

非平稳信号特征 提取方法及其应用

范 虹 著



科学出版社

非平稳信号特征提取 方法及其应用

范 虹 著

科 学 出 版 社

内 容 简 介

本书针对非平稳信号特征提取的有关原理与技术展开广泛而深入的讨论。内容包括小波分析,匹配追踪信号分解及应用,基于非参数基函数的特征波形提取方法、匹配追踪方法与非参数基函数特征波形提取方法的结合,经验模式分解及其应用,基于滤波器组和高阶累积量的特征检测方法等。本书力图将复杂的概念用易于理解的算法来描述,提供大量包含图示和处理结果的插图,列举这些方法在工程实践中的具体应用,特别有助于读者的学习和理解。

本书面向广大信号处理的研究设计人员,可作为高等院校计算机应用、信号处理等专业高年级本科生和研究生教材,也适合有一定基础的读者自学。此外,对于本领域的专业人士也可以作为技术手册使用。

图书在版编目(CIP)数据

非平稳信号特征提取方法及其应用/范虹著. —北京:科学出版社,2012
ISBN 978-7-03-035925-4

I. ①非… II. ①范… III. ①随机信号-信号特征分析-高等学校-教材
IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 259551 号

责任编辑:孙伯元 / 责任校对:张富志
责任印制:张 倩 / 封面设计:科地亚盟

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 6 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2013 年 6 月第一次印刷 印张:12 1/2

字数:235 600

定价: 60.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

本书的出版获得陕西师范大学 211 工程建设项目、陕西省科学技术研究发展计划项目(No. 2012K06-36)、中央高校基本科研业务费项目(No. GK201102006)以及国家自然科学基金项目(No. 51275380)的资助

前 言

特征提取是从信号中获取信息的过程,是模式识别、智能系统和机械故障诊断等诸多领域的基础和关键。传统的信号处理方法以信号的平稳性为前提,分别仅从时域或频域给出统计平均结果,不能同时兼顾信号在时域和频域的局部化和全貌。然而,自然界和工程领域中绝大多数的信号并不是周期和平稳变化的,瞬变、不平稳现象随处可见,其特点是持续时间有限,并且蕴藏着频率随时间变化的本质特征,单独在时域或频域描述其特征都将显得无能为力。因此,对非平稳信号研究具有非常重要的理论意义和工程应用价值。本书将就非平稳信号特征提取中所涉及的一些问题展开研究,以把握学术前沿为前提,以多学科知识的相互渗透和紧密结合工程应用为主要思路,研究非平稳信号特征提取的若干方法。

信号特征提取是涉及面十分广泛的学科方向,具有多学科和多应用领域相互交叉、融合的特点。在学术上,近 20 年发展的主要标志是从频域到时频域的转变。鉴于动态信号的复杂性,信号特征提取方法的研究越来越重视方法与信号的相关性,多学科知识的相互渗透和综合运用是方法研究的主要特色,而以特定基底或原子的信号稀疏表示以及基于多字典的信号过完备展开已成为近期方法研究的焦点之一。在应用方面,信号特征提取的广泛适用性使其在众多的学科分支和工程领域得到十分广泛的应用。近期的研究主要集中在将先进的信号处理和特征提取方法用于解决特定领域的特定应用问题,这一发展趋势已在众多的应用领域取得了十分成功的经验,而以解决工程实际问题为出发点无疑是信号特征提取方法研究的重要源泉之一。此外,对于信号特征提取这个多学科分支、多应用领域汇集的学科方向来说,学术研究和应用研究是相辅相成的,学术研究为应用研究提供了丰富的手段,应用研究促进了学术研究的进一步发展。许多事例表明,特定应用问题为方法研究赋予了应用内涵,往往使方法研究得到简化,并可为其他应用领域的研究提供借鉴。充分考虑应用特点,将方法研究与应用研究紧密结合起来研究特征提取方法也是近期研究的一个重要内容。基于上述分析和讨论,本书主要以把握学术前沿为前提,以应用特点为基础,将两者紧密结合起来研究具有学术和工程实用意义的信号特征提取方法,并在具体的工程应用中取得实际效果。

作者有幸承担陕西省自然科学基金项目“基于信号分解理论的非参数基函数特征提取方法研究”(SJ08F17, 2009. 1~2010. 12),并参加孟庆丰教授承担的国家

高科技研究发展计划(863 计划)项目“基于分离特征样本的核岛主泵可靠性评估与寿命预测技术研究”(2006AA04Z420, 2006. 12~2008. 12)和“基于资源节点的设备监测诊断网络系统及关键技术研究”(2001AA413330, 2001. 10~2003. 10), 以及国家自然科学基金项目“基于无线传感器网络的车载轴温监测和早期诊断技术研究”(50875196, 2009. 1~2011. 12)、“基于耦合信息的现代微电子封装超声键合过程检测方法研究”(50475087, 2005. 1~2007. 12)和“机械系统无传感器监测诊断技术基础与应用研究”(50075067, 2001. 1~2003. 12)等项目。以这些项目为依托, 针对工程中的实际问题, 努力做了一些探索。

目前, 从事数学或信号分析的专家已撰写并出版了不少有关信号特征提取方面的专著, 感谢这些著者们所作的贡献。然而已出版的许多优秀专著和译著, 其中多数以平稳信号处理理论为基础, 专门论述非平稳信号处理技术的专著为数不多。许多应用领域中广大的科技工作者, 都希望能够进一步了解和掌握非平稳信号的特征提取方法及其应用。因而本书从工程应用角度出发, 总结了作者所在课题组十多年来关于非平稳信号特征提取方法及其应用的实践, 广泛汲取了国内外学者在非平稳信号处理领域的研究成果, 详细论述了多种非平稳信号处理方法的原理及其相互联系, 重点讨论了复杂信号的处理及特征提取技术。

本书重点讨论非平稳信号处理的方法、原理和应用。为了便于读者的理解, 本书尽量避免烦琐的数学证明与推导, 用典型案例分析来阐述基本原理和作者的观点, 努力使本书在以下几个方面形成特点:

(1) 汲取了国内外本领域的最新研究成果, 总结了学者们在非平稳信号处理研究和应用中的新进展, 内容具有先进性和新颖性。

(2) 从工程应用角度出发, 介绍了以时频分析为基础的非平稳信号处理技术的原理和应用。对科研人员和工程技术人员具有较大的参考价值, 具有实用性。

(3) 本书的结构编排合理, 既有基本方法, 又有综合方法, 内容深入浅出, 工程背景明确, 适用面广。介绍了一些成功的分析案例, 便于加深读者对本书内容的理解, 具有可读性。

本书由范虹副教授执笔。在书稿完成过程中, 得到了孟庆丰、课题组全体成员及西安交通大学润滑理论和轴承所各位老师无私的帮助。高强副教授、冯武卫博士和作者共同探讨学术问题, 并在实验上和软件程序上给了作者许多指导和帮助, 为本书的总体设计和写作提供了非常宝贵的意见和建议。朱永生副教授、刁瑞朋博士、孙敬远硕士、吴永红硕士、胡迅硕士、夏连硕士、詹华硕士也给了作者多方面的协助, 在此向他们致以衷心的感谢。感谢陕西师范大学吕亚虎博士、冯丽珍硕士夫妇在生活上对作者的帮助。特别感谢科学出版社领导和孙伯元编辑对本书的大

力支持和辛勤劳动。谨向长期以来关心和支持我们工作的众多同仁致以由衷的感谢!

本书的出版得到陕西师范大学 211 工程建设项目、陕西省科学技术研究发展计划项目(No. 2012K06-36)、中央高校基本科研业务费项目(No. GK201102006)以及国家自然科学基金项目(No. 51275380)的资助。在此一并致以诚挚的谢意!

由于时间仓促,涉面不广,不足之处敬请广大读者批评指正。

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 特征提取与信号表示	1
1.2 信号的稀疏分解	3
1.2.1 基展开和过完备展开	4
1.2.2 时频原子和字典	5
1.3 从频域分析到时频域分析	6
1.4 Heisenberg 测不准原理	8
1.5 信号特征提取方法及国内外研究现状	8
1.5.1 平稳信号处理方法	9
1.5.2 非平稳信号时频分析方法	9
1.5.3 非高斯信号分析方法	22
1.6 本书的主要内容	24
第 2 章 小波分析	27
2.1 正交分解与投影定理	27
2.1.1 正交的概念	27
2.1.2 投影定理	27
2.1.3 空间中的 Fourier 分析	28
2.1.4 空间中的 Fourier 级数	28
2.2 小波变换	28
2.2.1 小波变换的定义	28
2.2.2 多分辨分析及其工程意义	30
2.2.3 正交小波基的构造与信息独立化提取	32
2.3 小波提升方案	38
2.3.1 小波提升方案的背景	38
2.3.2 提升小波的基本原理	40
2.4 典型应用	42
2.4.1 基于小波变换的信号奇异性检测	42

2.4.2 基于小波提升方案的图像分解	44
第3章 匹配追踪信号分解及应用	47
3.1 信号展开与内积	48
3.2 信号特征提取中的两个热点问题	50
3.2.1 字典原子与特征波形的匹配问题	50
3.2.2 多种特征波形共存时的特征提取问题	51
3.3 匹配追踪算法	51
3.3.1 匹配追踪算法基本原理	51
3.3.2 匹配追踪算法存在的问题	54
3.4 匹配追踪算法的改进及其实现	55
3.4.1 遗传算法简介	55
3.4.2 混合编码遗传算法	61
3.4.3 基于混合编码遗传算法的匹配追踪算法	67
3.5 实验研究	71
3.6 往复机械故障特征提取与诊断	74
第4章 基于非参数基函数的特征波形提取方法	76
4.1 滤波器组理论	77
4.1.1 滤波器组的基本概念	77
4.1.2 信号的抽取与插值	78
4.1.3 几种常用的滤波器	80
4.1.4 M 通道滤波器组及完全重构条件	81
4.2 奇异值分解理论	83
4.3 基于非参数基函数的特征波形提取方法的原理	84
4.3.1 非参数基函数的构造	85
4.3.2 特征波形的提取原理	86
4.3.3 基于非参数基函数的特征波形提取方法的实现	87
4.4 基于非参数基函数的特征波形提取方法的性能评估	92
4.4.1 方法的重构性验证	93
4.4.2 非参数基函数的调节能力验证	94
4.4.3 方法的抗干扰能力验证	97
4.5 应用举例	100
第5章 基于匹配追踪和非参数基函数的特征提取方法	103
5.1 匹配追踪和非参数基函数的特征提取方法的结合	104

5.2	MP-NBFE 方法的实现	105
5.2.1	关键参数的选取	105
5.2.2	MP-NBFE 提取方法的实现过程	106
5.3	提取方法的性能分析	107
5.3.1	提取方法自适应性的验证	107
5.3.2	MP-NBFE 方法的收敛性评估	112
5.3.3	MP-NBFE 方法的仿真验证	115
5.4	实验数据分析	121
第 6 章	经验模式分解及其应用	125
6.1	经验模式分解基本原理	125
6.1.1	瞬时频率	125
6.1.2	瞬时频率定义分析	126
6.1.3	基本模式分量	127
6.1.4	经验模式分解及其性质	129
6.1.5	Hilbert-Huang 变换	131
6.2	EMD 对仿真信号的分析	132
6.3	EMD 存在的问题	135
6.3.1	算法改进	135
6.3.2	模态混叠	136
6.3.3	基本模式分量筛分停止条件	136
6.3.4	端点效应	137
6.4	抑制 EMD 中的端点效应:改进镜像延拓法	139
6.5	改进镜像延拓 EMD 在机械故障诊断中的应用	143
6.6	模态混叠的消除:集合经验模式分解	146
6.7	二维经验模式分解	149
第 7 章	基于滤波器组和高阶累积量的特征检测方法	152
7.1	高阶统计量理论	152
7.1.1	高阶矩和高阶累积量	153
7.1.2	高阶矩和高阶累积量的转换关系	156
7.1.3	高阶矩和高阶累积量的性质	157
7.1.4	高阶累积量的估计	159
7.2	信号特征的检测方法	160
7.2.1	基于投影的检测方法	160

7.2.2 能量检测方法	160
7.2.3 基于混沌振子的检测方法	161
7.3 基于高阶累积量和滤波器组的信号特征检测方法	161
7.3.1 问题的提出	161
7.3.2 基于高阶累积量和滤波器组的信号特征检测模型	162
7.3.3 基于高阶累积量和滤波器组的信号特征检测方法的实现	163
7.4 信号特征检测方法的仿真验证	166
7.4.1 含有一个冲击成分的信号检测	166
7.4.2 含有多个冲击成分的信号检测	168
7.5 应用实例	170
参考文献	172

第 1 章 绪 论

1.1 特征提取与信号表示

人类在认识自然界和改造自然界的过程中不断推动整个社会的发展,认识自然界的一个主要内容就是对事物运动规律的认识。我们知道,自然界中的万物均处在不停的运动之中,一切运动或状态的变化,广义地说都是一种信号,它们传递着关于自然界的各种信息,蕴含着揭示事物本质的各种特征。通常,只要获取这些信号中反映事物本质的特征信息,就能准确认识事物,这就为我们引入了一个自然而永恒的主题——特征提取。如果我们以时间 t 为自变量,将不断运动变化的物理量描述为信号 $x(t)$,则信号 $x(t)$ 是特征信息的载体,信息则是信号的具体内容,信号特征提取的任务就是从信号中获取特征信息的过程。

信号特征提取以信号处理和分析为基础,是数学、物理学和工程应用学科的综合体现,特别是深度融合了信息论、逼近论、调和分析 and 统计分析等理论和方法。

随着科学技术的发展,人们对信号形式的认识在不断提高,对信号进行特征提取的理论和方法也在不断发展,除了可以直接从信号中提取外,也可以将信号变换到一个更有益于反应信号特征的域中,再进行提取,如 Fourier 分析。事实上,长期以来 Fourier 分析在线性时不变系统的分析中一直占据着统治地位,主要原因是 Fourier 基函数(展开函数)为复正弦函数 $e^{j\omega t}$,它是所有线性时不变系统的特征函数。如果以时间 t 为自变量,将不断运动变化的物理量描述为信号 $x(t)$,则 Fourier 变换和反变换建立了信号在时域 $x(t)$ 和频域 $X(\omega)$ 的一对一映射关系

$$X(\omega) = \int x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (1-1)$$

$$x(t) = \int X(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (1-2)$$

从物理意义上讲,Fourier 变换的实质是把信号 $x(t)$ 分解成许多不同频率正弦波的线性叠加,这样就可以把对原信号的研究转化为对其权系数,即 Fourier 变换 $X(\omega)$ 的研究。但在许多实际应用中,频域表示比时域表示往往会有更简单的形式,例如,一个复正弦函数对应于频域中仅有一个脉冲函数。此外,Fourier 变换 $X(\omega)$ 可通过信号 $x(t)$ 与 $e^{j\omega t}$ 的内积 $\langle x(t), e^{j\omega t} \rangle$ 计算,由于 $e^{j\omega t}$ 的正交性,计算十分方便。

对于信号分析和特征提取来说, Fourier 分析的重要意义在于将时域中以时间 t 为自变量的信号变换到频域中去, 用频率 f 的函数来描述。我们知道, 在自然界和工程技术领域存在着大量周而复始的随时间周期性重复变化的现象, 如地球的公转和自转、心脏和脉搏的跳动、电子绕原子核的运动、音乐的节拍、交流发电机输出的电压和电流、恒定转速下机器的振动和噪声等。这些周期现象与频率 f 直接相关, 用三角函数表示、从频域对它们进行描述, 显然对分析和认识这些现象的本质比从时域更为方便。理解 Fourier 分析的另一个要点是, 它将周期信号变换到一个由三角函数刻画的、具有更低维数的特征空间, 也就是说将紧密分布在时间轴上的周期信号用稀疏分布在频率轴上的基频及其谐波分量来表示, 大大减少了特征参数的数目, 对信号模式及其组成结构的识别是十分有利的。

将周期信号展开为三角级数的思想对理解信号特征提取提供了一个很好的启示, 可以将特征提取看成是寻求一种特定的变换, 将信号分解或映射到一个低维的特征空间。由于特征提取的主要目的是为了获取特征信息, 我们能够从复杂的现象中识别不同类别的物理现象, 对特征空间提出了类可分离性(class separability)要求。通过对信号所表示的物理现象的先验知识, 我们可以预先选取一组特定的变换, 从而使上述优化问题得到简化。目前学术界普遍共识的做法是将信号 $x(t)$ 表示为展开函数集合 $\{\psi_n(t)\}$ 的一个线性组合

$$x(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n \psi_n(t) \quad (1-3)$$

式中, a_n 为展开系数。从数学意义上讲, 式(1-3)的求解为一最佳逼近问题, 是一个学习过程。2002 年, 焦李成等发表了一篇有关多变量函数逼近的综述文章^[1], 他们研究了解决此类优化问题的逼近工具, 如神经网络、统计估计、逼近论、调和分析和小波神经网络, 评述了这些工具的逼近效率和能力。实际上, 式(1-3)给出的逼近问题的求解可以分为无监督学习和有监督学习^[2]。对于无监督学习, 典型的方法是主分量分析(principal components analysis)和 K-L 变换(Karhunen-Loève transformation), 它们可以给出信号的最佳正交展开, 但是展开函数(或矢量)的类可分离性常常变得很差, 难以给出明确的物理解释^[2]。因此, 从特征提取的意义上来说, 并不是很好的选择。有监督学习则是事先给定某种约束, 然后求解式(1-3)。对此, 可以根据信号特点的先验知识(如周期的还是瞬变的)事先选定一组展开函数 $\{\psi_n(t)\}$, 然后通过求解式(1-3)将信号 $x(t)$ 表示为这组特定展开函数 $\{\psi_n(t)\}$ 的一个线性组合。在此需要指出的是, 学术界对式(1-3)中的展开函数有不同的叫法, 如基元函数(elementary functions)、基函数(base functions)、原子(atoms)、字典元素(dictionary elements)、矢量(vectors)等, 而其集合常称为字典(dictionary), 本书将根据不同场合表达问题的合理性和方便性来选用。

式(1-3)表示的逼近问题显然集中在展开函数的选择上。Qian 等^[3]形象地描

述了展开函数的选取与提取的信息之间的关系,他将展开函数 $\phi_n(t)$ 比作标尺,而提取的信息则是信号与标尺之间相似性匹配的结果,这种相似性程度由展开系数 a_n 来度量,也就是说,提取的信息是以展开函数为特征给出的。数十年来,信号分析领域研究最多的是 Fourier 函数和小波函数,它们对各自不同的特定信号类展示了最佳的特性。Fourier 函数适合于分析周期性信号和统计平稳信号,而对于瞬变信号却不能获得一个好的表示;小波函数适合于处理瞬变信号,但对周期性信号则不能给出好的结果。Mallat 等^[4]将这种展开函数与信号的不匹配导致的结果形象地描述为信息冲淡(information diluted)。从信号特征提取的角度看,则是由于使用了不适合的展开函数,导致了无法解释的分解项,这对后续的分析 and 识别非常不利,有时甚至比直接分析原信号更为困难。因此,展开函数的构造和选择成为学术界研究的焦点之一也就顺理成章了。

另一个研究焦点是关于信号的稀疏展开(sparse expansion)^[4~23]。它是用过完备字典(overcomplete dictionary)通过优化算法获得一个具有最小数目字典元素或展开项的信号表示,所以亦称为过完备展开、过完备分解或稀疏表示(sparse representation)。这一研究趋势始于 Mallat 等的工作^[4],他们引入了一个递归的自适应算法称为匹配追踪(matching pursuit),从一部精心构造的冗余字典(字典元素的数目大于展开项的数目)中一个一个地挑选向量(字典元素),每一步都形成一个展开项并且使得信号的逼近更为优化,最终形成由小数目展开项线性组合而成的一个信号表示。几乎同时,Qian 等^[5]也独立地提出了类似的算法。另一种典型的方法是由 Chen 等提出的基追踪(basis pursuit)^[6]。他们将求解稀疏表示的 l^0 优化问题由 l^1 优化代替,使之变为凸优化问题,并应用线性规划的内点法(interior point method)^[24,25]求解,改进了信号表示的稀疏性和稀疏对象的分辨率,但代价是增加了计算复杂性。应该指出的是,稀疏性和精度是相互制约的。寻求最稀疏的解,会降低解的精确性;相反,保持最好的精度,则难以获得最稀疏解^[7]。一种解决途径是通过对稀疏性和精确性两者加权来定义一个花费函数,使之最小化。然而不幸的是,该问题的精确解是 NP 难问题^[7,8],折中解也是相当耗时的^[9]。因此,信号的稀疏展开一直是学术界研究的热点课题。

1.2 信号的稀疏分解

在信号处理和分析的应用中,主要的手段是将信号分解为一系列基本的波形(积木块)。在这种分解中,离散信号 $x[n]$ 被表示为展开函数 $\phi_m[n]$ 的一个线性组合

$$x[n] = \sum_{m=0}^{M-1} a_m \phi_m[n] \quad (1-4)$$

用矩阵的形式表示

$$x = D\alpha \quad (1-5)$$

式中,信号 x 是一个 $N \times 1$ 阶列向量, α 为 $M \times 1$ 阶展开系数向量,字典 D 为 $N \times M$ 阶矩阵,它的列为展开函数 $\phi_m[n]$,即 $D = \{\phi_0[n], \phi_1[n], \dots, \phi_m[n], \dots, \phi_{M-1}[n]\}$ 。

从逼近论的观点,可以选取好的展开函数使得用较少数目的向量的线性组合就可以精确地重构信号。这种稀疏分解对信号压缩、信号分析和特征提取是十分有利的,它意味着展开函数与信号的结构高度相关。目前有两个主要的发展趋势,一是选取正交基函数系,应用非线性逼近以获得 M 个最大的展开系数,从而给出信号的一个稀疏表示。非线性逼近可以很好地改进线性逼近的特性,尤其对于有孤立奇异点的信号,它比线性算法更精确,因为线性逼近在整个信号支集保持相同的分辨尺度^[26]。由于正交分解的计算高效与稀疏表示的结合,因此非常适合于信号压缩。另一个发展趋势是放松对展开函数的正交性要求。这对信号特征提取是相当有益的,因为我们可以更灵活地选取和构造展开函数,所以展开项对某个特定应用问题能给出很好的物理解释,且不受正交性的制约。

1.2.1 基展开和过完备展开

如果展开函数 $\phi_m[n]$ 构成一个基,则式(1-5)中的矩阵 D 是方阵并且是可逆的,信号的展开系数 α 可以由 $\alpha = D^{-1}x$ 唯一确定。对于通常的双正交基情况,如小波基,存在一个重基 $\tilde{D}$ 使得 $D^{-1} = \tilde{D}^H$ 和 $\alpha = \tilde{D}^H x$,说明了基展开的系数可以用公式 $a_m = \langle x, \tilde{\phi}_m \rangle$ 独立地推导出。对于正交基的情况,如 Fourier 基, $\tilde{D} = D$,展开系数则由 $\langle x, \phi_m \rangle$ 简单给出。

基展开有一个严重缺陷,即一个给定的基常常不能对广泛多变的信号给出一个好的表示^[23]。例如,Fourier 基不能提供时间局部信号的简捷表示,对其他基也存在类似的困难。基展开的这种缺陷是由尝试用有限的函数集表示任意信号所致。好的方法是采用信号自适应的展开函数,即通过信号相关的方式从时频原子的过完备字典中选取展开函数,如自适应小波包或匹配追踪。用高度完备的时频原子字典可以对广泛的时频特性给出简捷、稀疏的表示。

当展开函数构成一个过完备或冗余集合,这时 $M > N$,矩阵 D 的秩为 N ,式(1-5)是不确定的,有无穷多组展开。一个解由伪逆 D^+ 给出,它可用奇异值分解(SVD)推导出。系数向量 $\alpha = D^+ x$ 有所有可能解的最小 2-范数。但需要指出的是,2-范数的最小化导致信号的能量散布到所有的向量元素,它破坏了信号稀疏分解的目的,不能保证获得简捷的信号表示。基于 SVD 的信号展开是带有自然特色的,并非稀疏的,而且如果为了改进稀疏性而限制小的展开系数也不是一个切合实际的方法^[23]。因此对于信号分析、压缩、特征提取来说,如果要获得稀疏表示,基

于 SVD 的方法不是特别有效。获得稀疏展开更为适宜的方法是应用一个特别设计的搜索算法以达到稀疏解。但是,由于搜索的复杂性,得到一个完美表示信号的最优稀疏解在计算上是不切实际的。同样,通过给定稀疏性使得误差最小来计算近似的稀疏展开,通常也难于实现。因此,这实际上是一个 NP 难问题^[7,8]。较为实际的做法是将问题进行简化。一种途径是根据次优化规则寻求稀疏近似解;另一种是求解精确解但稀疏性不一定是最优的。

1.2.2 时频原子和字典

具有某一类特定性质的 $M+1$ 个波形的集合可以构成一个特定性质的字典 $D=\{\psi_m:m=0,1,2,\dots,M\}$,这些波形称为原子。例如,Fourier 字典是一个正弦波原子的集合,它适合分解周期信号;小波字典则是由一系列称为小波的母波形原子经不同的伸缩和平移构成的,适合于分析瞬变信号。其他常用的字典包括小波包字典(wavelet packet dictionary)、余弦包字典(cosine packet dictionary)等。如果字典中原子的数目 M 大于信号的维数 N ,则字典称为过完备字典。信号中常常含有不同性质的结构成分,例如周期成分和瞬变成分共存,用单一性质的字典无法兼顾两者的特征。因此,在信号过完备展开的近期发展趋势中,人们常常用多个具有不同性质的字典构成一个复合字典,如字典 $D=D_1\cup D_2\cup\cdots\cup D_L$ 由 L 个不同性质的字典构成,因此适合于表示更为广泛的信号类。前述的展开方法都适用于这类复合字典。

在信号的过完备展开中,时频原子对应着信号的基本特征。如果时频原子与信号的结构特征符合的很好并有明确的物理解释,则分解和提取出来的波形能够容易被识别,这对信号分析和特征提取特别有用。目前,最常使用的原子是 Gabor 原子,它是对正弦波施加 Gauss 窗形成的。Mallat 和 Zhang^[4] 以及 Qian 和 Chen^[5] 通过伸缩、平移和调整 Gauss 窗构造了具有时移和平移不变性的 Gabor 字典。由于 Gabor 原子使得测不准不等式的等号成立,即在时频平面上 Gabor 原子具有最佳的能量集中性,因此在信号过完备展开中应用最为广泛,非常适合于图像处理和信号压缩。但在信号分析和特征提取中却不尽如人意,原因是它的波形特征与通常的线性系统的瞬态波形不能很好地符合,使得对提取出来的波形难以给出合理的物理解释。此外,对于匹配追踪来说,由于这种不匹配而在残余信号中残留了所谓的前回波,因此经常不得不用一系列小的展开项来抵消这种前回波^[8,27],从而大大降低了信号展开的稀疏性。这种现象为 Mallat 和 Zhang 称为信息被冲淡^[4],在其他的时频字典中实际上同样也存在着类似的现象。由于这种现象与信号的结构特点和具体的应用问题关系密切,因此构造和选取合适的时频字典一直是学术界研究的焦点。1998 年,Vleeschouwer 和 Macq^[28] 提出了一种子带字典用于匹配追踪,在不损害性能的前提下有效地降低了计算花费。同年,Redmill 和

Bull^[29]等提出了一种快速匹配追踪算法,使用了不可分离的字典原子。用一个滤波器组对输入信号产生多通带滤波信号,每次迭代后更新这些信号。1999年,Goodwin^[23]使用阻尼正弦波字典分解具有瞬变特性的信号,并证明了使用这种字典的信号展开可以通过简单的递归滤波器组有效地实现。2001年,Durka、Ircha和Blinowska^[30]针对匹配追踪的参数化统计偏差,提出了一种基于随机时频字典(stochastic time-frequency dictionary)的匹配追踪算法,用于脑电图信号的特征提取。该方法的主要思想是在每次分解之前随机化字典原子的参数。2004年,Schmid-Saugeon和Zakhor^[27]提出了一种用于匹配追踪字典设计的新算法。这种技术应用了矢量量化(vector quantization, VQ)^[31]设计技术从训练模式中学习字典原子,用于视频编码。这些方法从不同的方面对过完备展开进行了改进,但仍然还有许多问题有待解决和完善。

1.3 从频域分析到时频域分析

由于Fourier变换仅仅是在整体上把信号分解为不同的频率分量,将时间和频率割裂开来分析信号,因此它只能提供全局特性而缺乏局部信息,不能告诉我们某种频率分量发生在哪个时间内,在时域上没有任何分辨能力,即不具备在时间和频率上同时定位的功能。对给定的信号 $x(t)$,无法知道在某一特定时刻(或一很短的时间范围),该信号所对应的频率是多少;反过来,对某一个特定的频率(或一很窄的频率区域),无法知道是什么时刻产生了该频率分量。另一方面,前面所讨论的信号,不论它是单频率信号还是多频率信号,都假定信号的频率不随时间变化,这样的信号称为时不变信号。也就是说,对该信号的一次记录(或一次观察)得到的信号所做的Fourier变换和过一段时间后再记录该信号所做的Fourier变换基本上是一样的。然而,自然界和工程领域中绝大多数的信号并不是周期和平稳变化的,其频率都是随时间变化的。频率随时间变化的信号又称为时变信号,或非平稳信号,如故障监测、语音识别、雷达和声呐信号处理、生物医学信号处理、无线电通信中的AM/FM和跳频信号以及地球物理勘探信号等,都是典型的非平稳信号。其特点是持续时间有限,并且蕴藏着频率随时间变化的本质特征,单独在时域或频域描述其特征都将显得无能为力。

如图1-1(a)所示为频率成分正比于时间变化的chirp信号,随着时间的变大,信号的振荡越来越快;其Fourier变换后的频谱会散布在整个频率轴上^[1],从该频谱曲线上根本无法看出信号频率随时间线性增加的特点,如图1-1(b)所示,此时的Fourier变换用于信号分析和特征提取几乎没有任何意义。所以,Fourier变换对非平稳信号具有局限性,仅适用于周期性信号和统计平稳信号,是一种分析和处理平稳信号最常用和最主要的方法。