12. 设 $A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$, 求 $A \cap B$.

13. 用适当的集合填空:

$\cup$	$\emptyset$	A	B
$\emptyset$	___	___	___
A	A	___	___
B	___	___	___

14. 设 $A = \{x | -2 < x < 1\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, 求 $A \cup B$.

15. 设 $A = \{x | -2 < x < 3\}$, $B = \{x | 1 < x < 5\}$, 求 $A \cup B, A \cap B$.

16. 设 $I = R = \{\text{实数}\}$, $Q = \{\text{有理数}\}$, 求 $\bar{Q}$.

17. 用适当的集合填空:

$\cap$	$\emptyset$	A	$\bar{A}$
$\emptyset$	_____	_____	_____
A	_____	_____	_____
$\bar{A}$	_____	_____	_____

$\cup$	$\emptyset$	A	$\bar{A}$
$\emptyset$	_____	_____	_____
A	_____	_____	_____
$\bar{A}$	_____	_____	_____

18. 设 $I = \{x | x \in N, \text{ 且 } x \leq 10\}$, $A = \{1, 2, 4, 5, 9\}$, $C = \{3, 5, 7\}$,

$B = \{4, 6, 7, 8, 10\}$, 求 $A \cap B, A \cup B, \bar{A} \cap \bar{B}, \bar{A} \cup \bar{B}, (A \cap B) \cap C, (A \cup B) \cup C$.

二、函 数

(一) 函数的概念

我们在初中已经学过正比例函数、反比例函数、一次函数、二次函数,同时知道:如果在某变化过程中有两个变量 x 和 y ,并且对于 x 在某个范围内的每一个确定的值,按照某个对应法则 f , y 都有唯一确定的值和它对应,那么 y 就是 x 的函数,记作 $y = f(x)$, x 叫做自变量, x 的取值范围叫做函数的定义域,和 x 的值对应的 y 的值叫做函数值,函数值的集合叫做函数的值域.

如果 x 在定义域中取一个确定的值 a 时, $f(a)$ 就表示对应的函数值.

例 已知函数 $f(x) = x^2 + 4x - 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 5\}$, 求 $f(0), f(2), f(5)$ 以及函数的值域.

解: $f(0) = -3, f(2) = 9, f(5) = 42$.

$\because x \in \{0, 1, 2, 3, 5\}$,

$\therefore$ 函数的值域是 $\{-3, 2, 9, 18, 42\}$.

在同时研究两个或多个函数时,就要用不同的符号表示不同的函数,除 $f(x)$ 外,还常用 $F(x), G(x), \Phi(x)$ 等符号.

(二) 区间

在研究函数的定义域和性质时,常要用到区间的概念,如果变量的变化是连续的,常用区间来表示变化的范围.

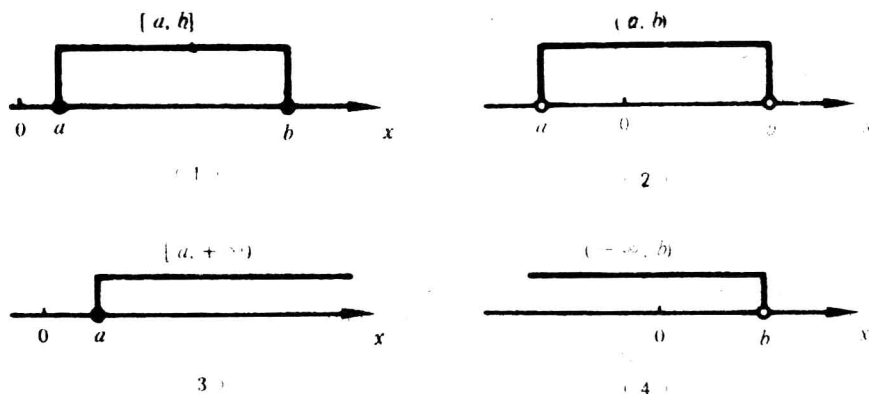


图 1.7

设 a, b 是两个实数, 而且 $a < b$. 我们把满足 $a \leq x \leq b$ 的实数 x 的集合叫做闭区间, 表示为 $[a, b]$, 如图 1-7(1); 把满足 $a < x < b$ 的实数 x 的集合叫做开区间, 表示为 (a, b) , 如图 1-7(2); 把满足为 $a \leq x < b, a < x \leq b$ 的实数 x 的集合, 都叫做半开半闭区间, 分别表示为 $[a, b), (a, b]$. 这里的实数 a 和 b 都叫做相应区间的端点.

除了上述有限区间外, 还有一类区间叫无限区间: $[a, +\infty)$ 表示不小于 a 的实数 x 的集合, 如图 1-7(3), 有时也记作 $a \leq x < +\infty$; $(-\infty, b)$ 表示小于 b 的实数 x 的集合, 如图 1-7(4), 有时也记作 $-\infty < x < b$; $(-\infty, +\infty)$ 表示全体实数, “ ∞ ”读作“无穷大”, “ $-\infty$ ”读作“负无穷大”, “ $+\infty$ ”读作“正无穷大”.

当我们所研究的函数 $y=f(x)$ 是用一个式子表示时, 如果不加说明, 函数的定义域就是指能使这个式子有意义的实数 x 的集合.

例 1 求函数 $f(x)=\frac{1}{x-2}$ 的定义域.

解: 因为 $x-2 \neq 0$ 时, $x \neq 2, \frac{1}{x-2}$ 都有意义,

$\therefore$ 这个函数的定义域是 $\{x|x \in R, \text{且 } x \neq 2\}$, 或记为 $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$.

例 2 求函数 $f(x)=\sqrt{3x+2}$ 的定义域.

解: 要使 $\sqrt{3x+2}$ 有意义, 那么 $3x+2 \geq 0$,

即 $x \geq -\frac{2}{3}$,

$\therefore$ 这个函数的定义域是 $[-\frac{2}{3}, +\infty)$, 或记为

$\{x|x \geq -\frac{2}{3}, x \in R\}$.

例 3 求函数 $f(x)=\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}+2$ 的定义域.

解: 使 $\sqrt{x+1}$ 有意义的实数 x 的集合是 $\{x|x \geq -1\}$,

使 $\sqrt{1-x}$ 有意义的实数 x 的集合是 $\{x|x \leq 1\}$,

$\therefore$ 这个函数的定义域是

$\{x|x \geq -1\} \cap \{x|x \leq 1\} = \{x|-1 \leq x \leq 1\}$, 或记为 $[-1, 1]$.

(三) 函数的表示法在医药上的应用

表示函数对应关系的方法, 常用的有三种方法, 即解析法、列表法和图象法. 函数的表示法在医疗卫生工作和医学科学研究方面的应用比较广泛. 反映在医药上的一些事物数量的变化特征, 常用函数的表示法来分析研究事物间的客观规律, 从而得出正确的结论, 如分析发病规律, 解释致病原因, 研究生长发育, 研究药物疗效, 以及防治疾病措施等.

下面介绍三种方法在医药上的应用:

1. 解析法

解析法是把两个变量间的函数关系用一个数学公式来表示. 这在我们实际工作中经常要碰到的.

例如, 医师给儿童用药, 和成年人不一样, 用药量可由儿童的体重来确定. 要计算 1~12 岁儿童的体重, 可用公式 $y=2x+8$, 其中 x 代表年龄(岁), y 代表体重(公斤). 年龄确定了, 相应的体重也就确定了.