海洋工程波浪力学

Wave Mechanics for Ocean Engineering

王树青　梁丙臣　编著

中国海洋大學出版社
CHINA OCEAN UNIVERSITY PRESS

海洋工程波浪力学

王树青　梁丙臣　编著

中国海洋大学出版社
·青岛·

图书在版编目(CIP)数据

海洋工程波浪力学/王树青,梁丙臣编著.—青岛:中国海洋大学出版社,2013.3
ISBN 978-7-5670-0235-7

Ⅰ.①海… Ⅱ.①王… ②梁… Ⅲ.①海洋工程—波浪—海洋动力学 Ⅳ.① P731.22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 037728 号

出版发行　中国海洋大学出版社
社　　址　青岛市香港东路 23 号　　　　邮政编码 266071
出 版 人　杨立敏
网　　址　http://www.ouc-press.com
电子信箱　hpjiao@hotmail.com
订购电话　0532-82032573(传真)
责任编辑　矫恒鹏　　　　电　　话 0532-85902349
印　　制　青岛双星华信印刷有限公司
版　　次　2013 年 3 月第 1 版
印　　次　2013 年 3 月第 1 次印刷
成品尺寸　170 mm × 230 mm
印　　张　14.625
字　　数　265 千字
定　　价　25.00 元

Preface 前言

《海洋工程波浪力学》是海岸工程、船舶工程、海洋工程等相关专业的一门重要的专业基础课，是研究各种波浪理论及波浪对海洋工程结构物作用力的分析和计算方法的一门科学。

本书主要包括以下内容：(1)波动方程；(2)线性波理论；(3)非线性波浪理论；(4)波浪的传播与变形；(5)随机波浪理论；(6)作用在小尺度结构物上的波浪力；(7)作用在大尺度结构物上的波浪力；(8)附录。

相比于现有教材，本书具有以下特色。

1. 增加了一些新的章节内容，融入了一些新的理论知识，如波浪在近岸区的传播与变形、波浪的绕射与辐射、二阶波浪力等，以适应浅海与深海不同开发技术的需要。

2. 结合编程语言来巩固和增强学生对知识的掌握能力。书中附加一些利用 Matlab 程序求解波浪力学问题的算例供学生学习，以增强学生对相关知识的理解和掌握。

3. 增加了例题和思考题；设置了附录，收录了同流体力学、波浪理论相关的基础知识，便于读者查阅。

4. 增加了部分专业英语词汇，使学生在学习相关理论知识的同时，掌握相关英语词汇，以提高学生的英文专业文献阅读能力。

5. 充分借鉴国内外同类教材的优点，重视结合工程实际问题来阐述理论的应用。

本书第 1～3 章及 5～7 章由王树青执笔，第 4 章由梁丙臣执笔。全书由王树青统稿、定稿。在成书过程中，作者参阅了许多学者的论著，已列入书后的参考文献，在此对他们表示感谢。同时还要感谢海岸工程专

业综合改革试点项目、山东省研究生教育创新计划(SDYY12151)及教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-10-0762)对本书出版给与的资助。

本书可作为船舶、海洋、海岸、水利等专业硕士研究生及高年级本科生的教材,亦可作为相关专业科研人员和工程技术人员的参考书。

由于海洋工程波浪力学发展迅速,新的理论、方法不断涌现,鉴于作者从事该领域研究时间较短、水平有限,书中难免存在不妥之处,敬请读者指正。

作　者

2013年1月

Contents 目　录

第 1 章　波动方程

波浪运动是流体运动的一种形式，因此波浪运动必须满足流体运动的基本方程，包括连续方程和运动方程。本章首先简单介绍流体力学的基本方程，然后给出描述波浪运动的定解方程，包括基本方程和定解条件。

1.1　流体力学基本方程

1.1.1　连续方程

质量守恒是任何物质运动时必须遵循的一个法则。对于流场中任意选定的固定几何空间，单位时间内含于此空间内的流体质量的增加量必然等于同时间内通过此空间边界净流入其内部的流体质量。

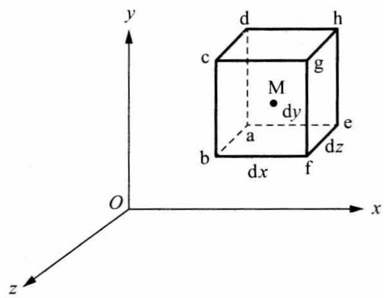

图 1-1　微元六面体

从流场中取出一个微元六面体，如图 1-1 所示。六面体的边长分别为 dx，dy，dz。先看 x 方向的流动情况，单位时间内从左边界面（abcd 面）流入的流体质量为 $\rho u_x \mathrm{d}y\mathrm{d}z$，从右边界面（efgh 面）流出的流体质量是 $\left[\rho u_x+\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x}\mathrm{d}x\right]\mathrm{d}y\mathrm{d}z$。故在单位时间内在 x 方向从微元六面体中净流出的质量应为

$$\left[\rho u_x+\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x}\mathrm{d}x\right]\mathrm{d}y\mathrm{d}z-\rho u_x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{1-1}$$

同理，在 y 方向和 z 方向上从微元六面体中净流出的质量分别为

$$\frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\ (y\text{ 方向净流出质量}) \tag{1-2}$$

$$\frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\ (z\text{ 方向净流出质量}) \tag{1-3}$$

上式中，u_x，u_y，u_z 分别为流体在 x，y，z 方向上的流体速度分量，ρ 为流体的密度。三部分质量相加，于是得到单位时间内微元六面体中所减少的流体质量为

$$\left[\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z}\right]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{1-4}$$

当 $\frac{\partial\rho}{\partial t}<0$ 时，反映了密度在下降。由于密度的降低，在单位时间内六面体中流体质量的减少量为

$$-\frac{\partial\rho}{\partial t}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{1-5}$$

根据质量守恒原理，式(1-4)与式(1-5)应完全相等，故有

$$\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z}+\frac{\partial\rho}{\partial t}=0 \tag{1-6}$$

式(1-6)就是直角坐标系下三维流动的连续性微分方程式，适用于可压缩流体的非恒定流动。其矢量形式为

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\mathbf{u})=0 \tag{1-7}$$

或

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}+\rho\nabla\cdot\mathbf{u}=0 \tag{1-8}$$

式中，$\mathbf{u}$ 为速度矢量，即 $\mathbf{u}=u_x\mathbf{i}+u_y\mathbf{j}+u_z\mathbf{k}$；$\nabla=\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i}+\frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j}+\frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}$ 为哈密尔顿算子。对于不可压缩流体，$\rho=\mathrm{const}$。上述连续方程式可以简化为

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}=0 \tag{1-9}$$

或

$$\nabla\cdot\mathbf{u}=0 \tag{1-10}$$

式(1-10)对定常或非定常流动都适用。

空间各点的流动速度分布必须满足连续性方程式，若不满足，则流体内部将产生不连续现象，它是判断流体质量是否连续分布的条件。

1.1.2 运动方程

流体运动时，必须遵循的另一规律为动量守恒定理(牛顿第二运动定理)。在研究液体波浪运动时，一般认为流体是无黏性的理想流体，此时可以忽略流体的黏性效应，只考虑压强而不必考虑切向应力。取图 1-1 所示的六面体，对其进行受力分析(以 x 向为例)。

(1) 表面力：设六面体中心处 M 点的压强为 $p(x,y,z)$，则微元体左面(abcd

面)上压强为

$$p\left(x-\frac{1}{2}\mathrm{d}x,y,z\right)=p(x,y,z)-\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{2}$$

微元体右面(efgh 面)压强为

$$p\left(x+\frac{1}{2}\mathrm{d}x,y,z\right)=p(x,y,z)+\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{2}$$

于是 x 向表面力的合力(理想流体,无切应力)为

$$-\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

(2) 质量力:单位质量力分量用为 X,Y,Z 来表示,则 x 方向质量力为

$$\rho X\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

(3) 微元体的质量为 $\rho\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$

(4) 微元体 x 方向的加速度为

$$a_x=\frac{\partial u_x}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_x}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_x}{\partial z}$$

利用牛顿第二定理,于是可以得到 x 方向的运动方程如(1-11a)所示,同理得 y,z 方向的运动方程。

$$\frac{\partial u_x}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_x}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_x}{\partial z}=X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{1-11a}$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_y}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_y}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_y}{\partial z}=Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} \tag{1-11b}$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_z}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_z}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}=Z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} \tag{1-11c}$$

运动方程(1-11)的矢量形式为

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t}=\mathbf{f}-\frac{1}{\rho}\nabla p \tag{1-12}$$

式中,单位质量力 $\mathbf{f}=X\mathbf{i}+Y\mathbf{j}+Z\mathbf{k}$。式(1-12)即为理想流体的欧拉运动微分方程式。欧拉运动方程共有三个方程式,再加上连续方程式,共计四个方程。如果给定所提问题的边界条件和初始条件,可以求解四个未知函数 u_x,u_y,u_z 和 p。需要说明的是,在重力场中,单位质量力为:$X=Y=0,Z=-g$(z 轴向上为正)。

1.1.3 理想流体非定常无旋运动的拉格朗日积分

运动方程有许多不同的积分形式,在讨论波浪运动时,应用积分形式的方程往往要比运动方程本身方便。因为后文讨论的波浪运动是一种理想流体的无旋运

动，所以此处仅考虑理想流体无旋运动的积分形式，此时流体的连续方程和运动方程具有非常简洁的形式。

假设：

（1）流体为理想不可压缩流体：$\rho = \text{const}$，则

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{\rho}\right) \tag{1-13}$$

（2）质量力为有势力，即具有势函数 $U(x,y,z)$，满足

$$X = \frac{\partial U}{\partial x}, Y = \frac{\partial U}{\partial y}, Z = \frac{\partial U}{\partial z} \tag{1-14}$$

（3）运动是无旋的，存在速度势函数 $\Phi(x,y,z,t)$ 且满足

$$\mathbf{u} = \nabla\Phi \tag{1-15a}$$

或者

$$u_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, u_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, u_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \tag{1-15b}$$

由此可得

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right) \tag{1-16}$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) = \frac{\partial u_y}{\partial x} \tag{1-17}$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right) = \frac{\partial u_z}{\partial x} \tag{1-18}$$

代入(1-11a)中，可得

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{\rho}\right) &= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right) + u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_y}{\partial x} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial x} \\ &= \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)\right]\end{aligned}$$

即

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} - U + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)\right] = 0 \tag{1-19a}$$

同理可得

$$\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} - U + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)\right] = 0 \tag{1-19b}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} - U + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)\right] = 0 \tag{1-19c}$$

即

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} - U + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) = C(t) \tag{1-20a}$$

或者

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} - U + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi) = C(t) \tag{1-20b}$$

当质量力仅有重力时，$U = -gz$，代入上式，可得积分形式的运动方程为

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi) + gz + \frac{p}{\rho} = C(t) \tag{1-21}$$

上式中，$C(t)$ 为积分常数，通过重新定义速度势函数可以将之消去，因为速度势函数加减一个与空间坐标无关的数值并不影响其速度场。

定义 $\Phi'(x,y,z,t)$，使得$\frac{\partial \Phi'}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} - C(t)$，由于$\nabla\Phi' = \nabla\Phi$，显然 $\Phi'(x,y,z,t)$ 与 $\Phi(x,y,z,t)$ 代表同一速度场。用 $\Phi'(x,y,z,t)$ 表示式(1-21)，得到

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla\Phi' \cdot \nabla\Phi') + gz + \frac{p}{\rho} = 0 \tag{1-22}$$

为了方便，仍然用 $\Phi(x,y,z,t)$ 表示上式，即

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi) + gz + \frac{p}{\rho} = 0 \tag{1-23}$$

上式即为理想流体非定常无旋运动的积分方程。

1.2　波浪运动基本方程及定解条件

1.2.1　势波理论

由流体力学理论得知，在重力场中处于平衡的液体，其自由面是一平面。如果在某种外来扰动的作用下，液体自由表面的各个质点将离开其平衡位置，但失去平衡状态的各液体质点在重力(或其他恢复力)和惯性力的作用下，有恢复到初始平衡位置的趋势，于是形成了液体质点的振荡运动。这种振荡运动以波的形式在流体内传播，从而形成了波浪运动。

由此可见，一般波浪运动的产生需要两个条件，其一是使处于平衡状态的液体失去平衡的外界扰动力，其二为使其恢复平衡的恢复力。在恢复力中最重要的是重力，当自由液面受到扰动力而离开其平衡位置(静水面)时，重力就会使其恢复到原来的位置，由于重力是唯一的作用外力(恢复力)，所以称为重力波。重力波主要出现在液体表面上，它也影响到液体内部，但随着深度的增加，其影响便越来越小，

所以又称为液体表面波、表面重力波，简称重力波。

人们在研究波浪问题过程中曾经发现，海洋中的波浪可以传播到很远的地方；在实验室中也可以观察到，水槽中的波浪可以长距离的传播而不变形。这就说明，液体阻尼作用即黏滞性的影响在波浪传播过程中是比较小的，因而研究大多数波浪问题时，可以假定流体是无黏性不可压缩的均匀流体。如果在重力场中无黏性不可压缩的均匀流体在初始时刻作无旋运动，则这种情形在以后的任何时刻都将保持。也就是说，液体表面形成的波浪运动是一种在重力作用下的无旋运动，因而这种波浪运动也叫势波。

波动现象是自然界很常见的现象。投石入水，水面激起同心圆形波纹，由中心向四面八方传播开来，这是人们最熟悉的波动现象。另外，风吹水面形成的风浪，船舶航行形成的船行波，海水周期性的涨落形成的潮汐波，海底地震形成的海啸，都是波动现象。各种波浪的形成机制和典型周期不一样。本书主要讲述恢复力为重力时产生的波浪运动。

1.2.2 基本方程与定解条件

1. 基本方程

对于势波，其问题主要在于确定波动域内的速度势函数 $\Phi(x,y,z,t)$，从而进一步求得波动场中各点的速度场 $\mathbf{u}(x,y,z,t)$、压强场 $p(x,y,z,t)$ 以及其他相关的物理量。

在研究的海域 R 内(如图 1-2 所示)，流体满足连续方程(1-9)。对于无旋运动(有势运动)，存在速度势函数 $\Phi(x,y,z,t)$，根据流体速度和势函数的关系(1-15)，则下式成立。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}=0 \qquad (1\text{-}24)$$

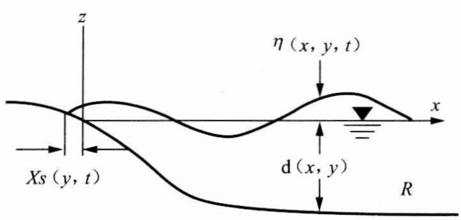

图 1-2 波动海域示意图

方程(1-24)为著名的拉普拉斯方程，也是势波运动的控制方程。求解该方程可以得到速度势函数 $\Phi(x,y,z,t)$ 并进而求得速度矢量 $\mathbf{u}(x,y,z,t)$，将之代入理想流体非定常无旋运动的积分方程(1-23)，从而可以得到流场内各点的压强分布。从数学上来说，方程(1-24)有无穷多解。为了使拉普拉斯方程具有唯一确定的解，需要相应的定解条件。定解条件包括初始条件和边界条件。

2. 边界条件

边界条件是指在流场中各边界(固体表面或自由液面)已知的速度值和压强值。所求的解在边界上必须等于这些已知值。边界条件分运动学边界条件和动力学边界条件。

(1) 海底边界条件(Boundary Condition at Seabed)

对固体边界,其运动学边界条件要求流体质点既不能穿过固体表面,也不能脱离固体表面,即流体对固体表面的相对速度只有切向速度,法向速度为零。这称为无渗透、可滑移条件。对波浪运动,海底是固定不动的,此时满足

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0, \quad z = -d \tag{1-25}$$

式中,n 为海底的外法线方向。当海底为水平时,上式可以表示为

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z = -d \tag{1-26}$$

(2) 自由水面运动边界条件(Free Surface Kinematic Boundary Condition)

在自由水面处,其运动边界随时间变化。假设边界形状方程式为

$$F(x, y, z, t) = 0 \tag{1-27}$$

则边界面上流体质点的法向速度应该等于该边界面的法向变形速度。例如,t 时刻位于边界面上的流体质点经过 Δt 后,移动了距离 $\mathbf{u}\Delta t$,且仍在边界面上,此时满足

$$F(x + u_x\Delta t, y + u_y\Delta t, z + u_z\Delta t, t + \Delta t) = 0 \tag{1-28}$$

将上式进行泰勒级数展开,并取 $\Delta t \to 0$ 的极限,即

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + u_x \frac{\partial F}{\partial x} + u_y \frac{\partial F}{\partial y} + u_z \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \tag{1-29}$$

即边界面上的条件为 $\dfrac{DF}{Dt} = 0$ 。

假设波动的自由水面方程为 $z = \eta(x, y, t)$,则自由水面可以表示为

$$F = z - \eta(x, y, t) = 0 \tag{1-30}$$

于是

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{D(z - \eta)}{Dt} = 0 \tag{1-31}$$

从而可以得到

$$\frac{Dz}{Dt} - \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - \frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{1-32a}$$

或

$$u_z - \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial x}u_x - \frac{\partial \eta}{\partial y}u_y = 0 \tag{1-32b}$$