

五言雜題詳解

算術四則

五百難題詳解

李毅東著

民國三十三年三月出版

# 五百難題詳解

定價

著作者 李 毅 東

出版者 志成書社

發行者 成城書店  
天津東馬路義倉街

版權所有  
不准翻印

直隸書局 北大書局

本埠代售處 中華書局 蔚文書局

五洲書局 益成書店

全國各大書店均有代售

## 編輯大意

- 一 本書專爲供給各校教員學生及研究算術者參考之用。
- 二 本書內所列各題對於算式之所由立必探溯其原理詳加解釋或一題而數式數解者其有難於明瞭者更加圖解必使閱者能達到澈底之了解爲準。
- 三 普通算術書中關於四則雜題種類既感無多且意思之淺近理想之重複使學者興味索然而本書共五百難題分整數分數兩編共五十二類故本書材料之豐富興味之濃厚眉目之清晰立題及解法之新穎實非他書所可及。
- 四 本書之編輯係由最深奧推測所得故設立各算題反覆推敲俾閱者得到特別興趣聆悟本書運用變化之妙而收一知而解之功。
- 五 算術四則乃數學之基本原理非有深切之

研究不爲功。而學者每於苦心探索之時。或百思而莫得其解。或得解而尙有疑問者。苟備此書一參考之。可豁然貫通。不啻良師在旁指導。愉快非可言喻。

六 本書各算題。適用於代數算題者頗多。故學者學習代數時。參考此書。得以互相對照。尤能收事半功倍之效。

七 本書算題雖屬較多。但算術四則理無窮期。亦不敢謂畢盡於是。願學者更努力研究。新有發明。實吾輩留心算術者前途之幸也。

八 本書因篇幅之關係。於各算式未能詳細解脫。願學者自己演算以收實習之功。

九 學者於開卷之前。宜先求理解題。果能瞭解與否。然後再參看解說。必能受益非淺也。

十 本書校對未精。訛誤不免。倘蒙方家指正。跋予望之。

# 算術四則五百難題詳解

## 目次

### 第一編 整數

|                     | 題數      | 起止頁數    |
|---------------------|---------|---------|
| 第一 數 一數.....        | 11..... | 1 - 6   |
| 第二 類 數字之問題.....     | 10..... | 7 - 13  |
| 第三 類 求二數已知其和.....   | 13..... | 14 - 20 |
| 第四 類 求二數已知其差.....   | 9.....  | 21 - 25 |
| 第五 類 求二數不知其和差.....  | 7.....  | 21 - 29 |
| 第六 類 二人年齡.....      | 11..... | 30 - 36 |
| 第七 類 三人及三人以上年齡..... | 8.....  | 37 - 42 |
| 第八 類 旅行求行程.....     | 10..... | 43 - 48 |
| 第九 類 旅行求速度.....     | 13..... | 49 - 57 |
| 第十 類 旅行求時期.....     | 4.....  | 58 - 60 |
| 第十一 類 船行求水力.....    | 5.....  | 61 - 64 |
| 第十二 類 船行求划力.....    | 6.....  | 65 - 68 |
| 第十三 類 船行求行程.....    | 2.....  | 69 - 70 |

|                   | 題數      | 起止頁數    |
|-------------------|---------|---------|
| 第十四類 船行求時期.....   | 7.....  | 71-74   |
| 第十五類 運輸之問題.....   | 5.....  | 75-77   |
| 第十六類 松杉生長之問題..... | 7.....  | 78-81   |
| 第十七類 龜鶴之問題.....   | 7.....  | 73-86   |
| 第十八類 買賣之問題.....   | 17..... | 87-94   |
| 第十九類 物價之問題.....   | 17..... | 95-103  |
| 第二十類 工資之問題.....   | 12..... | 109-116 |
| 第二十一類 收支之問題.....  | 4.....  | 117-119 |
| 第二十二類 分配之問題.....  | 14..... | 120-128 |
| 第二十三類 三人分金.....   | 10..... | 129-135 |
| 第二十四類 工程之問題.....  | 4.....  | 136-137 |
| 第二十五類 排列及方陣.....  | 10..... | 133-142 |
| 第二十六類 雜題.....     | 17..... | 143-152 |

## 第二編 分數

|                   |         |         |
|-------------------|---------|---------|
| 第二十七類 一數.....     | 17..... | 153-159 |
| 第二十八類 分母子之問題..... | 6.....  | 160-162 |
| 第二十九類 數字之問題.....  | 5.....  | 163-166 |

|       |          |    |         |
|-------|----------|----|---------|
| 第三十類  | 求二數已知其和  | 5  | 167-176 |
| 第三十一類 | 求二數已知其差  | 20 | 177-189 |
| 第三十二類 | 求二數不知其和差 | 23 | 190-203 |
| 第三十三類 | 旅行求行程    | 10 | 204-210 |
| 第三十四類 | 旅行求速度    | 5  | 211-214 |
| 第三十五類 | 旅行雜問     | 6  | 215-219 |
| 第三十六類 | 船行求水力    | 2  | 220-221 |
| 第三十七類 | 船行求划力    | 4  | 222-224 |
| 第三十八類 | 船行求行程    | 7  | 225-229 |
| 第三十九類 | 運輸之問題    | 4  | 229-230 |
| 第四十類  | 龜鶴之問題    | 8  | 231-235 |
| 第四十一類 | 時表之問題    | 8  | 236-239 |
| 第四十二類 | 寒暑表之問題   | 7  | 240-243 |
| 第四十三類 | 買賣之問題    | 24 | 244-257 |
| 第四十四類 | 物價之問題    | 18 | 258-272 |
| 第四十五類 | 工資之問題    | 3  | 273-274 |
| 第四十六類 | 收支之問題    | 6  | 275-278 |

題數

起止頁數

|       |               |         |         |
|-------|---------------|---------|---------|
| 第四十七類 | 分配之問題.....    | 6.....  | 279-232 |
| 第四十八類 | 三人分銀總額已知..... | 13..... | 23-290  |
| 第四十九類 | 三人分銀總額不知..... | 13..... | 291-297 |
| 第五十類  | 工程之問題.....    | 19..... | 29-310  |
| 第五十一類 | 容量之問題.....    | 4.....  | 311-315 |
| 第五十二類 | 雜題.....       | 7.....  | 314-313 |

# 第一編 整數

## 第一類 一數

1 某數加 1 減 2 乘 3 除 4 則得 6. 求某數。

$$6 \times 4 \div 3 + 2 - 1 = 9 \text{ 某數}$$

【解】因最後所得爲 6. 故未以 4 除以前當爲  $6 \times 4 = 24$ .  
未以 3 乘以前當爲  $24 \div 3 = 8$ . 未減 2 以前當爲  $8 + 2 = 10$ .  
未加 1 以前當爲  $10 - 1 = 9$  卽所求之某數也。

【注意】此等問題，皆自最後之數，加者減之，減者加之，乘者除之，除者乘之，次第逆推之，卽得答數，此種算法，謂之還原術。

2 有某數，本應將其平方減 4 以 7 除之，乃將其平方誤以 2 倍代之，於是得 4. 問若不誤，則得數爲何。

$$[\{(4 \times 7 + 4) \div 2\}^2 - 4] \div 7 = 36$$

【解】因最後以 7 除之得 4. 則未除以前當爲  $4 \times 7 = 28$ .  
未減 4 以前當爲  $28 + 4 = 32$ . 卽某數之 2 倍，由是某數爲  
 $32 \div 2 = 16$  明矣，故不誤之得數爲  $(16^2 - 4) \div 7 = 36$

3 某數減 3 以 4 除之，其商與某數加 3 以 5 除之相

等，求某數。

$$(3+3) \div (5-4) \times 4 + 3 = \underline{27} \text{ 某數}$$

【圖】某數減3以4除之，即以4除某數餘3之意，某數加3以5除之，即以5除某數不足3之意也，以有餘加不足爲  $3+3=$ ，即商數之  $5-4=1$  倍，故其商數爲  $6 \div 1=6$ 。由是某數爲  $6 \times 4 + 3 = \underline{27}$

4 某數減22之後，以5乘之，與某數加70相等，求某數。

$$(22 \times 5 + 70) \div (5-1) = \underline{45} \text{ 某數}$$

【圖】依題意，知某數之5倍，減  $22 \times 5 = 110$ ，與某數加70相等，由是  $110 + 70 = 180$ ，與某數之  $5-1=4$  倍相當，故某數爲  $180 \div 4 = 45$

5 某數加13以4乘之，與某數加238之和相等，求某數。

$$(238 - 13 \times 4) \div (4-1) = \underline{62} \text{ 某數}$$

【圖】某數加13以4乘之，即等於某數之4倍加  $13 \times 4 = 52$ ，因而某數之4倍加52，與某數加238相等，由是  $238 - 52 = 186$ ，與某數之  $4-1=3$  倍相當，故某數爲 186

$$+2=62 \quad 10 \div 2 = 5 \quad 5 \times 11 = 55 \quad 55 + 7 = 62$$

6 某數加6以4乘之，與某數減4以6乘之相等，求某數。

$$(6+4) \times 4 \div (6-4) + 4 = \underline{24} \text{ 某數}$$

【題】①某數加6與減4之差為 $6+4=10$ 。知某數加6以4乘之，比某數減4以4乘之，多 $10 \times 4=40$ 。是40為某數減4後之 $6-4=2$ 倍明矣，由是某數減4後為 $40 \div 2=20$ 故某數為 $20+4=24$

$$(6+4) \times 6 \div (6-4) - 6 = \underline{24} \text{ 某數}$$

【題】②某數加6與減4之差為 $6+4=10$ 。知某數減4以6乘之，比某數加6以6乘之少 $10 \times 6=60$ 。是60為某數加6後之 $6-4=2$ 倍明矣，由是某數加6後為 $60 \div 2=30$ 。故某數為 $30-6=24$

7 某數加50以4除之，與某數減60以3乘之相等，求某數。

$$(50+60) \div (4 \times 3 - 1) + 50 = \underline{70} \text{ 某數}$$

【題】某數加50與減60之差為 $50+60=110$ 。題言以4除之與以3乘之相等，可知加50後為減60後之 $4 \times 3=12$

倍，其差爲減60後之  $12-1=11$  倍明矣，減60後之11倍爲110。由是某數減60後爲  $110 \div 11 = 10$ 。故某數爲  $10 + 60 = 70$

8 某數加16以6乘之，較某數之8倍多23。求某數。

$$(16 \times 6 - 23) \div (8 - 6) = \underline{34} \text{ 某數}$$

【解】某數加16以6乘之，即等於某數之6倍加  $16 \times 6 = 96$ 。是某數之6倍加96較某數之8倍多28明矣，所以  $96 - 28 = 68$ 。與某數之  $8 - 6 = 2$  倍相當，故某數爲  $68 \div 2 = 34$

9 某數減6以9除之，爲以29除某數得商之3倍，求某數。

$$6 \div (29 - 9 \times 3) \times 29 = \underline{87} \text{ 某數}$$

【解】某數減6以9除之，即以9除某數餘6之意也，若不以9除某數，而以  $9 \times 3 = 27$  除某數，則必仍餘6。得商與以29除某數其商相等，是6爲以29除某數得商之  $29 - 27 = 2$  倍明矣，因而以29除某數得商爲  $6 \div 2 = 3$ 。故某數爲  $3 \times 29 = 87$

10 某數加3以9除之得商較某數以12除之得商多3。

求某數。

$$(12 \times 3 - 3) \div (12 - 9) \times 9 = \underline{96} \text{ 某數}$$

【解】①欲以12除某數，亦商得某數加3以9除之之商，必須某數加  $12 \times 3 = 36$  可知，由是  $36 - 3 = 33$  為某數加3以9除之其商之  $12 - 9 = 3$  倍，因而某數加3以9除之其商為  $33 \div 3 = 11$  故某數為  $11 \times 9 - 3 = \underline{96}$

$$(9 \times 3 - 3) \div (12 - 9) \times 12 = \underline{96} \text{ 某數}$$

【解】②欲以9除某數加3，亦商得以12除某數之商，必須某數減  $9 \times 3 - 3 = 24$  此24即以12除某數得商之  $12 - 9 = 3$  倍，由是以12除某數得商為  $24 \div 3 = 8$  故某數為  $8 \times 12 = \underline{96}$

11 某數之3倍減去30，其餘數，比由30減某數之餘數少8，求某數。

$$(30 - 8 + 30) \div (3 + 1) = \underline{13} \text{ 某數}$$

【解】依題意，知由30內減某數與第一餘數始餘8，故  $30 - 8 = 22$  為某數與第一餘數之和30乃某數之3倍與第一餘數之差，由是  $22 - 30 = -8$ ，與某數之  $3 + 1 = 4$  倍相當，故某數為  $-8 \div 4 = \underline{-2}$

## 第二類 數字之問題

**12** 有 2 位數，其十位數字，為個位數字之 3 倍；若於此數內減 11，則兩位之數字相同。求此數。

$$(2+2) \div (3-1) = 2. \text{ 個位數字。}$$

$$2 \times 3 = 6. \text{ 十位數字，此數即 } \underline{62}$$

【解】於此數減 11，即係從十位數減 2，個位數加 2，如此則兩位數字相同，可知此數之十位數字，比個位數字多 2+2=4，而 4 即個位數字之  $3-1=2$  倍，故個位數字為  $4 \div 2 = 2$ ，十位數字為  $2 \times 3 = 6$ ，此數即 62

**13** 有 2 位數，其個位數字為十位數字之 2 倍，若於此數加 8，則兩位之數字相同，求此數。

$$(2+1) \div (2-1) = 3. \text{ 十位數字。}$$

$$3 \times 2 = 6. \text{ 個位數字，此數即 } \underline{36}$$

【解】於此數加 8，即係從個位數減 2，十位數加 1，如此則兩位數字相同，可知此數之個位數字，比十位數字多 2+1=3，而 3 即十位數字之  $2-1=1$  倍，故十位數字為  $3 \div 1 = 3$ ，個位數字為  $3 \times 2 = 6$ ，此數即 36

**14** 有 2 位數，其十位數字比個位數字多 3。若於此數內加 8，則十位數字適為個位數字之 3 倍，求此數。

$(2+1+3) \div (3-1) = 3$ 。加 8 後之個位數字。

$3 \times 3 = 9$ 。加 8 後之十位數字。  $93 - 8 = \underline{85}$  即此數

【圖】於此數加 8 即係從個位數減 2，十位數加 1。如此則十位數字適為個位數字之 3 倍，可知此時十位數字比個位數字多  $2+1+3=6$ 。而 6 為加 8 後個位數字之  $3-1=2$  倍明矣，由是加 8 後個位數字為  $6 \div 2 = 3$ ，十位數字為  $3 \times 3 = 9$ 。故此數為  $93 - 8 = \underline{85}$

**15** 有 2 位數，其個位數字比十位數字多 4。若於此數內減 9，則個位數字適為十位數字之 4 倍，求此數。

$(1+1+4) \div (4-1) = 2$ 。減 9 後之十位數字。

$2 \times 4 = 8$ 。減 9 後之個位數字。  $28 + 9 = \underline{37}$  即此數

【圖】於此數減 9 即係從十位數減 1，個位數加 1。如此則個位數字為十位數字之 4 倍，可知此時個位數字比十位數字多  $1+1+4=6$ 。而 6 為減 9 後十位數字之  $4-1=3$  倍明矣。因而此數減 9 後，十位數字為  $6 \div 3 = 2$ ，個位數字為  $2 \times 4 = 8$ 。故此數為  $2 + 9 = \underline{37}$

**16** 有2位數，其個位數字為十位數字之2倍，若於此數內加39，則十位數字為個位數字之2倍，求此數。

$(1+4 \times 2) \div (2 \times 1 + 1) = 3$ ，加39後之個位數字。

$3 \times 2 = 6$ ，加39，後之十位數字  $63 - 39 = \underline{24}$  此數

【題】於此數加39，即係從個位數減1，十位數加4，如十位數不加4，僅於個位數減1，則個位數字為十位數字之2倍少1，但十位數加4，故個位數字為十位數字之2倍少  $1 + 4 \times 2 = 9$ ，此題即變為(十位數字為個位數字之2倍，又個位數字為十位數字之2倍少9)題與50題同理，因而加39後個位數字為  $9 \div (2 \times 2 - 1) = 3$ ，十位數字為  $3 \times 2 = 6$ ，故此數為  $63 - 39 = \underline{24}$

**17** 有2位數，其十位數字為個位數字之2倍，若於此數內減45，則個位數字為十位數字之3倍，求此數。

$(5+5 \times 2) \div (2 \times 3 - 1) = 3$ ，減45後之十位數字。

$3 - 3 = 9$ ，減45後之個位數字  $39 + 45 = \underline{4}$  此數

【題】於此數減45，即係從個位數加5，十位數減5，如個位數不加5，僅於十位數減5，則十位數字為個位數字之2倍少5，但個位數加5，故十位數字為個位數字之2倍少