OLYMPIAD

主編 賀德昌
四川科學技術出版社

物理奧林匹克

指導與練習

物理奥林匹克
指导与练习

主　　编　贺德昌

编写人员　缪钟英　龚廉光　唐果南
　　　　　唐清华　徐永昌　郭鸣中
　　　　　胡　令　汪　勃

四川科学技术出版社

1992·成都

(川)新登字 004 号

书　名/物理奥林匹克指导与练习
主编者/贺德昌

责任编辑・宋晓蓉　喻瑞卿
封面设计・韩健勇
版面设计・周红军
责任校对・任维丽
出版发行　四川科学技术出版社
　　　　　成都盐道街 3 号　邮编 610012
经　销　新华书店重庆发行所
印　刷　资中县印刷厂
版　次　1992 年 8 月成都第一版
　　　　1992 年 8 月第一次印刷
规　格　787×1092 毫米 1/32
　　　　印　张 13　　字数 280 千　插页 2
印　数　1—6 000 册
定　价　5.90 元
ISBN　7—5364—2228—8/G・503

前　言

从 1984 年开始，经国家教委和中国科协同意，中国物理学会举办了每年一次的全国中学生物理竞赛（对外称中国物理奥林匹克，英文名为（*Chinese Physice Olympiad*，缩写为 *CPhO*），至今已举办 8 届。举办物理竞赛的目的主要是：促进中学生提高学习物理的主动性和兴趣，改进学习方法，增强学习能力；促进学校开展多样化的物理课外活动，活跃学习空气，发现具有突出才能的青少年，以便更好地对他们进行培养。

8 年多来，全国中学生物理竞赛，受到广大中学师生的欢迎和社会各界的关注。累计参赛人数已超过 40 万人。通过全国竞赛选出的优胜者，曾代表我国参加第 17～22 届国际物理奥林匹克竞赛，均取得优异成绩。1990 年，在第 21 届国际竞赛中，我国 5 名参赛代表有 2 名获金质奖；1991 年，在第 22 届国际竞赛中，我国 6 名参赛代表全部获金质奖。这对于激发我国中学生努力学习科学的热情，树立勇攀高峰、为国争光的志向，提高物理学习水平，都起了积极的作用。

为了进一步提高举办物理竞赛的效益，更好地满足中学生学习基础科学的需求，最近我们组织了一部分有丰富教学经验，并在物理奥林匹克学校任教的大、中学物理教师，根

据全国中学生物理竞赛委员会去年制定的《物理竞赛内容提要》，撰写了《物理奥林匹克指导与练习》一书，供各地物理奥林匹克学校使用和广大物理爱好者课外阅读。这本书的主要特点在于正确处理提高与普及的关系。它不是单纯针对竞赛的需要，而是着眼于使读者奠定扎实的物理基础，在方法上受到科学的训练，发展智能，扩大视野，活跃思想，善于灵活运用知识，具有较强的分析和解决问题的能力。同时引导和帮助读者深化学习物理的情趣，培养严谨的科学态度，提高自身的科学素质。

本书由贺德昌主编。参加编写的人员有缪钟英（1～6章）、龚廉光（7～9章）、唐果南（10章）、唐清华（11、13章）、徐永昌（12章）、郭鸣中（14、15章）、胡令（16～18章及综合练习3、4）、汪勃（综合练习1、2）等。

殷切希望广大读者指出本书的缺点和问题，以便今后改正。

编　者

1992年2月

目　录

第一章　运动学

例1　一个作匀加速直线运动的物体，在开始的 t 秒内位移为 s_1，紧接着的第二个 t 秒内位移为 s_2，求物体的初速度和加速度。

分析：在一段时间（或位移）内作匀加速直线运动的物体，v_0、v、a、t 和 s 五个量由两个独立的方程，即位移公式和速度公式联系着。因此在这五个量中至少应已知三个才能求解。本题给出了两段时间中的位移，对每一段来说都只已知两个量（t 和 s_1；t 和 s_2），因此除在每一段时间应用运动学公式外，还必须根据题意补充反映两段运动联系的方程（称作关联方程），才能得到求解未知量的完备方程组。本题中，反映两段时间的运动联系的是：第一段时间的末速度等于第二段时间的初速度。

解：设加速度为 a，第一段时间的初速度为 v_0，第二段时间的初速度为 v_0'。对每一段运动应用位移公式：

$$s_1 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \tag{1}$$

$$S_2 = v_0' t + \frac{1}{2}at^2 \tag{2}$$

第一段时间的末速度

$$v_t = v_0 + at \tag{3}$$

根据题意，它等于第二段时间的初速度，故有

$$v_t = v_0' \tag{4}$$

以上四个彼此独立的方程，含四个未知量，解得

$$a=\frac{s_2-s_1}{t^2},\qquad v_0=\frac{3s_1-s_2}{2t}.$$

例 2　暂停在路上的摩托车驾驶员突然发现操纵失灵的汽车以速度 v_0 从后面相距为 l 处向他撞来，他立即起动以加速度 a 行驶来躲避车祸。求摩托车与汽车之间的最小距离。

分析：此题涉及到两个运动质点，要求它们之间的距离的极小值。对比类问题，一般应在选择相同参考点和统一计时起点的情况下，根据各个质点的运动规律，分别应用位移公式和速度公式列出方程。再根据题意进行解算。本题求最小距离，可先根据两质点的位移方程，求出距离的一般表达式，再求极值。

解：以摩托车起动时所在位置为参考点，沿运动方向为位移的正方向，并以此时刻作起始时刻。则摩托车的位移方程式为

$$s_1=\frac{1}{2}at^2 \tag{1}$$

汽车（对此参考点的）位移方程为

$$s_2=-l+v_0t \tag{2}$$

摩托车超前于汽车的距离为

$$d=s_1-s_2=\frac{1}{2}at^2-v_0t+l \tag{3}$$

为求 d 的极小值，将上式配为

$$d=\frac{1}{2}a(t-\frac{v_0}{a})^2+l-\frac{{v_0}^2}{2a} \tag{4}$$

可见，当

$$t=v_0/a \tag{5}$$

时，距离 d 有极小值，最小距离为

$$d_{min} = l - v_0^2/2a \tag{6}$$

例 3　从 h 高的平台上以速度 v_0 水平抛出一球，落到平地后反跳作斜抛体运动。设每次与地面碰撞后，竖直分速度变为碰撞前的 e 倍（$e<1$），而水平分速度不变。不计空气阻力。求：1）小球与地面第 n 次与第 $n+1$ 次碰撞之间的射高和水平射程。2）小球与地面作第 $n+1$ 次碰撞时，到出发点的水平距离和经过的时间。

分析：斜抛物体的射高决定于抛出时的竖直分速度 v_{oy}，即 $H=\frac{v_0^2 sin^2\alpha}{2g}=\frac{v_{oy}^2}{2g}$，而水平射程却与抛出时的竖直分速度和水平分速度都是有关的，即 $L=\frac{v_0^2 sin2\alpha}{g}=\frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$。本题中小球每次与地面碰后，水平分速度不变而反跳的竖直分速度按给定规律变化。应用归纳法可以求解。

解：1）小球的水平分速度为 v_0，保持不变。

小球与地面第一次碰撞前的竖直分速度大小为$\sqrt{2gh}$，按题意，碰后的竖直分速度为

$$v_1 = e\sqrt{2gh} \tag{1}$$

第二次碰地前的竖直分速度大小也是 v_1，碰后为

$$v_2 = ev_1 = e^2\sqrt{2gh} \tag{2}$$

设第 i 次与地面碰撞后反跳的竖直分速度为

$$v_i = e^i\sqrt{2gh} \tag{3}$$

则，第 $j=i+1$ 次与地面碰后反跳的竖直分速度为

$$v_j = ev_i = e^{i+1}\sqrt{2gh} = e^j\sqrt{2gh} \tag{4}$$

可见，第 n 次碰后反跳的竖直分速度为

$$v_n = e^n \sqrt{2gh} \tag{5}$$

根据射高和水平射程公式可知第 n 次与地面碰撞后，小球的射高和水平射程分别为

$$H_n = \frac{{v_n}^2}{2g} = e^{2n} h \tag{6}$$

$$L_n = \frac{2v_0 v_n}{g} = 2v_0 e^n \sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{7}$$

(2) 小球第 $n+1$ 次与地面碰撞时，与出发点的水平距离为

$$L = L_0 + L_1 + L_2 + \cdots\cdots + L_n$$

其中 L_0 为小球被水平射出时的位置到落地点的水平距离，

$$L_0 = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

其余的 L_1、L_2、L_3……为 (7) 式中 n 取 1、2、3……所得，为各次碰后小球运动的水平距离。故

$$L = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} + 2v_0 e \sqrt{\frac{2h}{g}} + 2v_0 e^2 \sqrt{\frac{2h}{g}} + \cdots + 2v_0 e^n \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$= v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} (1 + 2e + 2e^2 + \cdots + 2e^n)$$

从射出小球到小球与地面作 $n+1$ 次碰撞所经历的时间为：

$$T = \frac{L}{v_0} = \sqrt{\frac{2h}{g}} (1 + 2e + 2e^2 + \cdots\cdots + 2e^n)。$$

讨论：若 $n \to \infty$，则得小球运动的总时间和最远距离分别为：

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} [(1 + e + e^2 + \cdots\cdots) + e(1 + e + e^2 + \cdots\cdots)]$$

$$=\sqrt{\frac{2h}{g}}(1+e)(1+e+e^2+\cdots\cdots)$$

$$=\sqrt{\frac{2h}{g}}\frac{1+e}{1-e}$$

$$L=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}\frac{1+e}{1-e}$$

上式计算中，用了二项式展开式（$x<1$）：

$$\frac{1}{1\mp x}=1\pm x+x^2\pm x^3+\cdots\cdots$$

例 4　斜向上投出一石块，经 3.2 秒落在距抛出点 45 米，比抛出点低 5.2 米的坑底。求抛出石块的初速度和落到坑底时的速度。

分析：这是应用抛体运动一般规律的问题。以抛出点为坐标原点，水平方向为 x 轴，竖直向上为 y 轴，则抛体运动的运动方程为：

$$x=(v_0 cos\alpha)t \tag{1}$$

$$y=(v_0 sin\alpha)t-\frac{1}{2}gt^2 \tag{2}$$

其中 x、y 是 t 时刻抛体的坐标，v_0 为初速度，α 为初速度与 x 轴的夹角（称抛射仰角），五个量由两个方程联系，任意已知三个即能求解另两个量。现已知 $t=3.2$ 秒时，$x=4.5$ 米，$y=-5.2$ 米，不难求出 v_0 和 α。再应用抛体速度方程

$$v_x=v_0 cos\alpha \tag{3}$$

$$v_y=v_0 sin\alpha-gt \tag{4}$$

可求出落地时的速度分量 v_x 和 v_y，从而得出落地速度的大小和方向。

解：由（1）式解出 $v_0=\frac{x}{t\cos\alpha}$ 代入（2）式得

$$y=tg\alpha\cdot x-\frac{1}{2}gt^2 \tag{5}$$

解出 $$tg\alpha=\frac{y+\frac{1}{2}gt^2}{x}=\frac{-5.2+\frac{1}{2}\times 9.8\times 3.2^2}{45}=1$$

$$\alpha=45^\circ \tag{6}$$

代入（1），求得

$$v_0=x/t\cos\alpha=\frac{45}{3.2\times\cos45^\circ}=19.9(\text{米/秒}) \tag{7}$$

落地时抛体的速度分量

$$v_x=v_0\cos\alpha=19.9\times\cos45^\circ=14.1(\text{米/秒})$$

$$v_y=v_0\sin\alpha-gt=19.9\times\sin45^\circ-9.8\times 3.2$$
$$=-17.3(\text{米/秒})$$

落地速度的大小

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{(14.1)^2+(-17.3)^2}$$
$$=22.3(\text{米/秒})$$

与 x 轴的夹角

$$\theta=tg^{-1}\frac{v_y}{v_x}=tg^{-1}\left(\frac{-17.3}{14.1}\right)=-50.8^\circ$$

例 5　在倾角为 θ 的平直斜面坡的下端，与光滑斜面成 φ 角向斜坡上方抛出一弹性小球，抛出速度为 v_0。求：1）小球沿斜坡的射程。2）设球与光滑斜面的碰撞是弹性的，即碰撞后小球将以同样大的垂直于斜面的分速度反跳，而与斜面平行的速度分量不变。证明：若要求小球与斜面碰撞一次后能沿相同的轨迹返回出发点的条件是：

$$2tg\theta tg\varphi = 1$$

分析：如图 1-1 所示，小球沿斜坡的射程为 OP。只要求出 P 点的位置，射程 OP 便知道了。P 点是小球的运动轨迹（抛物线）与斜面的交点。只要在常采用的直角坐标系 oxy 中，写出小球运动的轨迹方程和斜面与 oxy 平面的交线方程，联立求解就可以求出 P 点的坐标。

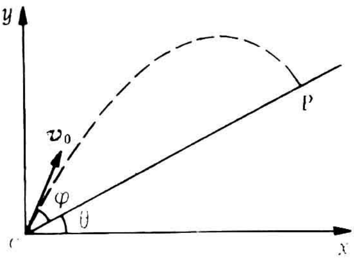

图 1-1

从上例的分析中列出的抛体运动方程（1）（2）式中消去时间 t，即得抛物线方程：

$$y = xtga - \frac{gx^2}{2{v_0}^2cos^2\alpha} \qquad (1)$$

式中 α 为抛出时的速度（初速度）v_0 与水平方向 x 轴的夹角，在本题中 $\alpha=\theta+\varphi$.

由于小球与斜面碰撞后，与斜面垂直的速度分量大小不变，而与斜面平行的速度分量不变，因此当小球与斜面碰撞的速度与斜面垂直时，碰后将会以同样的速度沿与斜面垂直的方向反跳。由于在不计阻力情况下，抛体运动具有可逆性，反跳速度与碰撞斜面时的速度等大反向，小球必沿着同样的抛物线轨道作逆向运动，回到出发点。按此分析不难解答第（2）个问题。

解Ⅰ：1）以抛出点为原点，在抛体运动的竖直面内建立直角坐标（如图 1－1 所示）。斜面与此竖直面的交线方程式为

$$y = xtg\theta \tag{2}$$

小球的抛物线轨道方程为

$$y = xtg(\theta + \varphi) - gx^2/2v_0^2cos^2(\theta + \varphi) \tag{3}$$

由上面两式可解出小球在斜面上的落点 P 的坐标：

$$x_p = \frac{2v_0^2cos^2(\theta+\varphi)}{g}[tg(\theta+\varphi) - tg\theta]$$

$$= \frac{2v_0^2}{gcos\theta}sin\varphi cos(\theta+\varphi) \tag{4}$$

$$y_p = \frac{2v_0^2}{gcos\theta}sin\varphi cos(\theta+\varphi)tg\theta \tag{5}$$

小球沿斜面的射程为

$$\overline{OP} = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} = \frac{2v_0^2 sin\varphi cos\varphi}{gcos\theta}[1 - tg\theta tg\varphi] \tag{6}$$

讨论： 为了解答问题 2)，须求出小球落到 P 点的速度，再按上面分析所谈，寻找此速度与斜面垂直时 θ 和 φ 应满足的关系，从而完成证明，但是明显看出，这在数学运算上太繁了。按本题的情况，不如另外建立如下的坐标系：即从沿斜面向上为 x' 轴，垂直于斜面向上为 y' 轴，（如图 1－2 所示），在此坐标系中，建立抛体运动的方程，然后求解

解 Ⅱ：1）如图 1－2 建立坐标系 $ox'y'$。重力加速度沿 ox' 轴和 oy' 轴的分量为

$a_x = -gsin\theta$,

$a_y = -gcos\theta$.

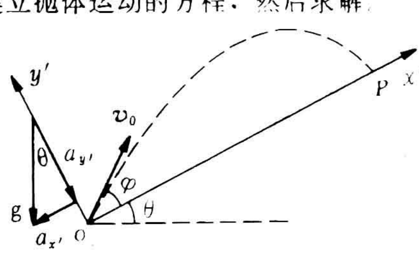

图 1－2

初速度 v_0 的两个分量为

$$v_{0x'} = v_0cos\varphi, \quad v_{oy'} = v_0sin\varphi$$

小球沿 x' 和 y' 方向都作初速度不为零的匀变速运动，其运动方程式为：

$$x' = v_0 cos\varphi t - \frac{1}{2} g sin\theta t^2 \tag{7}$$

$$y' = v_0 sin\varphi t - \frac{1}{2} g cos\theta t^2 \tag{8}$$

当 $y'=0$时，x'的值即为所求的沿斜面的射程$\overline{OP}$. 令 $y'=0$，由（8）式解出时间

$$t = \frac{2v_0 sin\varphi}{g cos\theta} \tag{9}$$

代入（7）式即得射程

$$x'(=\overline{OP}) = \frac{2v_0^2 sin\varphi cos\varphi}{g cos\theta} - \frac{2v_0^2 sin\theta sin^2\varphi}{g cos^2\theta}$$

$$= \frac{2v_0^2 sin\varphi cos\varphi}{g cos\theta}(1 - tg\theta \cdot tg\varphi) \tag{10}$$

2）t 时刻小球沿 x' 和 y' 方向的分速度分别为

$$v_{x'} = v_0 cos\varphi - g sin\theta \cdot t \tag{11}$$

$$v_{y'} = v_0 sin\varphi - g cos\theta \cdot t \tag{12}$$

将(9)式代入以上两式即得小球与斜面碰撞时的二速度分量。根据前面的分析，小球能在反跳后沿原来路径回到出发点的条件是：小球与斜面碰撞时，$v_{x'}=0$。故将（9）式代入（11）式，并令 $v_{x'}=0$，得

$$v_0 cos\varphi - g sin\theta \cdot \frac{2v_0 sin\varphi}{g cos\theta} = 0$$

化简为

$$v_0 cos\varphi(1 - 2\frac{sin\theta sin\varphi}{cos\theta cos\varphi}) = 0$$

即 $2tg\theta tg\varphi=1$

这便是要证明的、小球与斜面碰后能返回出发点的条件。

例6 离地面 h 高的平台上的拖车通过缆绳牵动地面上的小车。设拖车以速度 u 运动。求小车在离高台墙根 x 远处的速度。

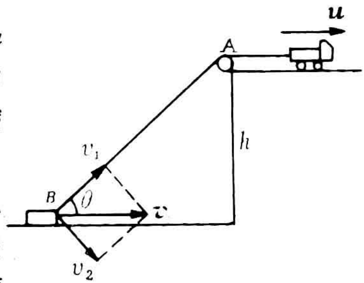

图1－3

分析：由于拖车以速度 u 向右运动，滑轮与小车之间的绳 AB 的长度以 u 的速率缩短，由此牵动小车沿地面运动。以另一角度看，小车沿地面以速度 v 向右运动，一方面使 AB 间的距离缩短，一方面使 $\overline{AB}$的方位改变。所以应用速度分解法求解此题，应以小车沿地面运动的速度为合速度，将它沿绳$\overrightarrow{BA}$方向和垂直于绳 $\overline{AB}$ 的方向分解为两分量 v_1和 v_2（如图1－3所示）。其中 v_1代表由于小车的运动而使 A，B 间的距离减小的速率，按题意有 $v_1=u$；v_2代表由于$\overrightarrow{AB}$的方向改变而使 B 具有的速度分量。

解：根据上面的分析，有

$$v_1 = u = vcos\theta$$

所以，小车的速度

$$v = u/cos\theta = u\frac{\sqrt{x^2+h^2}}{x}$$

例7 装在小车上的弹簧发射器射出一小球，根据小球相对于地的水平射程和射高的测量得知：小球被射出时相对于地的速度为10米/秒，小车的反冲速度为2米/秒。求小球被射

出时相对于小车的速度大小。已知该弹簧发射器的仰角为30°。

分析：这个问题中涉及到小球、小车和地。以地为参照系，已知小球的速度大小和小车的速度。要求小球相对于小车的速度，即以小车为参照系时，小球的速度。如果把地作为静止参照系，小车就是运动的参照系。通常把物体（小球）相对于静止参照系（地）的速度称为“绝对速度”记为 $\mathbf{v}_{绝}$，小球对于运动参照系（小车）的速度称为“相对速度”记为 $\mathbf{v}_{相}$，运动参照系（小车）相对于静止参照系（地）的速度称为牵连速度，记为 $\mathbf{v}_{牵}$。它们之间的关系由矢量式

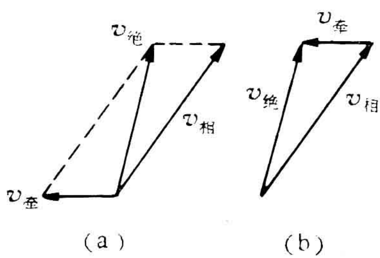

图1－4

$$\mathbf{v}_{绝}=\mathbf{v}_{相}+\mathbf{v}_{牵} \qquad (1)$$

或

$$\mathbf{v}_{相}=\mathbf{v}_{绝}-\mathbf{v}_{牵} \qquad (2)$$

表示，遵守矢量合成的平行四边形法则，如图1－4（**a**）或三角形法则，如图1－4（**b**）。称（1）（2）式为相对运动的速度合成定理。

本题中，已知小车对地的速度 $v_{牵}$，小球对地的速度 $v_{绝}$ 的大小。同时由于小球相对于小车是沿发射筒的方向发射的。因此相对速度 $v_{相}$ 的方向与水平成30°仰角。根据（1）式可作出矢量平行四边形（如图1－5所示）。其中 $v_{绝}$ 的方向和 $v_{相}$ 的大小是未知的。有了这个矢量平行四边形。用

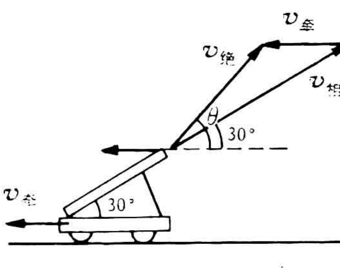

图1－5