

高中數學新探索

(必修部分)

編著 管俊傑 張美華 莊書榮 蔡銘哲

包括：

- 精簡的複習筆記
- 簡單例題及其解題步驟
- 計算機程式

學生手冊

4

高中數學新探索

(必修部分)

編著 管俊傑 張美華 莊書榮 蔡銘哲

包括：

- 精簡的複習筆記
- 簡單例題及其解題步驟
- 計算機程式

香港教育圖書公司

新高中適用

學生手冊

- 編 著 管俊傑 張美華 莊書榮 蔡銘哲
出 版 者 香港教育圖書公司
〔商務印書館（香港）有限公司全資附屬機構〕
香港筲箕灣耀興道3號東匯廣場8樓
電話：2565 1371
網址：<http://www.hkep.com>
印 刷 者 中華商務彩色印刷有限公司
新界大埔汀麗路36號中華商務印刷大廈14字樓
發 行 者 香港聯合書刊物流有限公司
新界大埔汀麗路36號中華商務印刷大廈3字樓
電話：2150 2100

2009年初版

2010年重印

© 2009 2010 香港教育圖書公司

ISBN 978-988-200-916-5

版權所有，如未經本公司書面批准，不得以任何方式，在世界任何地區，以中文或任何文字翻印、仿製或轉載本書圖版和文字之一部分或全部。

- 學校查詢 香港教育圖書公司市場部
電話：2887 8018
電郵：sales@hkep.com
網址：<http://www.hkep.com>

目錄

第一階段

第 1 章	實數及複數	1
第 2 章	一元二次方程.....	8
第 3 章	函數及其圖像 (1)	22
第 4 章	函數及其圖像 (2)	34
第 5 章	指數及對數函數	48

第二階段

第 6 章	直線方程.....	65
第 7 章	圓的基本性質 (1)	74
第 8 章	圓的基本性質 (2)	87
第 9 章	數學的進一步應用 (1)	97

附錄

計算機程式.....	110
------------	-----

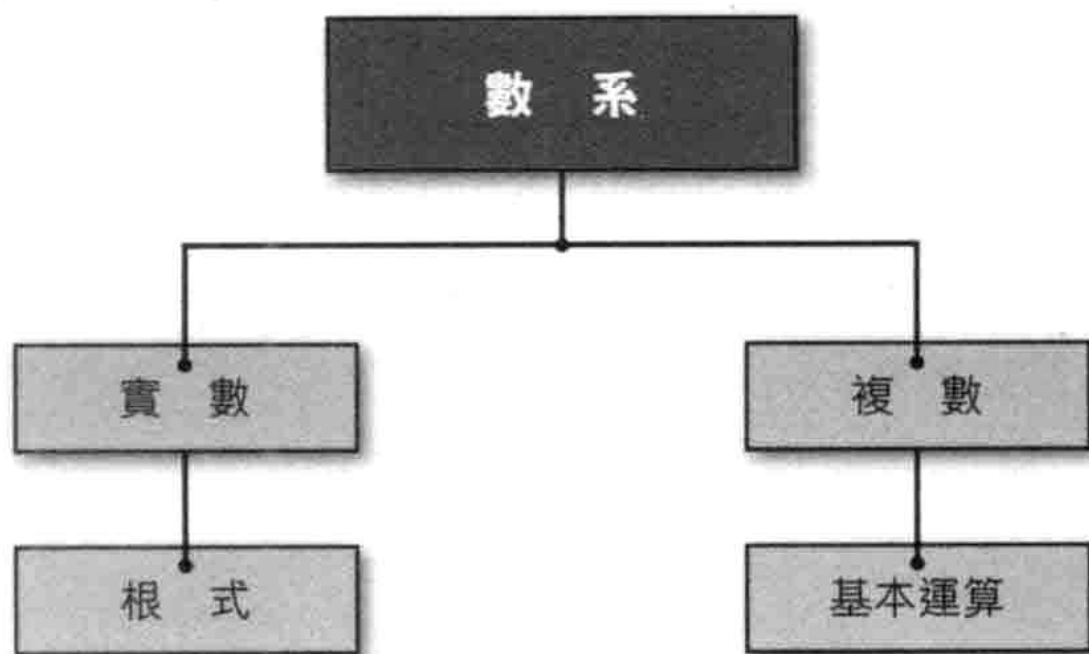
第 1 章

實數及複數



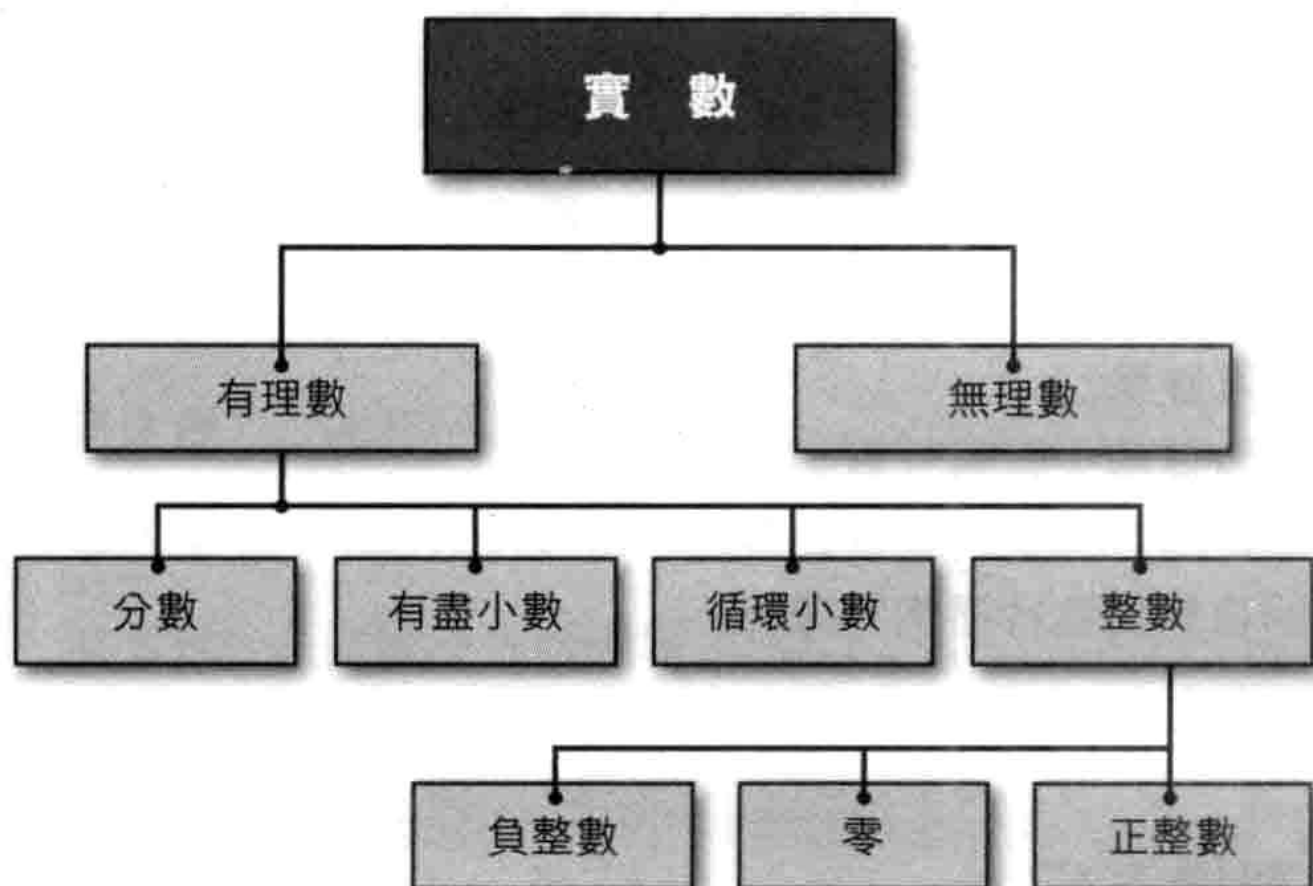
- 理解數系
- 學習循環小數與分數間的互化
- 學習進行根式的運算及有理化
- 明白如何進行複數的運算

知識表解



A 實數系

(參閱第 4 冊第 1 章，頁 2-10。)



1. 某數可以寫成 $\frac{p}{q}$ 的形式 (其中 p 及 q 均為整數且 $q \neq 0$)，則該數便是有理數。否則，該數便是無理數。

2. 所有循環小數均是有理數。

非基礎部分

3. 對於任意正實數 a 及 b ，

$$(a) \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

$$(b) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

例 1

以最簡分數表示 $0.\dot{2}\dot{5}$ 。

解：



第一步

設 n 為該小數，然後把 n 乘以 100。

設 $n = 0.\dot{2}\dot{5}$ 。

$$n = 0.252525 \dots \quad \dots (1)$$

$$100n = 25.252525 \dots \quad \dots (2)$$

 第二步

從 (2) 減去 (1)，然後以分數表示 n 。

$$(2) - (1): 100n - n = 25$$

$$99n = 25$$

$$n = \frac{25}{99}$$

$$\therefore 0.\dot{2}\dot{5} = \frac{25}{\underline{\underline{99}}}$$

非基礎部分

例 2

簡化 $\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{24}$ 。

解：

 第一步

把分母有理化，然後簡化根式。

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{24} &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{3} - 2\sqrt{6}\end{aligned}$$



第二步

簡化以上數式，並以最簡形式表示答案。

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{6\sqrt{6}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{6} - 6\sqrt{6}}{3} \\ &= -\frac{5\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

非基礎部分

B 複數系

(參閱第4冊第1章，頁12–16。)

1. 複數系中包含了一個以 i 表示的虛數單位，使得 $i^2 = -1$ 。
2. 複數的標準式為 $a + bi$ ，其中 a 及 b 均為實數。

例 3

簡化 $\frac{4+i}{2-3i}$ 。

解：



第一步

從分母中移除 i 。

$$\begin{aligned}\frac{4+i}{2-3i} &= \frac{4+i}{2-3i} \times \frac{2+3i}{2+3i} \\ &= \frac{(4+i)(2+3i)}{4-9i^2} \\ &= \frac{8+14i+3i^2}{4+9}\end{aligned}$$



第二步

答案以標準式表示。

$$\begin{aligned}&= \frac{5+14i}{13} \\ &= \underline{\underline{\frac{5}{13} + \frac{14}{13}i}}\end{aligned}$$



重點提示

- 在一般情況下， $\sqrt{a \pm b} \neq \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$
- 當簡化分母為根式的數式時，我們應先把分母有理化。
- 我們應以標準式表示複數。

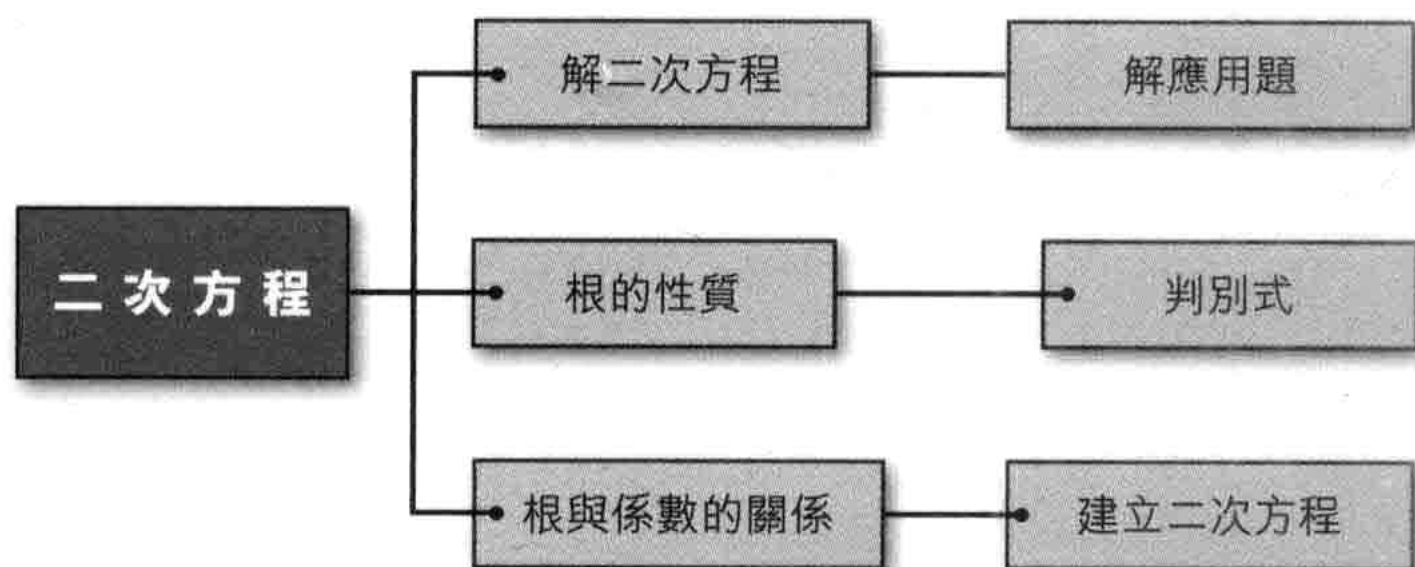
第 2 章

一元二次方程

 學習重點

- 利用不同方法解二次方程
- 理解判別式及懂得用來判別二次方程的根的性質
- 解涉及二次方程的應用題
- 理解根與係數的關係及以此關係建立二次方程

知識表解



二次方程的一般式為 $ax^2 + bx + c = 0$ ，其中 a 、 b 及 c 為實數且 $a \neq 0$ 。

A 解二次方程的方法

(參閱第 4 冊第 2 章，頁 30–31。)

方法一 取平方根法

若 $(x + q)^2 = p$ ，則 $x = -q \pm \sqrt{p}$ 。

例 1

解 $(x - 2)^2 = 36$ 。

解：



第一步

兩邊取平方根。

$$(x - 2)^2 = 36$$

$$x - 2 = \pm 6$$



第二步

方程的根為 $-q \pm \sqrt{p}$ 。

$$x = 2 \pm 6$$

$$= \underline{\underline{-4 \text{ 或 } 8}}$$

(參閱第 4 冊第 2 章，頁 31-34。)

方法二 因式法若 $(px + q)(rx + s) = 0$ ，則

$$px + q = 0 \text{ 或 } rx + s = 0$$

$$x = -\frac{q}{p} \text{ 或 } -\frac{s}{r}$$

例 2解二次方程 $(3x + 2)(2x - 1) = 6x + 2$ 。**解：****第一步**簡化以上數式，並把它排列成 $ax^2 + bx + c = 0$ 的形式。

$$(3x + 2)(2x - 1) = 6x + 2$$

$$6x^2 - 3x + 4x - 2 = 6x + 2$$

$$6x^2 + x - 2 = 6x + 2$$

$$6x^2 - 5x - 4 = 0$$

**第二步**

把二次方程因式分解成 $(px + q)(rx + s) = 0$ 的形式。

$$(3x - 4)(2x + 1) = 0$$

**第三步**

方程的根為 $-\frac{q}{p}$ 及 $-\frac{s}{r}$ 。

$$x = \underline{\underline{-\frac{1}{2} \text{ 或 } \frac{4}{3}}}$$

(參閱第 4 冊第 2 章，頁 35 - 38。)

方法三 配方法

對於二次式 $x^2 \pm kx$ ，我們可加上 $\left(\frac{k}{2}\right)^2$ 項，使得

該數式變成完全平方 $\left(x \pm \frac{k}{2}\right)^2$ ，即，

$$x^2 \pm kx + \left(\frac{k}{2}\right)^2 = \left(x \pm \frac{k}{2}\right)^2。$$

例 3

解二次方程 $x^2 + 3x - 10 = 0$ 。

解：



第一步

把常數項移去右方。

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$x^2 + 3x = 10$$



第二步

方程兩邊同時加上 $\left(\frac{k}{2}\right)^2$ 項。

$$x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 10 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$



第三步

組成一完全平方。

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$$

**第四步**

利用取平方根法解二次方程。

$$x + \frac{3}{2} = \pm \frac{7}{2}$$

$$x = -\frac{3}{2} \pm \frac{7}{2}$$

$$x = \underline{\underline{-5 \text{ 或 } 2}}$$

(參閱第4冊第2章，頁38–42。)

方法四 二次公式

若 $ax^2 + bx + c = 0$ ，其中 $a \neq 0$ ，則

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}。$$

例 4

利用二次公式解二次方程 $x(2x - 3) = 4$ 。(答案須準確至兩位小數。)

解：

**第一步**

簡化以上方程，並把它以 $ax^2 + bx + c = 0$ 的形式表示。