CHENG REN GAO KAO SHUI PING KAO SHI CONG SHU

成人高考水平考试丛书 数学

唐承明 张纯清

四川科学技术出版社

成人高考水平考试丛书

数　学

唐承明　张清纯

主　编　卢铁城

副主编　徐宗钰　王锡宇　罗开贵

四川科学技术出版社

1988年·成都

特约编辑：李岷聪
责任编辑：侯矶楠
封面设计：韩建勇
技术设计：康永光
责任校对：吴承波

成人高考水平考试丛书
数　学
张纯清　唐承明　　编

四川科学技术出版社出版发行
（成都盐道街三号）
四川省新华书店经销
四川科学技术出版社资中印刷厂印刷
ISBN7—5364—1048—4/G·240

1989年1月第一版 开本787×1092 毫米1/32
1989年1月第一次印刷　字数　156　千
印数1—34,725　册　　印张　7.5

定　价：2.30元

前　言

四川省教委、省招委组织编写，经由四川科学技术出版社编辑出版的这两套水平考试复习丛书（即《成人高考水平考试丛书》和《成人中专水平考试丛书》），针对成年人特点，以内容精练，系统性好，针对性、可读性强，能帮助广大成人考生系统掌握必要的文化基础知识，复习好统考课程迎接成人招生考试为其鲜明特点，与广大读者见面，这既是成人考生的喜事，也是招生工作者的幸事。

招生工作是学历教育的一个十分重要的环节。生源素质的优劣直接关系学历教育的质量。正确指导成人考生自学和复习迎考，是成人教育中不可忽视的重要课题。

成人高等学历教育和成人中等专业学历教育，是我国教育事业的重要组成部分。它对于提高亿万劳动者的思想道德素质和科学技术文化素质，促进经济发展具有直接的、重要的作用。目前，我国进行成人高等学历教育的学校有十类：广播电视大学、职工高等学校、农民高等学校、管理干部学院、教育学院（教师进修学院、卫星电视高师班）、独立设置的函授学院和普通高等学校举办的干部专修科、函授部、夜大学、教师班。成人中等专业学校进行学历教育的有八类学校：广播电视中专学校、农业广播电视学校、职工中等专业学校、干部中等专业学校、教师进修学校和普通中等专业学校举办的干部中专班、职工中专班和函授中专部。各类成人高校和中专校，多年来以成年人（包括干部、职工、

农民等）为主要教育对象；以按需培养，专业对口，学以致用，直接为地方经济服务为办学的原则；以为生产单位、艰苦行业、边远山区、广大农村对口培养中高级应用型专业技术人才为主要培养目标，赢得了社会的普遍赞誉。

1986年，各类成人高校实行全国统一招生考试，使成人学历教育跨入了一个新阶段。由于统一招生考试这一竞争机制的引入，加强了成人学历教育的宏观管理和控制，使一度出现的乱办学滥发文凭的歪风得到了抑制或制止，提高了学校新生质量和教学质量，从而扩大了成人学历教育的社会效益，提高了成人教育的信誉和社会地位。1988年初，国家教委遵照党的十三大精神，为使成人高等教育更主动适应经济改革和社会发展的需要，更直接有效地为社会主义建设服务，在总结前两届统考经验的基础上，提出了以试验往届生、预科生和实行资格生的“三项改革”为中心的一系列深化改革的试点工作意见，并首先在四川、武汉、抚顺、哈尔滨等省市进行了试验。点上经验表明，这些改革的方向是正确的，它使成人统考招生更加适合我国改革、开放条件下成人教育的特点，这样不仅使成人高校开始扭转了生源不足的困境，而且使成人教育的服务面正由大中城市，扩展到广大的农村和边远的山区，预示着成人学历教育有着广阔的前景。

逐步实行水平考试，是我国成人高考改革的方向。成人高考就其考试性质来说，应属于水平测试。它与普通高考的选拔考试有一定的区别。因为成人教育是职后教育，招生考试的目的，主要在于测试考生是否达到了高中毕业的基本文化水准，是否具有接受高等教育的基本起点。只有达到文化基本水准的考生，才能对口进入成人高校学习。搞水平考试，按其要求，首先应制订出基本水准，然后用这个水准去

设计和命制试题，建立题库，使各次考试的成绩等值，各次考试的分数可进行比较。实行水平考试，对于方便考生报考，利于单位制定送培计划，能方便考生报考，学校提高教学质量和扩大社会效益，但是，也应当看到，实现水平考试并非易事，需要有一个逐步创造条件，在实施中逐步完善较长的过程。仅就创造条件来说，就有许多工作要做。例如要组织专家论证，研究制定进入成人高校学习的基本水准、要研究制定并公布水平考试的考试大纲、要科学命题、建立题库，保持试题水平的相对稳定，要培训和组织一支适应水平考试管理工作的队伍等等。目前，国家考试管理中心正就这些问题积极进行研究和准备。

新路，需要创业者去开拓；改革，需要有志者去探索。两套复习丛书，就是在开拓、探索、改革的精神鼓舞下，为适应水平考试所需，为解决成人考生读书难、买到适用的书更难之所急，同时亦为探索水平考试复习辅导之新路而组织编写。成人高考这套复习丛书分为政治、语文、数学、物理、化学、历史、地理和英语八本学科分册。各学科分册均按照国家教委颁布的《1989年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》，并参照国家教委新近编订的《全国各类成人高等学校招生考试大纲》的要求而编撰的。成人中专这套《复习丛书》也分为政治、语文、数学、物理、化学、历史、地理七个学科分册，同样是按照国家教委授权四川省教委编制的《1989年四川省各类成人中等专业学校（班）统一招生水平考试复习大纲》为依据而编写的。其作者均是长期从事成人教育的学术造诣深的专家学者、教师。在编辑指导思想上，着力体现成人教育的特点，对上成人的味口，做到有针对性和可读性。在谋篇布局、内容安排上，注意采诸家

之长处，映历届考生解题之经验教训，既系统地有重点地介绍各学科必须掌握的基础知识，又有针对性地设计了若干例题，力求使读者通过此书能从低到高，由了解、理解，进而会综合运用，以收到读有所获，学有所成之实效。

改革传统考试，实行新的水平考试，需有时间、需要探索；为适应水平考试需要所进行的自学方法、复习辅导教学方法的变革，同样需要时间，需要研究。而对于文化基本水准的掌握，哪些知识必须掌握，哪些该详，哪些须略，确有一定的难度。因此，限于水平，亦限于时间仓促，两套丛书中的错误在所难免。切望读者及同行批评指正。

两套复习丛书的编辑出版发行，承蒙得到国家教委高教三司的指导和天津市第二教育局及成人招生办公室的支持，同时得到四川省各主管部门、四川省招委办公室宣传组、成人招生组的支持。在此谨致以衷心感谢！

卢铁城　徐宗钰

罗开贵　王锡宇（执笔）

一九八八年九月十五日于成都

目　　录

形，两底面与平行于底面的截面都是全等的多边形，过不相邻的两条侧棱的截面是平行四边形。

（2）直棱柱的性质：除棱柱的性质外，侧棱与高相等，侧面是矩形，过不相邻的两条侧棱的截面是矩形。

（3）平行六面体的性质：除棱柱的性质外，相对的两个面互相平行，四条对角线交于一点且互相平分；长方体的一条对角线长的平方，等于它的长、宽、高的平方和。

（4）正棱锥的性质：各侧棱相等，各侧面都是全等的等腰三角形；平行于棱锥底面的截面和底面相似，它们的相似比等于截得的棱锥的高和原棱锥的高的比；高、斜高（侧面等腰三角形底边上的高）和斜高在底面上的射影组成一个直角三角形（如图3—7中的直角三角形SOE），高、侧棱和侧棱在底面上的射影也组成一个直角三角形（如图3—7中的直角三角形SOA）。

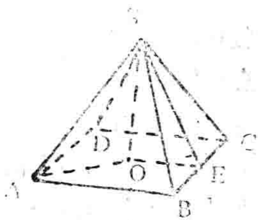

图3—7

（5）正棱台的性质：各侧棱相等，侧面是全等的等腰梯形，两底面及平行于底面的截面是相似正多边形；两底面中心连线、相应的边心距和斜高（侧面等腰梯形的高）组成一个直角梯形（如图3—8中的直角梯形O′OEE′），两底面中心连线、侧棱和两底面相应的半径也组成一个直角梯形（如图3

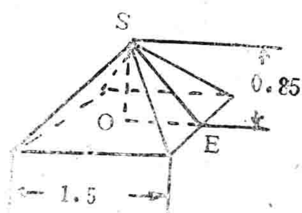

图3—8

—8中的直角梯形$O'OAA'$）。

3．多面体的侧面积的和全面积

（1）侧面积：棱柱（锥、台）的各侧面面积的和；

（2）全面积：棱柱（锥、台）的侧面积加底面面积的和。

计算公式：

$S_{直棱柱侧}=ch$（c—底面周长，h—高）；

$S_{棱柱全}=S_{棱柱侧}+2S_{棱柱底}$；

$S_{正棱锥侧}=\frac{1}{2}ch'$（c—底面周长，h'—斜高）；

$S_{棱锥全}=S_{棱锥侧}+S_{棱锥底}$；

$S_{正棱台侧}=\frac{1}{2}(c+c')h'$（c—下底面周长，c'—上底面周长，h'—斜高）；

$S_{棱台全}=S_{棱台侧}+S_{棱台上底}+S_{棱台下底}$。

正棱柱、正棱锥、正棱台的侧面公式有以下关系：

$$S_{正棱台侧}=\frac{1}{2}(c+c')h'$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ c'=c & c'=0 \\ \downarrow & \downarrow \\ S_{正棱柱侧}=ch & S_{正棱锥侧}=\frac{1}{2}ch' \end{array}$$

4．多面体的体积

长方体的体积等于它的长、宽、高的积：

$$V_{长方体}=abc。$$

夹在两个平行平面间的两个几何体，被平行于这两个平面的任意平面所截，如果截得的两个截面的面积总相等，那么这两个几何体的体积相等（祖暅原理）。

计算公式：

$V_{柱体}=Sh$（S—底面积，h—高）；

$V_{锥体}=\frac{1}{3}Sh$（S—底面积，h—高）；

$V_{台体}=\frac{1}{3}h(S+\sqrt{SS'}+S')$（$S$—下底面面积，$S'$—上底面面积，$h$—高）。

柱体、锥体、台体公式有以下关系：

$$
\begin{array}{ccc}
 & V_{台体}=\frac{1}{3}h(S+\sqrt{SS'}+S') & \\
\swarrow & & \searrow \\
S'=S & & S'=0 \\
\downarrow & & \downarrow \\
V_{柱体}=Sh & & V_{锥体}=\frac{1}{3}Sh
\end{array}
$$

例7　做一个机器外壳，呈长方体，长、宽、高分别是10米、0.6米、2米，外壳喷漆每平方米需漆料150克，问共需漆料多少公斤？

解：由长方体是直四棱柱，知

$$
\begin{aligned}
S_{侧}&=(2\times10+2\times0.6)\times2\\
&=42.4米^2;
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
2S_{底}&=2\times10\times0.6\\
&=12米^2。
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\therefore\quad S_{全}&=S_{侧}+2S_{底}\\
&=42.4+12\\
&=54.4米^2。
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
150\times54.4&=8.16\times10^3（克）\\
&=8.16（公斤）
\end{aligned}
$$

答：共需要漆料8.16公斤。

例8　做一个正四棱锥形冷水塔塔顶，高是0.85米，底的边长是1.5米，问需要多少铁板（精确到0.1米²）？

解：如图3—8所示，S表示塔顶点，O表示底的中心，则SO是高，设SE是斜高。由直角三角形SOE，根据勾股定理，有

$$|SE|=\sqrt{\left(\frac{1.5}{2}\right)^2+0.85^2}$$

$$\approx 1.13\text{米},$$

$$\therefore\quad S_{\text{正棱锥侧}}=\frac{1}{2}ch'$$

$$=\frac{1}{2}(1.5\times 4)\times 1.13$$

$$\approx 3.4\text{米}^2.$$

答：塔顶需要铁板约为3.4米²。

例9　已知正六棱台的侧面积为$30\sqrt{6}$平方厘米，侧面与底面所成的角是45°，下底面边长为6厘米，求它的体积。

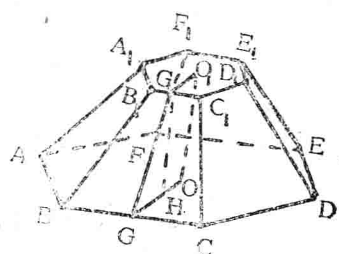

图3—9

解：如图3—9所示，在正六棱台AD_1中，梯形OO_1G_1G是由高，上、下底的边心距及斜高组成的直角梯形。

作$G_1H\perp OG$，垂足为H。

$\because\quad \angle G_1GO$是侧面与底面所成的角的平面角，

$\therefore\quad \angle G_1GO=45°$，

$\therefore\quad G_1H = GH = OG - O_1G_1$.

$\because\quad OG = \frac{\sqrt{3}}{2}BC = 3\sqrt{3}$,

$O_1G_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}B_1C_1$,

$\therefore\quad G_1H = 3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}B_1C_1$,

$G_1G = \sqrt{2}G_1H = 3\sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{2}B_1C_1$.

又$\because\quad S_{侧} = 30\sqrt{6}$（厘米^2），

$\therefore\quad \frac{1}{2}(6BC + 6B_1C_1)G_1G = 30\sqrt{6}$,

$B_1G_1 = 4$（厘米），

$\therefore\quad O_1G_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}B_1C_1 = 2\sqrt{3}$（厘米），

$O_1O = G_1H = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$（厘米），

$S_{上} = 3O_1G_1 \cdot B_1C_1 = 24\sqrt{3}$（厘米^2），

$S_{下} = 3OG \cdot BC = 54\sqrt{3}$（厘米^2），

$$\therefore\quad V = \frac{1}{3}OO_1(S_{下} + \sqrt{S_{下} \cdot S_{上}} + S_{上})$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}(54\sqrt{3} + 36\sqrt{3} + 24\sqrt{3})$$

$$= 114\text{（厘米}^3\text{）}.$$

答：正六棱台的体积为114立方厘米。

二、旋转体

1．旋转体的定义

（１）圆柱（锥、台）：以矩形（直角三角形、直角梯形）的一边（一直角边、垂直于底的腰）所在的直线为旋转轴，其余各边旋转而成的面围成的几何体。

圆台也可以看成是圆锥被平行于底面的截面截得。

（２）球：以半圆的直径所在直线为轴，半圆旋转而成的曲面（球面）所围成的几何体（球面也可以看成空间里和一点等距离相等的点的集合）。

球冠：球面被平面所截得的一部分（注意：球冠是一个曲面，它不包括截面部分）。

球缺：球被平面截得的一部分（球缺的底是截面）。

２．旋转体的性质

（１）圆柱、圆锥、圆台的性质：

平行于底面的截面都是圆；

母线都相等；圆锥、圆台的母线和底面所成的角都相等；

（２）轴截面（过轴的截面）：

圆柱的轴截面是矩形，

圆锥的轴截面是等腰三角形，

圆台的轴截面是等腰梯形；

两底面圆心（对于圆锥是指顶点和底面圆心）的连线（高）垂直于底面。

（３）球的性质：

球的截面是圆，不过球心的截面的圆心与球心的连线垂直于截面；

$r^2=R^2-d^2$（r—球的截面半径，R—球的半径，d—截面与球心的距离，当$d=0$时，截面过球心，是球的大圆，它的半径r等于球的半径R）。

3．旋转体的面积

计算公式：

$S_{圆柱侧}=ch=2\pi rl$（c—底面周长，h—高，l—母线长，r—底面半径，在圆柱中$l=h$）；

$S_{圆锥侧}=\frac{1}{2}cl=\pi rl$（$c$—底面周长，$l$—母线，$r$—底面半径）；

$S_{圆台侧}=\frac{1}{2}(c'+c)l=\pi(r'+r)l$（$c'$—上底面周长，$c$—下底面周长，$l$—母线长，$r'$—上底面半径，$r$—下底面半径）；

$S_{球面}=4\pi R^2$（R—半径）；

$S_{球冠}=2\pi Rh=\pi(r^2+h^2)$（R—球的半径，$h$—高，$r$—球冠底的半径）。

4．旋转体的体积

计算公式：

$V_{圆柱}=sh=\pi r^2h$（s—底面面积）；

$V_{圆锥}=\frac{1}{3}sh=\frac{1}{3}\pi r^2h$（$s$—底面面积，$h$—高）；

$V_{圆台}=\frac{1}{3}h(s'+\sqrt{s's}+s)$

$=\frac{1}{3}\pi h(r'^2+r'r+r^2)$（$s'$—上底面积，$s$—下底面积，$h$—高）；

$V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3$；

$$V_{球缺}=\frac{1}{3}\pi h^2(3R-h)$$

$$=\frac{1}{6}\pi h(3r^2+h^2)$$（h—高，R—球半径，r—球缺底面半径）。

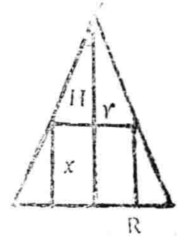

图3—10

例10 已知一个圆锥的底面半径为R，高为H。在其中放一个高为x的内接圆柱。（1）求圆柱的侧面积；（2）x为何值时，圆柱的侧面积最大？

解（1）利用轴截面如图3—10所示，设所求圆柱的底面半径为r，它的侧面积：

$$S_{圆柱侧}=2\pi rx.$$

$$\because \frac{r}{R}=\frac{H-x}{H}.$$

$$\therefore r=R-\frac{R}{H}x.$$

$$\therefore S_{圆柱侧}=2\pi Rx-\frac{2\pi R}{H}x^2.$$

（2）因为$S_{圆柱侧}$的表示式中x^2的系数小于0，所以这个二次函数有最大值.

这时圆柱的高是

$$x=-\frac{2\pi R}{-2\cdot\frac{2\pi R}{H}}=\frac{H}{2}.$$

当圆柱的高是已知圆锥的高的一半时，它的侧面积最