"十二五"国家重点图书
电子与信息工程系列

FINITE DIFFERENCE TIME DOMAIN METHOD IN MODERN MICROWAVE ENGINEERING

现代微波工程时域有限差分方法

● 傅佳辉 孟繁义 杨国辉 张狂 编著
● 吴 群 主审

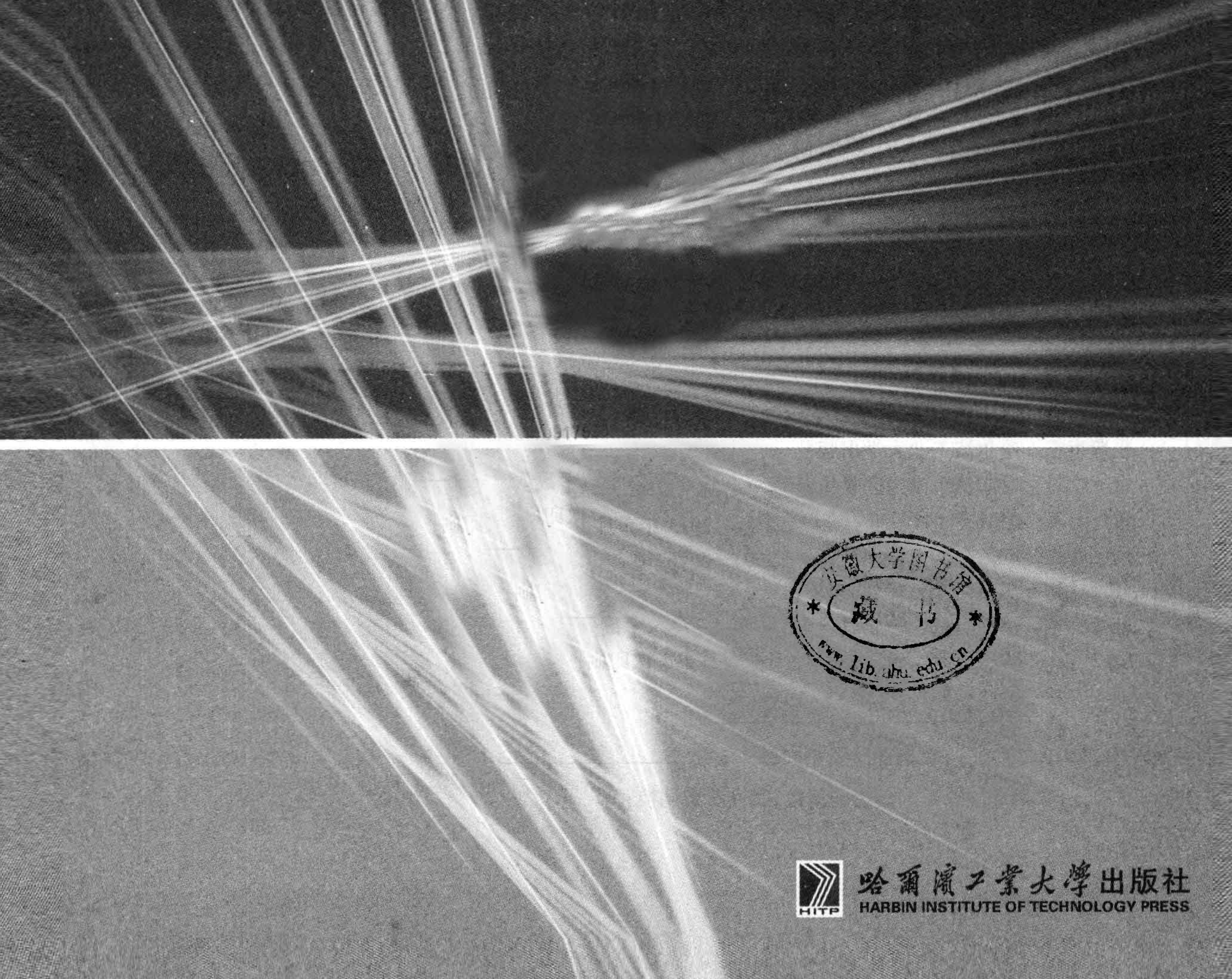
哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

"十二五"国家重点图书
电子与信息工程系列

FINITE DIFFERENCE TIME DOMAIN METHOD IN MODERN MICROWAVE ENGINEERING

现代微波工程时域有限差分方法

傅佳辉 孟繁义 杨国辉 张狂 编著
吴 群 主审



哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书循序渐进地介绍了非分裂的时域有限差分方法，它的优点在于并不需要对 PML 空间进行特殊处理，也不需对边界的电场和磁场进行分裂，吸收边界和工作空间可以通过参数转换来完成。首先，本书从一维的 FDTD 方法开始入手，这种研究过程完全符合从简单到复杂、从一维到多维的认知过程。在一维中，只包含两个场分量和沿 Z 方向传输的 TEM 波，但它所描述的物理意义非常清晰，对于初学者来说，易于掌握。而二维 FDTD 电磁仿真是对一维程序的扩展，并建立了二维非分裂吸收边界条件。而对于三维 FDTD 仿真则和二维仿真处理方法完全一样，仅仅是求解的方程更为复杂。最后，对三维程序进行模块化设计，并利用已经搭建的 FDTD 的基本框架，对微带电路建模与仿真方法进行具体的阐述，并给出程序的每一部分细节，使读者能够对微带电路的分析有一个全面的认识，并可以应用到其他结构的分析上。

本书可供从事微波工程电磁问题领域的相关人员参考，也可作为高等院校相关专业高年级本科生和研究生的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

现代微波工程时域有限差分方法/傅佳辉等编著.
—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2013.5
ISBN 978-7-5603-4076-0

Ⅰ.①现… Ⅱ.①傅… Ⅲ.①时域分析-并行算法-有限差分法-应用-微波技术 Ⅳ.①TN015②TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 090685 号

电子与通信工程
图书工作室

责任编辑　刘　瑶
封面设计　刘洪涛
出版发行　哈尔滨工业大学出版社
社　　址　哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号　邮编 150006
传　　真　0451-86414749
网　　址　http://hitpress.hit.edu.cn
印　　刷　黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂
开　　本　787mm×1092mm　1/16　印张 14.75　字数 353 千字
版　　次　2013 年 5 月第 1 版　2013 年 5 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5603-4076-0
定　　价　30.00 元

“十二五”国家重点图书
电子与信息工程系列

编审委员会

序

FOREWORD

教材建设一直是高校教学建设和教学改革的主要内容之一。针对目前高校电子与信息工程教材存在的基础课教材偏重数学理论,而数学模型和物理模型脱节,专业课教材对最新知识增长点和研究成果跟踪较少等问题,及创新型人才的培养目标和各学科、专业课程建设全面需求,哈尔滨工业大学出版社与哈尔滨工业大学电子与信息工程学院的各位老师策划出版了电子与信息工程系列精品教材。

该系列教材是以"寓军于民,军民并举"为需求前提,以信息与通信工程学科发展为背景,以电子线路和信号处理知识为平台,以培养基础理论扎实、实践动手能力强的创新型人才为主线,将基础理论、电信技术实际发展趋势、相关科研开发的实际经验密切结合,注重理论联系实际,将学科前沿技术渗透其中,反映电子信息领域最新知识增长点和研究成果,因材施教,重点加强学生的理论基础水平及分析问题、解决问题的能力。

本系列教材具有以下特色:

(1)强调平台化完整的知识体系。该系列教材涵盖电子与信息工程专业技术理论基础课程,对现有课程及教学体系不断优化,形成以电子线路、信号处理、电波传播为平台课程,与专业应用课程的四个知识脉络有机结合,构成了一个通识教育和专业教育的完整教学课程体系。

(2)物理模型和数学模型有机结合。该系列教材侧重在经典理论与技术的基础上,将实际工程实践中的物理系统模型和算法理论模型紧密结合,加强物理概念和物理模型的建立、分析、应用,在此基础上总结牵引出相应的数学模型,以加强学生对算法理论的理解,提高实践应用能力。

(3)宽口径培养需求与专业特色兼备。结合多年来有关科研项目的科研经验及丰硕成果,以及紧缺专业教学中的丰富经验,在专业课教材编写过程中,在兼顾电子与信息工程毕业生宽口径培养需求的基础上,突出军民兼用特色,在

满足一般重点院校相关专业理论技术需求的基础上，也满足军民并举特色的要求。

电子与信息工程系列教材是哈尔滨工业大学多年来从事教学科研工作的各位教授、专家们集体智慧的结晶，也是他们长期教学经验、工作成果的总结与展示。同时该系列教材的出版也得到了兄弟院校的支持，提出了许多建设性的意见。

我相信：这套教材的出版，对于推动电子与信息工程领域的教学改革、提高人才培养质量必将起到重要推动作用。

中国工程院院士　　　　张乃通
哈尔滨工业大学教授

2010年11月于哈工大

前　言

PREFACE

时域有限差分法(FDTD)是求解当代微波工程中电磁问题的一种有效的数值方法。与其他电磁场数值计算方法相比,FDTD 直接从麦克斯韦方程出发,不需要任何导出方程,使得它成为所有电磁场计算方法中最简单的一种。为运用 FDTD 方法进行电大尺寸复杂电磁问题计算提供了一条有效途径。该方法最早是由 Yee 于 1966 年提出的,它直接将麦克斯韦旋度方程转化为差分方程,表述简明、结构清晰、易于理解。并通过在所划分的空间网格上赋予相应的电磁参量来模拟被研究物体,通过与计算机技术的结合能够处理非常复杂的工程电磁问题。尤其是最近发展起来的并行算法,特别适合计算机编程加速计算。

本书在编写上注重思路创新,构架清晰,逻辑性强,由浅入深。从介绍 FDTD 方法的基本原理出发,着重讲述如何灵活运用 FDTD 方法求解工程问题,使读者清晰地理解和掌握该方法的基本概念、建模和求解方法,力图在概念和数学表述以及计算机语言之间建立互通桥梁。通过循序渐进的各章讲解和详尽的程序,给读者一个比较完整、详细的 FDTD 程序框架,在阅读本书以后能具备使用 FDTD 处理实际问题的能力。本书作者从事 FDTD 方法研究多年,特别是曾在美国宾西法尼亚州州立大学电磁计算实验室做访问学者,与 GEMS 研发小组共同探讨和研究,并将最新技术和本人多年科研成果融合进书中。本书具有以下特色:

1. 突出 FDTD 的差分公式的推导

FDTD 的差分公式的推导,以一种详尽的、完整的、易于理解的循序渐进方式给出。重点通过对一维方法的研究,使读者掌握 FDTD 算法的基本原理和计算方法,并通过一维的 Matlab 程序,加深对概念的理解。二维方法是在一维程序基础上的扩展,并引入了完美吸收边界,可以模拟电磁波在二维自由空间中传播特性,程序更加完整。而对于三维 FDTD 仿真和二维仿真处理方法都是一样的,仅仅是求解的方程更为复杂。

2. Matlab 程序计算

所有的程序都是由 Matlab 编写而成,并给出 Matlab 的程序的每一部分细节,在程序中加入了相应的中文注释,更加有利于程序的理解。FDTD 方法与具有的强大的数据处理和图形处理的 Matlab 相结合,可以快速地编出高效高质量的程序,并将算法迅速程序化,可获得很好的数据处理结果,使研究者可以集中精力在 FDTD 方法和研究对象本身上,而只需花费少量的时间在程序的实现上。

3. 程序模块化

结合 Atef Elsherbeni 构建 Matlab 三维程序框架,将程序按其功能分成若干模块,使程序结构清晰,编程易读,操作方便,也简化了程序的调试过程。并在程序前加入注释,来说明该

子程序实现的功能和用法。

4. 简化边界条件

本书采用的吸收边界条件(PML)为非分裂吸收边界,这种吸收边界通过在 FDTD 区域截断边界处设置一种特殊介质层,该层介质的波阻抗与相邻介质波阻抗完全匹配,因而入射波将无反射地穿过分界面而进入 PML 层;同时 PML 层为有耗介质,进入 PML 层的透射波将迅速衰减。它的优越性表现在:①通过引入电通量密度和磁通量密度,不必对麦克斯韦方程进行修改,这样允许构造任意材料的结构关系,具有广泛的适用性;②不需要在吸收边界层进行特殊处理,在 PML 层只需设置变换系数,从而实现计算空间到 PML 空间是无缝转换,使程序简单高效。

5. 突出前沿应用

本书建立了左手介质电磁参数模型,就电磁波穿过左手介质的传播特性进行了理论分析,并对传播过程进行了数值模拟,验证了左手介质的负折射效应和汇聚效应。我们所建立的模型不但满足介电常数与磁导率双负,而且具有色散特性,通过引入电通量密度和磁通量密度,简化了麦克斯韦方程的形式,并充分验证了非分裂时域有限差分方法分析左手介质的有效性。

6. 简化色散媒质推导

对于色散媒质的处理,如直接采用傅里叶反变换法作时域转换,媒质函数变得异常复杂,计算、离散和编程都将非常困难和繁琐。本文通过引入 Z 变换,解决了 FDTD 法在色散媒质中的电磁计算问题,使问题变得简捷而方便。

7. 加入馈电结构

对馈电结构进行改进,得到了集总参数元件电路更新方程,更新了非分裂 FDTD 集总馈电网络。

本书共分为 8 章。第 1 章介绍 FDTD 的基本概念和应用前景。第 2 章主要介绍一维电磁仿真,并介绍了几种特殊材料的建模与仿真方法,包括当前热门研究内容,如色散媒质、等离子体和左手介质。第 3 章主要介绍二维电磁仿真,引入了非分裂吸收边界和平面波的设置。第 4 章主要介绍三维电磁仿真,并利用平面波激励源设置微带线激励。第 5 章给出 FDTD 方法常用的激励源的建模与设置。第 6 章对所建立的非分裂三维 FDTD 程序进行模块化设计。第 7 章主要讨论构造集总参数元件的 FDTD 更新方程,并对集总元件进行定义和初始化。第 8 章主要对低通滤波器和微带贴片天线进行建模,并对其 S 参数进行求解。

本书编写分工如下:孟繁义编写第 1 章,杨国辉编写第 2 章,张狂编写第 5 章,傅佳辉编写第 3、4、6、7、8 章及程序索引、附录。吴群教授主审了本书,并提出了宝贵建议。

由于作者水平有限,书中难免存在疏漏和不足之处,希望广大读者批评指正。

傅佳辉

2013 年 3 月 1 日于哈尔滨

目　录

CONTENTS

第 1 章 绪 论

1.1 麦克斯韦方程回顾

1845 年,关于电磁现象的三个最基本的实验定律:库仑定律(1785 年)、安培 - 毕奥 - 萨伐尔定律(1820 年)、法拉第定律(1831 ~ 1845 年)已被总结出来,法拉第的电力线和磁力线概念已发展成电磁场概念。场概念的产生是当时物理学中一个伟大的创举,因为正是场概念的出现,使当时许多物理学家得以从牛顿超距观念的束缚中摆脱出来,普遍地接受了电磁作用和引力作用都是近距作用的思想。1855 ~ 1865 年,麦克斯韦在全面地审视了库仑定律、安培 - 毕奥 - 萨伐尔定律和法拉第定律的基础上,把数学分析方法带进了电磁学的研究领域,由此导致麦克斯韦电磁理论诞生。麦克斯韦方程的积分形式为

$$\oint \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1.1}$$

$$\oint \boldsymbol{H}\mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \boldsymbol{D}\mathrm{d}\boldsymbol{S} + \int_S \boldsymbol{J}\mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1.2}$$

$$\oint \boldsymbol{D}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_V \rho \mathrm{d}V \tag{1.3}$$

$$\oint \boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0 \tag{1.4}$$

式中 $\boldsymbol{E}$—— 电场强度,V/m;
$\boldsymbol{D}$—— 电通密度,C/m^2;
$\boldsymbol{H}$—— 磁场强度,A/m;
$\boldsymbol{B}$—— 磁通密度,Wb/m^2;
$\boldsymbol{J}$—— 电流密度,A/m^2;
ρ—— 电荷密度,C/m^3。

1873 年前后,麦克斯韦提出了表述电磁场普遍规律的四个方程。其中:方程(1.1) 描述了电场的性质。在一般情况下,电场可以是库仑电场,也可以是变化磁场激发的感应电场,而感应电场是涡旋场,它的电位移线是闭合的,对封闭曲面的通量无贡献。方程(1.2) 描述了磁场的性质。磁场可以由传导电流激发,也可以由变化电场的位移电流激发,它们的磁场都是涡旋场,磁感应线都是闭合线,对封闭曲面的通量无贡献。方程(1.1) 描述了变化的磁场激发电场的规律。方程(1.2) 描述了变化的电场激发磁场的规律。

积分形式的麦克斯韦方程组既适用于场及源在空间为连续函数的场合,也适用于场及

源在空间为不连续函数的场合。当场及源在空间为连续函数时，可以化为微分形式的麦克斯韦方程组，即

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{1.5}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J} \tag{1.6}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho \tag{1.7}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = \rho \tag{1.8}$$

方程(1.5)为电场的旋度方程，来源于法拉第电磁感应定律(1.1)。方程(1.6)为磁场的旋度方程，来源于安培环路定律及麦克斯韦的位移电流假说(1.2)。方程(1.7)为电场的散度方程，来源于电场的高斯定律(1.3)。方程(1.8)为磁场的散度方程，来源于磁通连续定律(1.4)，其基础是不存在或迄今未发现单独存在的磁荷(或称单极子)。这个方程组能够决定由电荷和电流所激发的电磁场的运动规律。它与洛伦兹力公式

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \tag{1.9}$$

一起构成了经典电磁场理论的基础。

这里有两点特别需要注意：一是在不同的惯性参照系中，麦克斯韦方程有同样的形式；二是应用麦克斯韦方程组解决实际问题，还要考虑介质对电磁场的影响。例如，在各向同性介质中，电磁场量与介质特性量有下列本构关系：

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} \tag{1.10}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{1.11}$$

式中　ε 和 μ—— 媒质的介电常数和磁导率。

对于普通的一般媒质而言，本构关系为

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} \tag{1.12}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H} + \mu_0 \boldsymbol{M} \tag{1.13}$$

式中　ε_0 和 μ_0—— 真空的介电常数和磁导率；

$\boldsymbol{P}$ 和 $\boldsymbol{M}$—— 媒质的极化强度矢量和磁化强度矢量。

另外，在非均匀介质中，还要考虑电磁场量在界面上的边值关系。

$$\boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{E}_2 - \boldsymbol{E}_1) = \boldsymbol{0} \tag{1.14}$$

$$\boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{H}_2 - \boldsymbol{H}_1) = \boldsymbol{J}_s \tag{1.15}$$

$$\boldsymbol{n} \cdot (\boldsymbol{D}_2 - \boldsymbol{D}_1) = \rho_s \tag{1.16}$$

$$\boldsymbol{n} \cdot (\boldsymbol{B}_2 - \boldsymbol{B}_1) = 0 \tag{1.17}$$

式中　$\boldsymbol{n}$—— 媒质 1 指向媒质 2 的分界面上的单位法向矢量；

$\boldsymbol{J}_s$ 和 ρ_s—— 分界面上传导面电流密度和自由电荷密度。

麦克斯韦方程组具有自洽性和完备性。所谓自洽性，就是要求从不同角度出发导出的四个方程彼此之间不相互矛盾。所谓完备性，就是在给定电荷电流分布的条件下，如果初始条件和边界条件都已经确定，那么电磁场的运动状态能够由麦克斯韦方程组唯一确定下来，这个结论称为解的唯一性定理。

1.2 时域有限差分法概述

1.2.1 常用数值计算方法比较

麦克斯韦方程奠定了理论电磁学的基础。如今,电磁场理论研究已深入到各个领域,应用十分广泛,其中包括无线电波传播、光纤通信和移动通信、雷达技术、微波、天线、电磁成像、地下电磁探测、电磁兼容等,大大促进了科学技术的发展和人类生活翻天覆地的变化。在发展初期,电磁场理论研究的重点主要是求解麦克斯韦方程的解析解,因为解析解的效率高,计算速度快。但是能够完全用解析方法求解的问题相当有限,于是又发展了一些近似方法及数值方法以满足科学技术中亟待解决的电磁场问题的需要。尤其是随着计算机技术的飞速发展,在电磁场与微波技术学科,以电磁理论为基础,以高性能计算机技术为手段,利用计算数学提供的各种方法,诞生了一门解决复杂电磁场理论与微波工程问题的新兴学科 —— 计算电磁学。计算电磁学可以看作数学方法、电磁场理论和计算机技术结合的产物,随着计算电磁学的发展,之前很多不能解决的复杂的电磁场问题都获得了满意精度的数值解。

计算电磁学的研究与发展可以分为电磁场分析(正问题)、逆问题求解(含优化设计问题)和电磁场工程三个部分,它们相互衔接,又相互融合、相互促进。近几年来,电磁场工程在以电磁能量或信息的传输、转换过程为核心的强电与弱电领域中显示了重要作用。电磁场工程面对的是复杂的大系统工程问题,其中常包含电磁场及相关物理场在内的瞬态耦合问题、优化设计问题和逆问题,通常还含有非线性;随着信息高速公路建设的需要发展起来的超高速集成电路,需要进行互连封装结构的电磁特性分析与设计;在微波、毫米波单片集成电路的研制中,三维微波集成电路的出现,也对电磁特性仿真提出了新的要求。这些实际工程出现的需要解决的问题以及高性能的计算机等硬件设备为计算电磁学的发展提供了强大的动力,进一步说明了它具有勃勃生机。

电磁学问题的数值求解方法可分为时域和频域两大类。频域技术主要有矩量法、有限元、有限差分方法等,频域技术发展比较早,也比较成熟。时域法主要有时域差分法、时域有限积分法和时域有限元法。时域法的引入是基于计算效率的考虑,某些问题在时域中讨论计算量较小。例如,求解目标对冲激脉冲的早期响应时,频域法必须在很大的带宽内进行多次抽样计算,然后作傅里叶反变换才能求得解答,计算精度受到抽样点的影响,若有非线性部分随时间变化,采用时域法更加直接。从数值计算求解方程的形式看,可以分为积分方程法(IE)和微分方程法(DE)。IE和DE相比有如下特点:IE法的求解区域维数比DE法少一维,误差限于求解区域的边界,故精度高;IE法适合求无限域问题,DE法此时会遇到网格截断问题;IE法产生的矩阵是满的,阶数小,DE法所产生的是稀疏矩阵,但阶数大;IE法难以处理非均匀、非线性和时变媒质问题,DE法可直接用于这类问题。

下面简单介绍一些典型的电磁学数值计算方法。

1. 有限元法

有限元法是一种高效能、常用的计算方法。有限元法是以变分原理为基础发展起来的,所以它广泛地应用于以拉普拉斯方程和泊松方程所描述的各类物理场中(这类场与泛函的

极值问题有着紧密的联系)。自 1969 年以来,人们在流体力学中应用加权余数法中的迦辽金法或最小二乘法等同样获得了有限元方程,因而有限元法可应用于以任何微分方程所描述的各类物理场中,而不再要求这类物理场和泛函的极值问题有所联系。有限元法的基本原理是将连续的求解域离散为一组单元的组合体,用在每个单元内假设的近似函数来分片地表示求解域上待求的未知场函数,近似函数通常由未知场函数及其导数在单元各节点的数值插值函数来表达,从而使一个连续的无限自由度问题变成离散的有限自由度问题。有限元法把连续体离散成有限个单元:杆系结构的单元是每一个杆件;连续体的单元是各种形状(如三角形、四边形、六面体等)的单元体。每个单元的场函数是只包含有限个待定节点参量的简单场函数,这些单元场函数的集合就能近似代表整个连续体的场函数。根据能量方程或加权残量方程可建立有限个待定参量的代数方程组,求解此离散方程组就得到有限元法的数值解。有限元法已被用于求解线性和非线性问题,并建立了各种有限元模型,如协调、不协调、混合、杂交、拟协调元等。有限元法十分有效,通用性强,应用广泛,已有许多大型或专用程序系统供工程设计使用。有限元法最早可上溯到20世纪40年代。Courant 第一次应用定义在三角区域上的分片连续函数和最小位能原理来求解 St. Venant 扭转问题。现代有限单元法的第一个成功的尝试是在 1956 年,Turner、Clough 等人在分析飞机结构时,将钢架位移法推广应用于弹性力学平面问题,给出了用三角形单元求得平面应力问题的正确答案。1960 年,Clough 进一步处理了平面弹性问题,并第一次提出了有限单元法,使人们认识到它的功效。

2. 矩量法

1963 年,K. K. Mei 在其博士论文中提出这种方法。R. F. Harrington 于 1968 年在其专著《计算电磁场的矩量法》中对其原理及过程进行了详尽的介绍。它所做的工作是将积分方程化为差分方程,或将积分方程中积分化为有限求和,从而建立代数方程组,故它的主要工作是用计算机求解代数方程组。所以,在矩量法求解代数方程组的过程中,矩阵规模的大小涉及占用内存的多少,在很大程度上影响了计算的速度。如何尽可能地减少矩阵存储量,成为加速矩量法计算的关键。很多电磁场问题的分析都可以归结为一个算子方程。在通常情况下,这个方程是二维或三维的矢量方程,一般很难得到它的解析解,只能通过数值方法进行预估。矩量法就是先将需要求解的微分方程或积分方程写成带有微分或积分算符的算子方程,再将待求函数表示为某一组选用的基函数的线性组合并代入算子方程,最后用一组选定的权函数对所得的方程取矩量,就得到一个代数方程组,最后利用计算机求解此代数方程组。

3. 时域有限差分法

上述以电磁场问题的积分方程为基础的矩量法,基于变分原理的有限元法都属于频域方法。自从计算电磁学作为一门学科问世以来,频域方法一直占据主导地位。但是,随着研究的深入,人们面对的问题越来越复杂,而且分析对象的复杂性不仅表现在外形上,还可能包括多种材料成分和许多精细的孔、缝、腔等结构。对于这些问题,频域的方法往往显得笨拙,计算效率很低,有时甚至无能为力。频域技术的局限性和复杂性构成了当代工程电磁学的一大矛盾,这一矛盾和技术不断的进步推动了时域技术的发展和应用。以计算机硬件技术的发展为契机,人们逐步具有直接在时域对具有宽频带特性的瞬变电磁场计算分析的能

力,从而实现了对物理量和物理现象更深刻、更直观的理解。时域数值技术的一个突出优点是可以给出关于问题空间的丰富的时域信息,而且经过简单的时频变换,即可得到宽频带范围的频域信息,相对频域方法显著地节约了计算量。其中时域有限差分方法(Finite-Difference Time-Domain Method,FDTD)由于其简单直观、容易掌握的特点而被广泛应用。它从麦克斯韦方程出发,不需任何导出方程,避免使用更多的数学工具,成为所有电磁场计算方法中最简单的一种,计算机仿真时再现电磁现象的物理过程,非常直观。FDTD是1966年由Yee提出的一种电磁场时域计算方法,它以差分原理为基础,直接求解依赖时间变量的麦克斯韦旋度方程,利用中心差分近似把旋度方程中的微分算符直接转换为差分形式,并且在一定体积内和一段时间上对连续电磁场的数据取样压缩。电场和磁场分量在空间被交叉放置,这样保证在介质边界处切向场分量的连续条件自然得到满足。在笛卡儿坐标系电场和磁场分量在网格单元中的位置是每一磁场分量由四个电场分量包围着,每一个电场分量由四个磁场分量包围。这种电磁场的空间放置方法符合法拉第定律和安培定律的自然几何结构。因此,FDTD算法是计算机在数据存储空间中对连续的实际电磁波的传播过程在时间进程上进行数字模拟。同时,在每一个网格点上各电磁场分量的新值均仅依赖于该点在同一时间步的值及在该点周围邻近点其他场前半个时间步的值,这与电磁场的感应原理相吻合。

1.2.2　FDTD算法的不同形式

近几年来,FDTD算法的发展主要集中于算法的改进以及应用领域的扩展。由于是在网格空间中对差分方程进行时域迭代,算法存在数值稳定性和数值色散问题。实践中,数值色散问题是不可避免的,虽然可以通过减小离散网格和时间步长来减小对计算精度的影响,但这种改善方法很有限,而且空间和时间步长的减小会增加计算存储空间和计算时间。使用高阶迭代法在一定程度上可以有效提高计算精度,但建模方式却往往很复杂。如何进一步提高FDTD法的计算精度与效率,拓宽FDTD法的应用范围,是FDTD计算电磁学领域的研究热点之一。最近,人们相继提出了加快FDTD计算速度的新方法,其中包括伪谱时域法(PSTD)、时域多分辨分析法(MRTD)、无条件稳定隐式时域有限差分法(ADI-FDTD)、泰勒级数展开法(Taylor-FDTD)、非标准差分法(NS-FDTD)以及并行FDTD技术,它们都适合于电大尺寸散射计算。下面分别介绍这几种算法的特点。

1. PSTD方法

PSTD方法只对麦克斯韦微分方程中的时间微商进行中心差分,而对空间微商则利用快速傅里叶变换进行计算。由于快速傅里叶变换理论上具有无限阶精度,在满足奈奎斯特采样定理的情况下,空间离散单位波长仅需两个网格。PSTD法主要用于求解电大尺寸电磁问题,对于小于半个波长的电小尺寸或缝隙问题并不擅长。

2. MRTD方法

与传统FDTD算法相比,MRTD具有较好的色散特性,极大地减少了计算网格。然而,在对网格空间中任一点的电磁场进行迭代时,MRTD算法所需周围场分量的个数都要多于传统FDTD,并且模型的建立,特别是吸收边界的建立十分复杂。

3. ADI-FDTD 方法

1999 年,Namiki 等人将交替方向隐式(ADI) 技术应用于FDTD算法,将原来传统的一个时间步分成了两个分时间步,分别采用前向和后向差分。这两个分时间步的误差互相弥补,保证了与传统 FDTD 相同的计算精度。同时,由于算法突破了稳定条件限制,可选取较大的时间步长,在很大程度上节约了计算时间。其面临的问题是,内存需求增大,模型的构建也相对复杂,如果要建立适合于地下目标计算的散射场模型,则更为复杂。

4. Taylor-FDTD 方法

Taylor-FDTD 方法以 Taylor 中心有限差分格式(TCFD) 为基础,利用 Taylor 级数展开定理构造的差分格式。通过在近似格式中引入更多的离散函数值还能得到任意高阶的差分近似格式,一些研究者利用线性代数的知识已经得到了高阶 Taylor 格式的一般表达式,从而使计算近似格式的展开系数变得简单。傅里叶分析表明,高阶 TCFD 的计算精度和计算谱域比低阶 TCFD 要好。这意味着可以通过使用高阶格式来改善计算精度和计算谱域,但是所付出的代价是造成计算量和存储量的增加,同时降低灵活性。由于具有对称性,这种 TCFD 只引入数值色散而不会引入数值耗散。例如,在时间偏微分算子的近似上,最常见的“蛙跳”格式就是二阶 TCFD;在空间偏微分算子的近似上,除了采用常见的二阶和四阶格式对空间偏微分算子的近似外,还可以采用高阶格式。

5. NS-FDTD 方法

该方法以非标准差分为基础,用于改善传统 FDTD 算法中的相位误差。NS-FDTD 方法与一个用于相位误差补偿的修正函数相结合,使在传播方向上的相位误差均匀化。需要指出的是,NS-FDTD 方法仅仅针对某一个频率足够精确,因此只适用于求解窄带问题。

6. 并行 FDTD 技术

并行 FDTD 技术基于传统 FDTD 原理,在无需改变物理模型的前提下,通过区域划分以及外部函数的调用,利用高性能并行计算机平台进行计算,是当前 FDTD 计算电磁学发展的一大主流研究方向。并行方法的使用,保持了传统 FDTD 算法建模简单、通用性强的优点,因此,虽然并行 FDTD 技术的计算能力受计算机硬件平台的限制,但却是提高数值模型计算性能的根本途径。

1.3 时域有限差分法的三要素

1.3.1 差分格式

FDTD 算法本身就是基于 Maxwell 方程组的一种差分求解技术。在研究 FDTD 之前,首先要清楚差分算法的基本概念和原理。假设一个对于时间和空间上的分段连续函数,将其改为差分的形式可以用公式表示为

$$F^n(i,j,k) = F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) \tag{1.18}$$

其中,参数 Δx, Δy, Δz 和 Δt 表示 x, y, z 和时间 t 轴的差分离散网格大小。为了求解这个函数,其空间和时间上的差商可以表示为

$$\frac{\Delta F^n(i,j,k,n)}{\Delta x}=\frac{F^n(i+1,j,k,n)-F^n(i,j,k,n)}{\Delta x} \tag{1.19}$$

$$\frac{\Delta F^n(i,j,k,n)}{\Delta t}=\frac{F^{n+1/2}(i,j,k,n+1)-F^{n-1/2}(i,j,k,n)}{\Delta t} \tag{1.20}$$

当 Δx 或者 Δt 趋于 0 时，函数导数的定义就是函数差商的极限，即

$$[F^n(i,j,k,n)]'=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta F^n(i,j,k,n)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{F^n(i+1,j,k,n)-F^n(i,j,k,n)}{\Delta x} \tag{1.21}$$

差分的方式可以分为前向差分、后向差分和中心差分。前向差分的定义为

$$\left.\frac{\Delta F^n(i,j,k,n)}{\Delta x}\right|_x=\frac{F^n(i+1,j,k,n)-F^n(i,j,k,n)}{\Delta x} \tag{1.22}$$

后向差分的定义为

$$\left.\frac{\Delta F^n(i,j,k,n)}{\Delta x}\right|_x=\frac{F^n(i,j,k,n)-F^n(i-1,j,k,n)}{\Delta x} \tag{1.23}$$

中心差分的定义为

$$\left.\frac{\Delta F^n(i,j,k,n)}{\Delta x}\right|_x=\frac{F^n(i+1/2,j,k,n)-F^n(i-1/2,j,k,n)}{\Delta x} \tag{1.24}$$

将函数方程在 x 点作泰勒级数展开忽略三次项，中心差分的方式具有二阶精度，前向差分和后向差分都只有一阶精度，并且前向差分计算的稳定性不好，而一般来说，后向差分是无条件稳定的。

FDTD 的主体思想是直接将麦克斯韦方程组包含的两个旋度方程，利用中心差分离散化的处理方式得到一组显示电磁场递推计算方程组。中心差分离散化后可以保证电磁场的计算数据在满足 Courant 稳定性条件时可以达到二阶精度和计算数值的稳定性。计算的过程仅仅是电磁场值与周围场值数据的交换就可以进行正常的 FDTD 算法递推过程，这使得 FDTD 算法本身具有一个重要的特性，就是容易和并行计算技术融合。

由麦克斯韦方程中的两个旋度方程(1.5) 和(1.6) 可以得到如下的偏微分方程组

$$\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}=\varepsilon\frac{\partial E_x}{\partial t}+\sigma E_x \tag{1.25}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial x}=\varepsilon\frac{\partial E_y}{\partial t}+\sigma E_y \tag{1.26}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}=\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial t}+\sigma E_z \tag{1.27}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}=-\mu\frac{\partial H_x}{\partial t}-\sigma_m H_x \tag{1.28}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x}=-\mu\frac{\partial H_y}{\partial t}-\sigma_m H_y \tag{1.29}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}=-\mu\frac{\partial H_z}{\partial t}-\sigma_m H_z \tag{1.30}$$

式中，σ_m 是考虑到磁单极子存在的可能性而引入的磁导率，同时引入的还有磁流密度 J_m，磁流密度与导磁率之间存在本构关系，即 $J_m=\sigma_m H$。

对于图 1.1 所示的 Yee 胞元内的电场和磁场节点的空间位置，用中心差分近似方法对