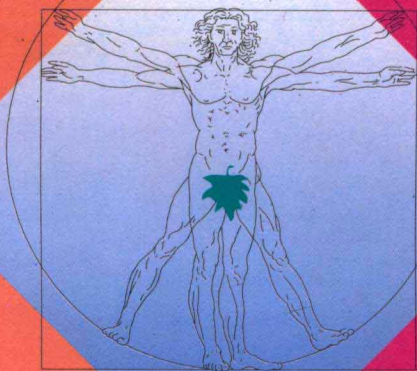


中学学科学学习学丛书



shuxue xuexi xue
数学学习学

杨吉和 张振国

编著

王培元 姚文武

青岛海洋大学出版社

中学学科学习丛书

数 学 学 习 学

杨吉和 张振国 编著
王培元 姚文武

青岛海洋大学出版社
青 岛

(鲁)新登字 15 号

数学学习学

杨吉和 张振国 编著
王培元 姚文武

*

青岛海洋大学出版社出版发行

青岛市鱼山路 5 号

邮编 266003

新华书店经销

山东日照市印刷厂印刷

*

1998 年 12 月第 1 版 1998 年 12 月第 1 次印刷

开本:787×1092 1/32 印张:4.5 字数:90 千

印数 1—6000

ISBN 7-81067-013-1

G·002 总定价:45.00 元(共 6 册)

总 序

王荣纲

小时候,听老人讲过“点石成金”的故事。大意是:一个穷孩子向老道仙人乞讨,道人用手指向一块石头一点,石头变成了金子。穷孩子看了看金子,又想了想,对道人说:“我不要这块金子,我要你点石成金的指头。”当时我心想,这穷孩子太贪婪了。后来,在大学的课堂上,我的老师又讲了这个故事。讲过之后他接着说:“这穷孩子想得很有道理,金子总有用完的时候,有了点石成金的指头,可以受用无穷。我们当老师的就是要将点石成金的本领教给学生,让他们学会点金术,不贪要现成的金子。”这时,我才好似茅塞顿开,明白了“点石成金”故事的真谛。一个通俗简短的故事,却蕴涵着这样深刻的道理。

德国著名的教育家第斯多惠说:“科学知识不应该传授给学生,而应当引导学生发现它们,独立地掌握它们。”又说:“一个坏的教师奉送真理,一个好的教师则教人发现真理。”前苏联的教育家对“教会学生学习”给予了高度重视,并由此而形成了优秀的研究传统。早在1911年,教育家娜·康·克鲁普斯卡雅指出:“未来的学校应该是学生的自由联合,他们的

目的是通过共同的努力为自己铺设一条通向思考王国的道路。在这样的学校里,教师只是具有丰富经验和知识的年长的同志,他帮助学生学会独立地学习,他给学生指出获取知识的方式和方法,帮助学生组织共同的自学活动……”自此以后,前苏联许多教育家都在这方面作出了不少有益的探索,甚至有人把“教会学生学习”看做是“决定整个教学效果的主要环节”,应该作为“每一位优秀教师工作中的座右铭”。苏霍姆林斯基再三强调,一定要让学生“学会如何学习”。中国老教育家叶圣陶先生说:“教师教各种学科,其最终目的在于达到不复需教,而学生能自为研索,自求解决。”

但是,长期以来,人们受陈腐传统教育思想的影响,受到顽固的习惯势力的束缚,学校教育中“抱着走”、“满堂灌”、“嚼碎喂”的做法比较普遍,学生主动学习的意识非常淡薄,对教师的依赖性很大;一步也离不开教师的现象,甚至在研究生中也不罕见,那些教育家的精辟论述并没有真正付诸实施。因此,国际上许多著名专家学者不断发出呼吁:改革教育,重视学习科学的研究。于是“学会学习”成为当今时代一个引人注目的课题。

国际著名学术团体罗马俱乐部 1979 年发表的研究报告《学无止境》中指出:“一个不容忽视的事实是:当代学习的不足,导致了人类状况的恶化和人类差距的扩大。我们的学习方法是令人震惊的落后,这种状况使个人和社会在对付全球性问题所提出的挑战方面,都未能作好准备。这种学习上的失败,意味着人类在作好准备方面,仍处于全世界都不发达的水平。从这个意义上说,如果把学习问题看做是另一个世界范围的问题,这肯定还是不够的,因为它的重要性实际上已远远超

出了仅仅作为一个世界问题的范围：学习的失败从根本上说是我们一切问题的问题，这是因为这种失败限制了我们对付许多全球性问题中的其他每个问题的能力。但是，这种限制既不是一成不变的，也不是绝对的。人的潜力一直受到人为的限制，而且一直没有被大量利用——正因为如此，一切有实际目的的学习，显然实际上都是没有止境的。”报告作者认为，全球性的问题尽管千头万绪，但是，只要抓住“学习”这个问题，其他问题便可迎刃而解了。

这样来认识学习的重要意义，已经被越来越多的人所承认。

经过许多人的努力，许多关于学习问题研究的论文和专著相继问世。1948年初美国斯坦福大学鲍尔和希尔加德合著的《学习论——学习活动的规律探索》出版，引起教育界的轰动；本书几经修改，到1985年已是第五版印刷。1987年，上海教育出版社翻译的中文版在中国出版，1990年再版，深受读者欢迎。美国比格教授的专著《学习的基本理论与教学实践》，是70年代以来美国许多高等学校有关教育课程采用的教科书或补充教材，先后四次修订再版；1983年，经我国学者根据1976年原书第三次修订的版本翻译，由文化教育出版社出版，同样深受广大读者的欢迎，很快就抢购一空；之后，译者又根据作者第四次修订版本翻译，1991年由人民教育出版社重新出版，销售量仍然很大。美国著名学者诺瓦克和高温带领他们的几十名研究生，经过20多年研究，写成《学会学习》一书，1984年由英国剑桥大学出版社出版，1989年在我国由湖北教育出版社出版（中文译本），也产生了广泛影响。

除此之外，还有一批外国学者写的学习学方面的著作先

后被译成中文在中国出版,对推动中国学习科学的研究,促进“学会学习”活动的开展,起到了积极作用。

中国关于学习问题的研究,有着优良的传统,古代的思想家、教育家,如孔子、孟子、荀子、朱熹等人,提出了许多精辟的见解;到了现代,鲁迅、陶行知、叶圣陶等人也先后发表了许多先进的思想和独到的见解。但是,把学习问题作为一门独立的科学——学习学,还是在文化大革命之后的事。十年动乱,中国的教育遭到严重破坏。打倒“四人帮”之后,社会需要人才,人们需要学习。发展教育,倡导学习,成为当时社会的热门话题。一些有识之士,总结了我国古代的优秀成果,借鉴了外国的先进思想,顺应时代的要求,提出建立中国学习学的一系列构想。1987年6月,在南京召开了我国学习学史上的一次重要会议,成立了“全国学习科学研究会筹委会”。中国学习科学的研究进入了一个新的阶段。

经过许多专家学者的宣传倡导,一些学校开始进行教学方法的改革。对学习方法进行指导。1979年10月,河南省平顶山市心理学会的同志在中学开展了“中学生学习心理学”的实验研究,这项实验持续到1984年5月,经过近5年的实验,取得了显著效果。湖北大学的黎世法教授,从1979年开始进行“中学生最优学习方法”的研究,他通过对300名优秀中学生及大学新生的调查,概括出优秀学生的“八环学习法”,这一研究成果从1981年起在全国许多省、市、地区的中学进行推广实验,取得了良好效果。

80年代以来,全国各地举办了各种各样的实验班,许多学校开设了“学习学”课。据中国学习科学学会(筹)秘书处1992年的不完全统计,全国约有100多所高等院校开设专业

学习指导课；中小学系统，约有数千所学校开设“学法指导课”，受益学生达百万之多。

有关宣传学习学的报刊杂志不断出现，如《光明日报》和各省自学考试办公室主办的《考试》、《自学考试》等，对指导自学起了很好的作用。各种各样的学习报比较普及，河南省教育社出版的《小学生学习报》，发行 300 多万份，《少年智力开发报》，创刊十年，拥有 60 多万小读者；山西教育出版社主办的《学习报》，分小学版、初一版、初二版、初三版，大量发行。《人民日报》研究室、光明日报社教育部、武汉大学 3SFM 研究中心联合策划“英才家教计划”，隆重推出《小学生家庭学习辅导》录像带，把学习指导引进家庭，受到社会的欢迎。

研究学习的专著教材大量出版，各种各样的小学学习学、中学学习学、大学学习学，还有各学科的学习学，如语文学学习学、政治学习学、英语学学习学、历史学习学、数学学习学、物理学习学、化学学习学、生物学习学、地理学习学……还有自学学、记忆学、阅读学、创造学、智慧学……大量涌现。中国学习科学的园地里出现了空前繁荣的景象。

中国学习科学研究已经发展到一个新的历史时期，不仅引起了广大教育工作者、专家学者、学生和学生家长的注意，也引起各级党政领导的注意。1995 年 8 月，全国第四届学习科学学术研讨会暨全国教育科学“八五”规划国家教委重点课题《学生学习现状的调查和学习指导的研究》结题会在北京举行，中宣部常务副部长徐惟诚在会上讲话指出：要研究学生的学习，并把理论研究成果用来指导学生的学习实践。国家教委副主任柳斌也到会讲话，他指出：教育要面向现代化，不仅要研究教师如何教，研究教的规律和方法，而且要研究学，研究

学的规律和方法,既要充分发挥教师的主导作用,也要充分发挥学生的主体作用,研究学习是非常重要和有意义的。“教是为了不教”,加强学习指导,有利于减轻学生的学习负担,让学生主动地、生动活泼地、全面地得到发展,有利于提高学生的素质。希望学习指导实验研究所取得的成果能在更大范围内推广,发挥更大的社会效益。

为达到此目的,我们组织专家教授和长期在教学第一线从事教学实践、有丰富经验的教师编写了《中学学科学习学》丛书。本丛书不仅从理论上说明了学习的规律和方法,而且深入到主要学科领域进行阐述,希望对指导中学生学习起到积极作用,并准备在一些中学进行这方面的实验,使学生在“学会学习”方面取得经验,进一步推动教育改革!

编 委 会

主编

王荣纲

张振国

曹洪顺

编委

王至正

王焕涛

王荣纲

王惠萍

张振国

李恩祥

曹洪顺

目 录

总序	王荣纲
第一章 数学学科与学习特点	(1)
一、数学学科的对象、方法、性质和意义	(1)
二、数学的学科结构和学习材料	(13)
三、数学学习的一般认知过程和情意过程	(19)
四、数学学习的效率和质量	(26)
第二章 数学学习目的与认知目标分类	(31)
一、数学学习目的	(31)
二、数学认知目标的分类	(39)
第三章 数学学习内容的分类	(61)
一、数学概念的学习	(61)
二、数学命题的学习	(70)
三、数学方法的学习	(79)
第四章 数学学习活动	(86)
一、听讲	(86)
二、自学	(94)

三、练习	(97)
四、复习	(101)
五、解题	(103)
六、自我检查和总结	(107)
第五章 数学学习障碍	(110)
一、知识的缺陷积累	(110)
二、心理的定势和逆反	(118)
三、考试失常	(122)
四、考试心理及调控	(125)

第一章 数学学科与学习特点

一、数学学科的对象、方法、性质和意义

(一)数学学科的对象与特点

任何一门科学都有它自己的研究对象,都有其自身的特点,数学这门科学也是如此。我们要学好数学,首先必须明确它的研究对象是什么,或者说什么是数学,它有哪些特点。

1. 数学研究的对象。由于实践活动的需要,数学在古代就已经产生了,现在已发展成为分支众多的庞大系统。数学像其他科学一样,它研究的也是现实的物质世界,研究现实世界的物体及其相互间的关系。但数学与研究各种物质运动形式的自然科学(如物理、化学、生物等)不同,它所研究的是现实世界一切物体和现象所固有的,但与其实际内容无关的数量关系和空间形式,这些关系和形式,就是数学的研究对象。就是说,数学是一门研究现实世界数量关系和空间形式的科学。换言之,数和形是数学的基本研究对象。从中小学数学的内容来看,小学数学及中学代数主要是考察运算规律;中学的几何部

分,主要是考察物体的形状、大小和位置关系;平面三角部分,主要是考察三角函数的数量关系和三角形的边角关系;平面解析几何则是利用平面直角坐标系把数和形结合起来考察,运用代数方法研究几何问题;微积分初步是以函数为主线,较系统地研究数、形关系的部分;等等。如果我们把中小学数学内容分析一下,就不难发现,中小学数学的研究对象,也就是现实世界的数量关系和空间形式。这些关系和形式,或者说数和形的概念,随着数学科学的发展及其应用范围的扩展,应该在更广泛的意义下来理解它。

2. 数学的特点。任何一门科学都有自己所固有的特点,数学也不例外,它有三个显著的特点,一是抽象性;二是严谨的逻辑性;三是应用的广泛性。

(1) 数学的抽象性。抽象性并非数学所独有的,任何一门科学都离不开抽象。因为每门科学都必须有一个概念系统,而概念都是经历了不同程度的抽象过程而形成的,可见概念本身就是抽象思维的产物。然而,数学的抽象,在对象上、程度上都不同于自然科学和社会科学等的抽象,数学是借助于抽象建立起来并借助于抽象发展的。

首先,数学的抽象撇开对象的具体内容,而仅仅保留数量关系和空间形式,这些关系和形式,已是一种形式化的思想材料。例如,现实世界本来没有“方程”,它是人们从现实世界数量关系中抽象出来的形式化的思想材料。如果没有人,就不会有自然数、因式分解、方程式、函数、勾股定理及矩形的面积公式等等,也就是没有数学的研究对象。然而,即使人没有发现原子物理学,原子还是客观地存在于人脑之外的现实中。因此,数学研究的对象皆为抽象思维的产物,是形式化的思想材

料。

其次,数学的抽象是经过一系列的阶段形成的,是逐步发展的,它的抽象程度大大超过了自然科学和社会科学中的一般抽象。不论是从现实世界的物体原型直接概括出的原始概念的抽象,如点、直线、自然数等概念,还是被定义的概念,如复数、函数、曲线方程、向量等概念以及数学原理(包括公理、定理、法则、公式等)、算法等高水平的抽象,它们都是从简单到复杂、从具体到抽象这样一个不断深化的过程。许多数学概念是在已有数学概念的基础上再一次抽象而来的,如“方程”这个概念是在“等式”这个概念的基础上得来的,“有理方程”是在“方程”这个概念的基础上得来的,“整式方程”又是在“有理方程”这个概念的基础上抽象而来的等等。由此可见,数学概念具有多层次抽象的特点。同时,数学中的同一个对象,它的抽象也不是一次完成的。所以说,数学的抽象不仅表现在广度上,而且也表现在不同层次的深度上。

第三,不仅数学概念及数学原理是抽象的,而且数学方法本身也是抽象的。各种数学解题方法,例如解方程组的消元法,解一元二次方程的配方法、公式法、因式分解法以及待定系数法、解析法、分析法、综合法、反证法、同一法及数学的变换方法、对称方法、公理方法、结构方法等,这些方法都是人们在运用数学知识解决实际问题的过程中总结出来的,这种总结过程本身就是一种抽象。同时,这些方法的运用一般都要经历一个变化或转化的过程,这也涉及到抽象。特别是现代数学,普遍采用公理化方法,公理的选择本身就是一种抽象。由此可见,数学方法的产生是抽象的结果,而数学方法的运用也只有借助于抽象才能实现。

总之,从数学对象、数学方法对数学抽象的依赖可看出,不了解数学抽象就很难学好数学。

(2)数学的严谨性。数学的严谨性,指的是数学具有逻辑的严密性和结论的确定性或可靠性。严谨性也并非数学所独有的。任何一门科学,都有它严谨的一面,都要应用逻辑工具。但是,数学对逻辑的要求不同于其他科学,这是因为,数学的研究对象是具有高度抽象性的数量关系和空间形式,是一种形式化的思想材料。许多数学结果,很难找到具有直观意义的现实原型,往往是在理想情况下进行研究的。如一元二次方程求根公式的得出,两条直线位置关系的确定,无穷小量的得出等等。数学运算、数学推理、数学证明、数学理论体系等的正确性,不能像自然科学那样借助于可重复的实验来检验,而只能借助于严密的逻辑方法来实现。通常数学问题的解决,不仅要遵从数学规律,而且也要合乎逻辑,在逻辑上无误。因而,一个数学问题的解决,反映着两方面的要求,一是符合数学规律,一是要合乎逻辑。

当然,数学的严谨性也不是绝对的,数学的原则也不是一成不变的,而是处在变化发展之中,如在中小学数学中的数系的建立与扩展是正确的,但逻辑上是很不严密的。再如,指数、角等概念随着数学学习的深入,也充分表明了它们处在变化发展之中。

(3)数学应用的广泛性。数学作为一种工具或手段,几乎在任何一门科学技术及一切社会领域中都被运用,我国已故著名数学家华罗庚先生在《数学用场与发展》一文中指出:“宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日用之繁,无处不用数学。”这是对数学应用的广泛性的精辟

概括。数学的抽象性,保证了它应用的广泛性。数学研究的现实世界的数量关系和空间形式,不只存在于某一特定的物质运动形态中,而是普遍存在于各种物质形态之中,因而它必然能够应用于各种物质运动形态的研究中。

数学应用的例证不胜枚举,太阳系九大行星之一的海王星的发现、电磁波的发现,都是历史上数学应用的光辉的范例。就是我们在日常生活、社会生活及生产实践活动中也无时不在应用数学。特别在科学技术飞速发展和电子计算机的出现与高速发展的今天,数学已渗透到现代科学、技术的各个领域,国民经济的各个部门,毫不夸张地说,如果没有数学,就不可能有现代科学技术和现代社会文明。

随着数学科学的发展,数学应用的广泛性主要表现在数学思想方法的应用上。数学思想方法的应用常有两种方式:一是人们利用已掌握的数学思想方法有目的地解决其他学科理论或实践中的问题;另一种是人们在解决某一学科的理论 and 实践中的问题时,需要借助某些数学思想方法,从数量关系和空间形式方面给出根据或判断,将问题化归数学问题来解决。

总之,随着社会的不断进步,科学技术的飞速发展,数学应用的范围越来越广,程度越来越深,而且这种应用反过来又推动和促进数学本身的发展,数学在发展自身与完善自身的同时,将更多地渗透并运用于其他科学领域。

数学这三个显著特点是互相联系的,数学的高度抽象性,决定了它的严谨性,它的抽象性和严谨性保证了它应用的广泛性。这些特点也深刻地反映了:实践是数学的源泉、发展的动力,实践也是检验数学真理的标准。实践的需要,也是学习与研究数学的目的。