

工程热力学实验

张国磊◎主编

K123-33
01

HEUP 哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

013041463

TK123-33

01

工程热力学实验

主 编 张国磊
副主编 孙凤贤 张 鹏 李晓明
主 审 宋福元



TK123-33
01

哈尔滨工程大学出版社



北航

C1649905

内容简介

本书内容主要包括绪论、测量误差、不确定度与数据处理、工程热力学实验、附录。绪论中对工程热力学理论研究的基础地位及实验环节的重要性进行了论述,同时总结提出实验要求等内容。第2章补充完善了测量误差、不确定度及数据处理等基本理论和方法。工程热力学实验部分对通用工程热力学实验项目进行了总结,并详细给出了实验目的、实验原理、实验仪器等事项。实验内容以热力学知识理论为基础进行设置。开设有热力学工质物理性质测试、宏观物理现象观察与测试、工质流动性能测试等实验,侧重于对基本理论的理解,加深及基本测试技能的锻炼。附录中给出了数据分度表及常用实验仪器的使用说明。

本书可作为高等院校工程热力学专业的实验教材。

图书在版编目(CIP)数据

工程热力学实验 / 张国磊主编. —哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2012.4

ISBN 978 - 7 - 5661 - 0339 - 0

I. ①工… II. ①张… III. ①工程热力学 - 实验 - 高等学校 - 教材 IV. ①TK123 - 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 058243 号

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451 - 82519328
传 真 0451 - 82519699
经 销 新华书店
印 刷 黑龙江地质测绘印制中心
开 本 787mm × 960mm 1/16
印 张 8.75
字 数 185 千字
版 次 2012 年 4 月第 1 版
印 次 2012 年 4 月第 1 次印刷
定 价 19.00 元
<http://press.hrbeu.edu.cn>
E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn

前 言

本书由哈尔滨工程大学热工研究所在总结多年教学实践经验,和已经使用的《热工实验指导书》讲义的基础上,结合教材《工程热力学》第四版(高等教育出版社)的教学内容,吸取国内同类教科书的精华编撰而成。

此次出版,对原内容和文字作了较大修订和补充,在教材体系结构上进行了较大调整,力求理论完善,实验知识系统化,实验项目与教学教材匹配。

本书补充完善了测量误差、不确定度及数据处理等基本理论和方法。工程热力学课程学习内容主要包括基本定律、工质物理性质及应用,实验内容以热力学知识理论为基础进行设置。开设有热力学工质物理性质测试、宏观物理现象观察与测试、工质流动性能测试等实验,侧重于对基本理论的加深理解及基本测试技能的锻炼。本书所编入的实验项目具有一定通用性,开设工程热力学课程的院校均可按此书实验项目设立实验。本书选用了8个实验,部分实验项目还设有选做内容,按照开设8学时实验的要求,选用其中部分实验项目即可。

本书凝聚着许多实验教师及实验室技术人员的智慧和劳动,许多从事本课程教学及在实验室工作过的老教师都为本书作出过贡献。本书由张国磊任主编,并编写第1章,李晓明编写第2章,孙凤贤、张鹏编写第3章,由宋福元主审。参加本书编写工作的还有徐长松、陈跃进等教师。

本书在修订过程中参考了部分其他院校的有关教材,从中受益匪浅,在此一并表示衷心的感谢。

由于编者的水平有限,书中难免有不妥之处,敬请读者和同行专家批评指正。

编 者

2012年2月

目 录

第1章 绪论	1
1.1 工程热力学实验的地位和作用	1
1.2 工程热力学实验的基本内容和要求	2
第2章 测量误差、不确定度与数据处理	5
2.1 测量误差	5
2.2 不确定度评定与测量结果的表示	12
2.3 有效数字及其运算法则	19
2.4 数据处理	23
第3章 工程热力学实验	35
3.1 气体温度计的标定	35
3.2 二氧化碳综合实验	42
3.3 饱和蒸汽压力和温度关系实验	50
3.4 空气在喷管内流动性能的测定实验	53
3.5 压气机性能实验	63
3.6 绝热节流效应的测定	72
3.7 气体定压比热容实验	78
3.8 燃料发热量的测定	86
附录1 国际基本单位	93
附录2 热力学常用单位	94
附录3 饱和水蒸气压力表(按压力排列)	95
附录4 铜-康铜热电偶分度特性表	97
附录5 镍铬-考铜热电偶分度特性表	99
附录6 镍铬-铜镍(康铜)热电偶分度表	101
附录7 超级恒温器使用说明(501-OSY)	102
附录8 0.5级(D51型)电动系可携式瓦特表使用说明	104
附录9 直流电位差计使用说明	108

附录 10	数字电位差计使用说明	111
附录 11	倾斜式微压计使用说明 (YYT-200B)	118
附录 12	压力表校验器使用说明 (CJ6 型、CJ60 型)	122
附录 13	喷管实验分析仪使用说明	124
参考文献		131

第1章 绪 论

1.1 工程热力学实验的地位和作用

人类在生产和日常生活中,需要各种形式的能源。人类社会进步的起点源自对自然能源的开发和利用,而能源开发和利用的程度又是社会生产力发展的一个重要标志。

自然界中可被人们利用的能源主要有煤炭、石油等矿物燃料的化学能以及风能、水力能、太阳能、地热能、原子能、生物质能等。热能及其工程应用示意图如图 1.1 所示。能量的利用过程实质上是能量的传递和转换过程。据统计,世界上通过热能形式而被利用的能量平均超过 85%,我国则占 90% 以上。因而热能的开发利用对人类社会的发展有着重要意义。

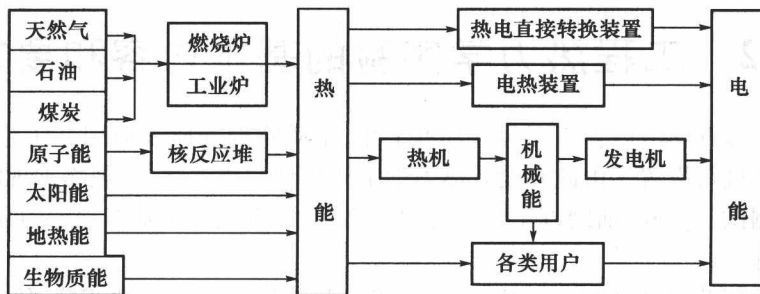


图 1.1 热能及其工程应用

工程热力学的研究对象主要是能量转换,特别是热能转化成机械能的规律和方法,以及提高转化效率的途径,以提高能量利用的经济性。其主要内容包括基本概念和基本定律、能量转化过程、常用工质性质以及化学热力学的有关内容。在现代生产领域中所遇到的大多数技术问题,乃至自然界中的许多现象都与热能的传递与转化有关,而且几乎任何一种形式的能量最终都是以热能的形式耗散于环境之中。同时工程热力学又是能源工程、机械工程、航空航天工程、材料工程、化学工程、生物工程等领域的重要技术基础课,是培养涉及能源特别是与热能相关的各领域中具有创新能力人才的基础课,也是培养 21 世纪工科学子科学素质的公共基础课。

目前工程热力学所采用的研究方法以宏观研究方法为主,经典热力学仍是解释热现象、分析热过程、指导热能工程实践的最基本、最重要、最有力的武器。微观研究方法尽管运用了繁复的数学运算,但所得的理论结果却仍不够精确。因而,工程热力学理论是建立在宏观研究方

法基础上的,正是由于宏观热力学的基本定律(包括热力学第一定律、热力学第二定律等)均是没有得到严格数学证明的实践总结规律,因而对工程热力学的实践研究就显得尤为重要。

同时,工程热力学课程具有概念繁多、抽象、不易理解的特点,从高等教育本科课程设置情况统计,该课程教学对象多为大学二年级的本科学生,工程实践经验缺乏也使得教学过程更加困难,因而实验环节对于教学及研究的辅助作用更加重要。

工程热力学实验的主要目的和任务是:

(1)通过对实验现象的观察、分析、研究和对基本物理量的测量,使学生掌握热力学实验研究的基本知识、基本方法和基本技能;

(2)通过实验实践环节,加强学生对于热力学概念的理解和认识,辅助工程热力学课程教学,实践与理论结合,激发学生对热力学研究内容的兴趣;

(3)培养和提高学生从事科学实验的素质,包括理论联系实际、实事求是的科学作风,严肃认真、一丝不苟的工作态度,勤奋努力、刻苦钻研的探索精神,遵守纪律、严格执行科学实验操作规程,相互协作、共同探索的团队合作精神。

1.2 工程热力学实验的基本内容和要求

工程热力学课程学习内容主要包括基本定律、工质物理性质及应用。实验内容以热力学知识理论为基础进行设置。由此开设有热力学工质物理性质测试、宏观物理现象观察与测试、工质流动性能测试等实验,辅助以化学热力学实验项目,侧重于对基本理论的强化理解及基本测试技能的锻炼。

在实验教学环节中,应倾向于设置综合性实验及学生自主设计性实验、研究性实验,实验项目应具有较强综合性及一定趣味性,着力激发学生兴趣,培养提高实际能力、综合素质、创新意识和创新能力。对于动手能力突出、求知欲强的学生,应具备进行研究性实验的实验条件。

实验教学环节要求如下:

1. 实验预习

实验预习是进行工程热力学实验的首要步骤,为保证实验教学效果,未进行实验预习不得进行实验。

预习内容包括:

(1)认真学习教材知识,明确实验目的及相关理论知识,了解实验测试内容、步骤、方法和注意事项等;

(2)按照实验教材指导完成实验预习报告,包括实验名称、实验日期、实验目的、实验所用主要测试仪器、主要应用原理、实验关键步骤、实验注意事项等,设计完成实验记录表格。

实验指导教师将采用检查、提问等方式对实验预习情况进行检查,达不到要求者将不允许

进行实验。

2. 实验操作

(1) 进入实验室后,按照实验室规定,按学号和实验座位号(或仪器编号)进行分组,填写“仪器使用及维护情况记录”等实验室登记簿。

(2) 实验指导教师将对基本实验环节进行讲解,实验学生应对照实验台上的实验设备认真听讲,了解实验仪器构造、工作原理及操作方法,确认掌握实验仪器的正确操作方法和实验操作步骤。

(3) 在实验指导教师检查实验预习报告合格后,经实验指导教师同意,实验学生可进行实验操作,具备测试条件后,方可开始实验测试。在达到实验要求的测试条件后,准确记录测试数据。

(4) 实验测试结束后,所记录的实验数据须经实验指导教师检查合格并签字,没有实验指导教师签字的数据视为无效数据,不能用作编写实验报告。实验测试记录的数据为实验原始数据,一经确认签字,不得进行更改。

(5) 实验测试数据经指导教师检查合格后,学生应将实验仪器、桌椅等实验室设备整理复原,经教师同意,方可离开实验室。

(6) 具体要求还包括:认真阅读并严格遵守实验室规程,注意实验室水电等涉及到安全事项的操作要求,确保操作安全。

3. 编写实验报告

实验报告是对实验过程的全面总结,是交流实验经验、推广实验成果的媒介。正确处理实验数据并完成实验报告,是实验教学环节中提高学生科学研究总结能力、发现问题并解决问题能力的关键步骤,因而认真完成实验报告,才是真正完成了整个实验。写实验报告要以简明扼要的形式将实验结果完整、准确地表达出来,这也是进行科学实验素质培养的必要内容之一。

实验报告要求文字通顺,字迹清晰,叙述简练,数据真实、齐全,表格规范。数据处理要通过多次实践和训练,逐步掌握正确处理数据的方法。

完整的实验报告主要包括以下几点:

- (1) 实验名称、日期、学号、班级、姓名;
- (2) 实验目的与要求;
- (3) 主要仪器的名称、规格、编号;
- (4) 基本原理与主要公式:列出实验所依据的主要原理、基础理论及计算公式,应掌握公式中各物理量的含义,公式应用范围等;
- (5) 实验主要内容及简要步骤;
- (6) 实验数据表格与数据处理(经实验教师签字的原始数据应作为独立附录):将原始数

据重新整理,根据误差理论认真进行数据处理,并计算得到正确表述的实验结果;

(7)结果分析及讨论:对实验结果进行正确的分析、讨论,回答思考题及教师布置的习题。通过分析讨论发现在测量与数据处理中出现的问题,对实验中发现的现象进行解释,对实验装置及测试方法提出改进意见等。

进行实验操作并不是一定限制在实验项目所要求的实验条件或规定的实验操作范围内,同学们应积极发挥主观能动性,积极思考,进行观测和分析,探讨更优的实验方案,不断改进实验方法,增强自己的实验动手能力。任何在实践过程中解决的问题,都会教给同学们在书本、课堂上无法得到的经验,对于同学们的成长都将大有裨益。

第2章 测量误差、不确定度与数据处理

进行实验不仅是要定性地观察实验现象,更重要的是要对实验过程进行定量地测量,并寻求各宏观物理量之间定性或定量的内在联系。由于测量仪器、测量方法、测量人员等诸多因素的影响,对某一物理量的测量不可能是无限精确的,即测量中的误差是不可避免的。进行实验要掌握测量误差的基本知识,否则就不会获得正确的测量值;不掌握测量结果不确定度的计算,就不能正确表达和评价测量结果;不会处理数据或处理数据方法不当,就无法得到正确的实验结果。

本章主要介绍测量与误差、误差分析、有效数字、测量结果的不确定度评定等基本知识。

2.1 测量误差

2.1.1 测量及其分类

所谓测量就是将待测物理量与选作计量标准的同类物理量进行比较,得出其倍数的过程。倍数称为待测物理量的数值,选作的计量标准称为单位。因此,表示一个被测对象的测量值需包括数值和单位。

测量方法可以分为直接测量和间接测量。直接测量是指从仪器或量具上直接读出待测量大小的测量方法。例如:用温度计测量温度、用秒表测量时间、用天平测量质量等都属于直接测量。而有些物理量无法进行直接测量,待测量的数值是由若干个直接测量量经过既定的函数关系计算后获得,这样的测量方法称为间接测量。例如:用皮托管测量风速,需要测量流过空气的动压、静压,根据测量仪器测量的平均动静压差来计算得到风速;若想计算流过的空气质量流量,还需要辅助测量空气温度以及空气流动截面面积等物理量,风速及风量都是间接测量量。

物理量是否能直接测量并不是绝对的,随着科学技术的发展,测量仪器的改进,很多原来只能通过间接测量的量,现在也可以用更直接的方式测量了。但其测量的基本原理仍是一致的,目前所进行的实验室实验,一般还是对基本物理量进行直接测量,然后通过间接方式计算得到需要的测量结果,借以掌握和熟练应用基础理论。

根据测量条件是否相同,测量又可分为等精度测量和不等精度测量。在相同的测量条件下进行的一系列测量是等精度测量。同一个人使用同一仪器,采用同样的方法对同一待测量进行多次重复测量,此时可以认为每次测量的条件相同,称之为等精度测量。在对某一待测量

进行多次测量时,测量条件完全不同或部分不同,则各次测量结果的可靠程度不同的多次测量称为不等精度测量。在对某一待测量进行多次测量时,选用的仪器不同,或者测量方法不同,或测量人员不同都属于不等精度测量。事实上,在实验中,保持测量条件完全相同的多次测量是极其困难的。但当条件变化很小,或者某一条件的变化对结果影响不大时,仍可视作等精度测量。进行实验室实验目前都是近似等精度测量。

2.1.2 真值与误差

在一定条件下,任何一个物理量的大小都是客观存在的,都有一个实实在在、不依人的意志转移的客观值,称为真值。测量的目的就是要力图得到被测量的真值,但由于受测量方法、测量仪器、测量条件和观测者水平等诸多因素的限制,只能获得该物理量的近似值。也就是说,一个被测值 x 与真值 x_0 之间总是存在着这种差值,这种差值称为测量误差,即

$$\Delta x = x - x_0 \quad (2-1)$$

由测量所得的一切数据都毫无例外地包含有一定数量的测量误差。没有误差的测量结果是不存在的。测量误差存在于一切测量之中,贯穿于测量过程的始终。随着科学技术水平的不断提高,测量误差可以被控制得越来越小,但永远不会降低到零。

从(2-1)式我们可以看出,测量误差 Δx 显然有正负之分。因为它是指与真值的差值,为与下面定义的相对误差相区别,常称为绝对误差,这就是“绝对误差”的来历。注意,不要把绝对误差与误差的绝对值相混淆。

绝对误差是一个有量纲的数值,它表示测量值偏离真值的程度,一般保留一位有效数字。

一般来讲,真值仅是一个理想的概念,只有通过完善的测量才能获得。但是,严格的完善测量难以做到,故真值就在很多情况下都难以得到,所以绝对误差的概念只有理论上的价值。这正是人们放弃以实际定量操作的“误差”和与绝对误差有关的概念,转而使用不确定度概念的基本原因。

“相对误差”术语也是我们常常听到的,它同样也是一个很难定量表示的词。

测量的相对误差定义为测量误差的绝对值与真值的比值,用 E_x 表示

$$E_x = \frac{|\Delta x|}{x_0} \times 100\% \quad (2-2)$$

相对误差是一个无量纲量,常常用百分比来表示测量准确度的高低,因而相对误差有时也称为百分误差,一般保留一或两位有效数字。

2.1.3 误差的分类

正常测量的误差,按其产生的原因和性质,一般可分为系统误差、随机误差和粗大误差三

大类。这种划分及其相应的概念,虽然与现在广泛采用的描述测量结果的不确定度概念之间不一定存在简单的对应关系,甚至有些概念可能还是不太严格,但是作为思维和理解的基础,还是应该有所了解。

1. 系统误差

在相同条件下,多次测量同一物理量时,误差的大小恒定,符号总偏向一方或误差按照某一确定的规律变化,称为系统误差。系统误差的来源有以下几方面:

(1) 仪器误差 这是由于仪器本身的缺陷或没有按照规定条件使用仪器而造成的。如温度计零刻度不在冰点,仪器的水平或铅直未调整,天平不等臂等。

(2) 理论误差 这是由于实验方法本身的不完善或测量所依据的理论公式本身的近似性而造成的。例如,推导理论公式时没有把散热和吸热考虑在内,称量轻物体的质量时忽略了空气浮力的影响,单摆周期公式 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ 的成立条件是摆角趋于零,但实际做不到。

(3) 环境误差 这是由于环境影响和没有按规定的条件使用仪器引起的。例如,标准电池是以 20 V 时的电动势数值为标称值的,若在 30 V 条件下使用,如不加以修正,就引入了系统误差。

(4) 个人误差 这是由于观测者本人生理或心理特点造成的,如动态滞后、读数有偏大或偏小的癖等。

系统误差按掌握程度分类,可分为以下两种:

(1) 已定系统误差 这是指绝对值和符号已经确定,可以估算出的系统误差分量,一般在实验中通过修正测量数据和采用适当的测量方法(如交换法、补偿法、替换法和异号法等)予以消除。如千分尺的零点修正。

(2) 未定系统误差 这是指符号和绝对值未能确定的系统误差分量,在实验中常用估计误差极限的方法得出(这与后面引出的 B 类不确定度有大致的对应关系)。如仪表出厂时的准确度指标。它只给出该类仪器误差的极限范围,但实验者使用该仪器时并不知道该仪器误差的确切大小和正负,只知道该仪器的准确程度不会超过仪器误差的极限。对于未定系统误差,在实验中我们一般只考虑测量仪器的(最大)允许误差(简称仪器误差)。

系统误差按数值特征或其表现的规律又可分为以下两种:

(1) 定值系统误差 这种误差在测量过程中,其大小和符号恒定不变。例如,天平砝码的标称值不准确等。

(2) 变值系统误差 这种误差在测量过程中呈现规律性变化。这种变化,有的可能随时间变化,有的可能随位置变化。如分光计的偏心差所造成的读数误差就是一种周期性变化的系统误差。

系统误差的特征具有确定性和方向性,或者都偏大,或者都偏小。它一般应通过校准测量

仪器、改进实验装置和实验方案、对测量结果进行修正等方法加以消除或尽可能减小。

系统误差是测量误差的重要组成部分,在任何一项实验工作和具体测量中,最大限度地消除或减小一切可能存在的系统误差是实验测量工作的主要任务之一,但发现并减小系统误差通常比较困难,需要对整个实验所依据的原理、方法、仪器和步骤等可能引起误差的各种因素进行分析。实验结果是否正确,往往在于系统误差是否已被发现和尽可能地消除,因此对系统误差不能轻易放过。

一般而言,对于系统误差,可以在实验前对仪器进行校准,对实验方法进行改进等;在实验时采取一定的方法对系统误差进行补偿和消除;实验后对实验结果进行修正等。应预见和分析一切可能产生系统误差的因素,并尽可能减小它们。一个实验结果的优劣,往往就在于系统误差是否已经被发现或尽可能消除。在以后实验中,对于已定系统误差,要对测量结果进行修正;对于未定系统误差,则尽可能估算出其误差限制,以掌握它对测量结果的影响。

2. 随机误差

在极力消除或修正一切明显的系统误差之后,在同一条件下多次测量同一物理量时,测量结果仍会出现一些无规律的起伏。这种在同一条件下的多次测量过程中,绝对值和符号以不可预知的方式变化着的测量误差分量称为随机误差,有时也称为偶然误差。随机误差是实验中各种因素的微小变动引起的,主要有如下几点:

- (1) 实验装置的变动性 如仪器精度不高、稳定性差、测量示值变动等;
- (2) 观测者本人在判断和估计读数上的变动性 主要指观测者的生理分辨本领、感官灵敏程度、手的灵活程度及操作熟练程度等带来的误差;
- (3) 实验条件和环境因素的变动性 如气流、温度、湿度等微小的、无规则的起伏变化,电压的波动以及杂散电磁场的不规则脉动等引起的误差。

这些因素的共同影响使测量结果围绕测量的平均值发生涨落变化,这一变化量就是各次测量的随机误差。随机误差的出现,就某一测量而言是没有规律的,当测量次数足够多时,随机误差服从统计分布规律,可以用统计学方法估算出。

3. 粗大误差

实验中,由于实验者操作不当或粗心大意,如看错刻度、记错数或计算错误等都会使测量结果明显地被歪曲。这种由于错误引起的误差称为粗大误差或过失误差。

由定义可以看出,严格地讲,粗大误差应该叫错误,它是能够通过实验者的主观克服的,错误不是误差,要及时发现并在数据处理时予以剔除。而系统误差和随机误差是客观的,不可避免的,只能通过实验条件的改善和试验方法的改进予以减小,它们是由客观环境和人的感官的局限决定的。

2.1.4 随机误差的分布规律与特性

随机误差的出现,就某一测量值来说是没有规律的,其大小和方向都是不能预知的,但对同一物理量进行多次测量时,则发现随机误差的出现服从某种统计规律。理论和实践证明,等精度测量中,当测量次数 n 很大时(理论上是 $n \rightarrow \infty$),测量列的随机误差多接近于正态分布(即高斯分布)。标准化的正态分布曲线如图 2.1 所示。图中横坐标 $\Delta x = x_i - x_0$ 表示随机误差,纵坐标表示对应的误差出现的概率密度 $f(\Delta x)$,应用概率论方法可导出

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2-3)$$

式中的特征量 σ 为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \Delta x_i^2}{n}} \quad (n \rightarrow \infty) \quad (2-4)$$

称为标准误差,其中 n 为测量次数。

服从正态分布的随机误差符合如下特征:

(1) 单峰性 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大;

(2) 对称性 绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相等;

(3) 有界性 在一定的测量条件下,绝对值很大的误差出现的概率趋于零;

(4) 抵偿性 随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋于零,即 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0$ 。也就是说,若测量误差只有随机误差分量,即随着测量次数的增加,测量列的算术平均值越来越趋近于真值。因此增加测量次数,可以减小随机误差的影响。抵偿性是随机误差最本质的特征,原则上具有抵偿性的误差都可以按随机误差的方法处理。

随机误差的大小常用标准误差表示。由概率论可知,服从正态分布的随机误差落在 $[\Delta x, \Delta x + d(\Delta x)]$ 区间内的概率为 $f(\Delta x)d(\Delta x)$ 。由此可见某次测量的随机误差为一确定值的概率为零,即随机误差只能以确定的概率落在某一区间内。概率密度函数 $f(\Delta x)$ 满足下列归一化条件:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta x) d(\Delta x) = 1 \quad (2-5)$$

所以误差出现在 $(-\sigma, +\sigma)$ 区间内的概率 P 就是图 2.1 中该区间内 $f(\Delta x)$ 曲线下的面积

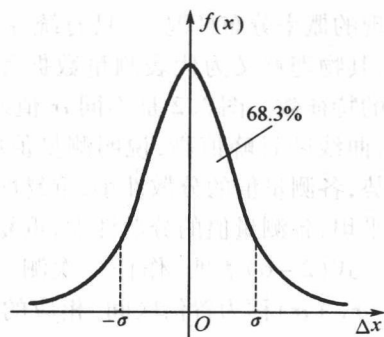


图 2.1

$$\begin{aligned}
 P(-\sigma < \Delta x < +\sigma) &= \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\Delta x) d(\Delta x) \\
 &= \int_{-\sigma}^{+\sigma} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}\right] d(\Delta x) \\
 &= 68.3\%
 \end{aligned} \quad (2-6)$$

该积分值可由拉普拉斯积分表查得。

标准误差 σ 与各测量值的误差 Δx 有着完全不同的含义。 Δx 是实在的误差值,而 σ 并不是一个具体的测量误差值,它反映在相同条件下进行一组测量后,随机误差出现的概率分布情况,只具有统计意义,是一个统计特征量,其物理意义为代表测量数据和测量误差分布离散程度的特征数。图 2.2 是不同 σ 值时的 $f(\Delta x)$ 曲线。 σ 值小,曲线陡且峰值高,说明测量值的误差集中,小误差占优势,各测量值的分散性小,重复性好;反之, σ 值大,曲线较平坦,各测量值的分散性大,重复性差。

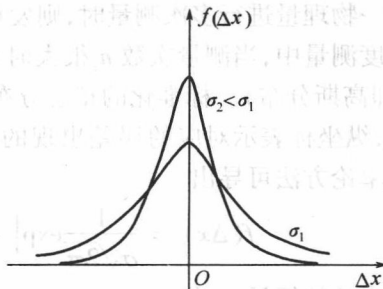


图 2.2

式(2-6)表明,作任一次测量,随机误差落在 $(-\sigma, +\sigma)$ 区间的概率为 68.3%。区间 $(-\sigma, +\sigma)$ 称为置信区间,相应的概率称为置信概率。显然,置信区间扩大,则置信概率提高。置信区间取 $(-2\sigma, +2\sigma)$, $(-3\sigma, +3\sigma)$ 时,相应的置信概率 $P(2\sigma) = 95.4\%$, $P(3\sigma) = 99.7\%$ 。定义 $\delta = 3\sigma$ 为极限误差,其概率含义是在 1 000 次测量中只有 3 次测量的误差绝对值会超过 3σ 。由于在一般测量中次数很少超过几十次,因此,可以认为测量误差超出 $-3\sigma \sim 3\sigma$ 范围的概率是很小的,故 3σ 称为极限误差,一般可作为可疑值取舍的判定标准,也称作剔除坏值标准的 3σ 法则。

然而,实际测量总是在有限次内进行,如果测量次数 $n \leq 20$,误差分布明显偏离正态分布而呈现 t 分布形式。 t 分布函数已算成数表,可在数学手册中查到。 t 分布曲线如图 2.3 所示。数理统计中可以证明,当 $n \rightarrow \infty$ 时, t 分布趋近于正态分布(图 2.3 中的虚线对应于正态分布曲线)。由图可见, t 分布比正态分布曲线变低变宽了; n 越小, t 分布越偏离正态分布。但无论哪一种分布形式,一般都有两个重要的数字特征量,即算术平均值和标准偏差。

设在某一物理量的 n 次等精度测量中,得到测量列为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 各次测量值的随机误差为 $\Delta x_i = x_i - x_0$ 。将随机误差相加

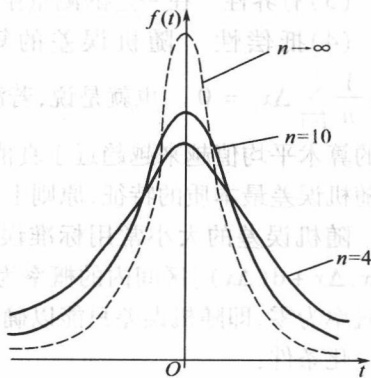


图 2.3

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i = \sum_{i=1}^n (x_i - x_0) = \sum_{i=1}^n x_i - nx_0 \quad \text{或} \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - x_0 \quad (2-7)$$

用 $\bar{x}$ 代表测量列的算术平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2-8)$$

式(2-7)改写为

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = \bar{x} - x_0 \quad (2-9)$$

根据随机误差的抵偿特征,即 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0$, 于是

$$\bar{x} \rightarrow x_0 \quad (2-10)$$

可见,当测量次数相当多时,系统误差忽略不计时的算术平均值 $\bar{x}$ 最接近于真值,称为测量的最佳值或近真值。我们把测量值与算术平均值之差称为偏差(或残差)

$$\nu_i = x_i - \bar{x} \quad (2-11)$$

当测量次数 n 有限时,测量列的算术平均值仍然是真值 x_0 的最佳估计值。证明如下:假设最佳值为 X ,并用其代替真值 x_0 ,各测量值与最佳值间的偏差为 $\Delta x_i' = x_i - X$,按照最小二乘法原理,若 X 是真值的最佳估计值,则要求偏差的平方和 S 应最小,即

$$S = \sum_{i=1}^n (x_i - X)^2 \rightarrow \min \quad (2-12)$$

由求极值的法则可知, S 对 X 的微商应等于零

$$\frac{dS}{dX} = 2 \sum_{i=1}^n (x_i - X) = 0 \quad (2-13)$$

于是

$$nX - \sum_{i=1}^n x_i = 0 \quad (2-14)$$

即

$$X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x} \quad (2-15)$$

所以测量列的算术平均值 $\bar{x}$ 是真值 x_0 的最佳估计值。

由误差理论可以证明某次测量的标准偏差的计算式为

$$S_x = \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x)^2}{n-1}} \quad (2-16)$$

这一公式称为贝塞尔公式。其意义表示某次测量值的随机误差在 $-\sigma_x \sim +\sigma_x$ 的概率为68.3%,也即表示测量值 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ 及其随机误差的离散程度。标准偏差 S_x (或 σ_x) 小表示测量值密集,即测量的精密度高;标准偏差 S_x (或 σ_x) 大表示测量值分散,即测量的精密度低。

$\bar{x}$ 是被测量的最佳估计值,但它与真值之间仍存在误差。由随机误差的抵偿性可知, $\bar{x}$ 的