高等学校土木工程学科专业指导委员会规划教材
配套用书

理论力学学习指导

温建明　韦　林　编

中国建筑工业出版社

高等学校土木工程学科专业指导委员会
规划教材配套用书

理论力学学习指导

温建明　韦　林　编

中国建筑工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

理论力学学习指导/温建明，韦林编．—北京：中国建筑工业出版社，2012.12

(高等学校土木工程学科专业指导委员会规划教材配套用书)

ISBN 978-7-112-14939-1

Ⅰ．①理… Ⅱ．①温…②韦… Ⅲ．①理论力学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ．①O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 284833 号

本书是普通高等教育土建学科专业“十二五”规划教材高等学校土木工程学科专业指导委员会规划教材《理论力学》的配套学习指导书，根据理论力学的三大内容：静力学、运动学和动力学，总结归纳各知识点所需掌握的概念、定理和公式，并通过一定量的例题加以巩固。同时将原教材的阶段测验进行详细解答。本书旨在指导学生更好地掌握理论力学的知识点，提高学生利用所学知识解决问题的能力。书中通过典型例题，阐述解题的正确思路、分析方法和计算方法，再通过例题中的相关讨论，达到举一反三和开拓思路的目的。所列习题类型多样，覆盖各部分的知识点，可使读者得到全面系统的复习与提高。

本书可作为高等学校土木工程专业(含建筑工程、道路与桥梁工程、地下工程、铁道工程等方向)的理论力学的学习指导书，同时可供工程技术人员学习参考。

*　　*　　*

责任编辑：王　跃　吉万旺

责任设计：陈　旭

责任校对：王誉欣　赵　颖

高等学校土木工程学科专业指导委员会规划教材配套用书

理论力学学习指导

温建明　韦　林　编

*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

北京天成排版公司制版

廊坊市海涛印刷有限公司印刷

*

开本：787×1092 毫米　1/16　印张：10　字数：209 千字

2013 年 6 月第一版　　2013 年 6 月第一次印刷

定价：**22.00** 元

ISBN 978-7-112-14939-1

(23007)

前　　言

理论力学是现代工程技术的重要理论基础，它在工科院校中是一门重要的技术基础课程，是后续课程的基础。由于该课程的特殊性，学生在学习中通常认为该课程的教学内容很容易懂，但在习题求解过程中有时却往往无从下手，完成作业耗费的时间较多，因此理论力学被认为是一门较难学习的课程。为帮助学生解决这个困难，我们根据长期的教学经验编写了这本理论力学的教学指导书，希望通过一定例题的指导和讨论，使学生能够巩固和掌握课程中的知识点，并能够不断提高分析问题和解决问题的能力。

参加本学习指导书编写的有温建明(第 1～5 章)，韦林(第 6 章)，由温建明负责全书统稿。

本书的编写得到了同济大学基础力学教学研究部全体教师的支持，本书由韦林教授、王斌耀教授审阅，他们对本书内容提出了许多宝贵意见，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，书中错误在所难免，恳请读者指正。

目　录

1 静力学

1.1 理论知识点概要

静力学的研究对象是刚体，所谓刚体，就是指在外力的作用下不发生变形的物体。刚体静力学的主要任务：(1)力系的简化；(2)力系的平衡。

1.1.1 静力学基本知识

1. 力的概念

力是物体之间的相互作用，它不能脱离物体而存在；力对物体的作用效应完全决定于力的三要素——力的大小、方向和作用点。

2. 静力学公理

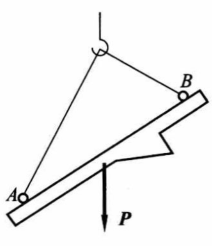
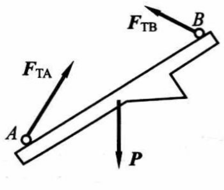
两力平衡公理、力的平行四边形公理、加减平衡力系公理、作用与反作用公理、力的可传性原理、三力平衡汇交定理是研究静力学的理论基础。在讨论物体受力分析、力系的简化和平衡等问题时要用到这些公理。

3. 约束和约束反力

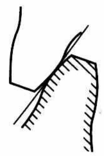
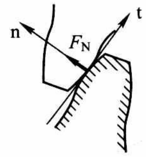
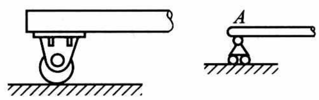
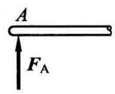
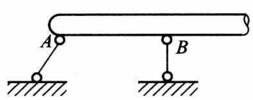
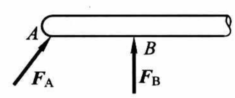
在静力学里，当力能主动地使刚体运动或使刚体有运动趋势时，这种力称为主动力。例如，刚体的重力、水压力、风力，等等，在工程上称为荷载。通常，主动力可以是已知的。

约束是阻碍物体运动的限制物，以阻碍刚体运动的被动力称为约束反力，简称约束力。约束力的方向总是与约束所能阻碍刚体运动的方向相反，其作用点就是约束与被约束物体之间的接触点。约束的基本类型和约束力如表 1-1～表 1-4 所示。

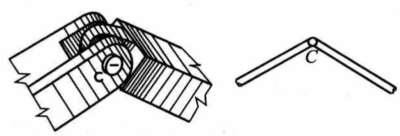
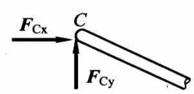
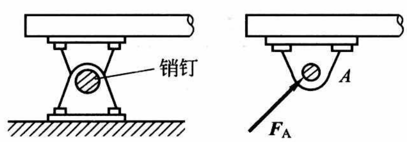
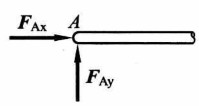
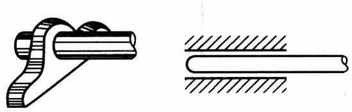
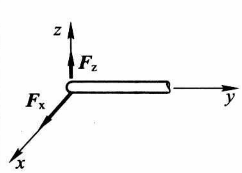
约束力的未知量只有一个的约束 **表 1-1**

约束类型	图例	受力图	说明
柔索约束			约束力沿着柔索的中心线且背离被约束物体

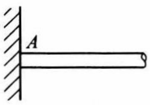
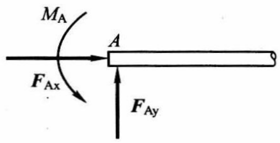
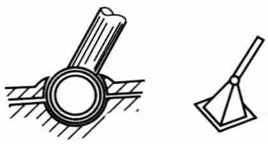
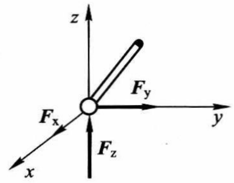
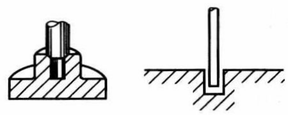
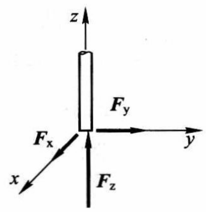
续表

约束类型	图例	受力图	说明
光滑接触面约束			约束力沿接触面的公法线并指向被约束物体
可动铰支座约束			约束力垂直于支承面，指向可假定
链杆约束			约束力沿着链杆中心线，指向可以假定

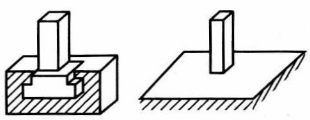
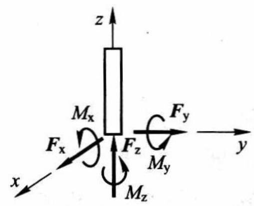
约束力的未知量有两个的约束 **表 1-2**

约束类型	图例	受力图	说明
铰链约束			约束力的大小和方向都随主动力而改变，表示为两个互相垂直的未知力，其指向可以假定
固定铰链支座			约束力的大小和方向都随主动力而改变，表示为两个互相垂直的未知力，其指向可以假定
径向轴承			约束力在与轴线垂直的平面内，表示为两个互相垂直的未知力，其指向可以假定

约束力的未知量有三个的约束 **表 1-3**

约束类型	图例	受力图	说明
平面固定端			约束力用两个相互正交的分力和一个约束力偶表示
球铰支座			约束力用三个相互正交的分力表示
止推轴承			约束力用三个相互正交的分力表示

约束力的未知量有六个的约束 **表 1-4**

约束类型	图例	受力图	说明
空间固定端			约束力用沿空间坐标轴的三个分力和三个约束分力偶表示

4. 受力图

受力图表示物体的受力情况，画受力图一般是解决力学问题的第一步。由于主动力通常是已知的，所以画受力图的关键在于正确分析约束反力，弄清它的作用位置和方向。在分析约束反力时，必须掌握各类约束的性质，注意作用力与反作用力公理。若作用力的方向一旦假定，则反作用力的方向与之相反。在以整体结构为研究对象时，仅画外部物体对研究对象的作用外力，不必画出成对的内力。

1.1.2 平面任意力系

1. 平面汇交力系的合成与平衡

求解汇交力合成与平衡问题各有两种方法：几何法和解析法。

(1) 几何法

合成：根据力多边形法则，合力的大小和方向由力多边形封闭边第一个分力的始端至最后一个力的末端决定，合力的作用是力系的汇交点。即：

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \cdots + \boldsymbol{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{F}_i$$

平衡条件：力多边形首尾相接，自行封闭。即：

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{F}_i = 0$$

(2) 解析法

平面的力在轴上的投影：设力 $\boldsymbol{F}$ 与坐标轴 x 正方向间的夹角为 α，则力的投影可表示为：

$$F_{\mathrm{x}} = F\cos\alpha$$

力的投影值与轴正方向一致为正值，反之为负值。

合成：根据合力在正交轴上的投影，可求得合力为：

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}} = F_{\mathrm{Rx}}\boldsymbol{i} + F_{\mathrm{Ry}}\boldsymbol{j} = \Sigma F_{i\mathrm{x}}\boldsymbol{i} + \Sigma F_{i\mathrm{y}}\boldsymbol{j}$$

平衡条件：各力在两个坐标轴上投影的代数和分别等于零，这是两个独立的平衡方程，可求解平面汇交力系内两个未知量。即：

$$\Sigma F_{i\mathrm{x}} = 0,\quad \Sigma F_{i\mathrm{y}} = 0$$

2. 平面力偶系的合成与平衡

(1) 力对点之矩：力对某点 O(或轴)的矩是力使物体绕该点(或轴)转动效应的度量，简称力矩。平面力矩取逆时针转向为正，顺时针转向为负，是一个代数量。设力 $\boldsymbol{F}$ 到平面内 O 点的距离为 h，则力 $\boldsymbol{F}$ 对 O 点的矩为：

$$M_{\mathrm{O}}(\boldsymbol{F}) = \pm F \cdot h$$

(2) 力偶和力偶矩：作用在同一物体上的两个等值、反向、不共线的平行力组成的力系称为力偶。力偶对物体只有转动效应，故力偶只能用力偶来平衡。力偶对物体的转动效应用力偶矩来度量。同样取逆时针转向为正，反之为负，是一个代数量。设力为 $\boldsymbol{F}$，力臂为 h，则力偶矩为

$$M = \pm F \cdot h$$

3. 力线平移定理

一个力平移时，必须附加一个力偶，其力偶矩等于原力对于新作用点的矩。力线平移定理是平面任意力系向一点简化的依据。

4. 平面任意力系的简化与平衡

在一般情形下，平面任意力系向任一点简化可得一个力和一个力偶：这个力作用在简化中心，它的矢量称为原力系的主矢，等于这力系中各力的矢量和，与简化中心的位置无关，这个力偶的力偶矩称为原力系对简化中心的主矩，它等于这力系中各力对简化中心之矩的代数和，一般与简化中心的位置有关。平面任意力系向任一点简化后，可能出现以下几种情形：

(1) 当 $F_{\mathrm{R}} \neq 0$，$M_{\mathrm{O}} = 0$，此时简化为作用在简化中心的一个力，这个力就是原力系的合力。

(2) 当 $F_R=0$，$M_O\neq0$，此时最后简化为一个力偶，在这种情形下，主矩与简化中心的位置无关。

(3) 当 $F_R\neq0$，$M_O\neq0$，最后也可简化为一个合力，其作用线的位置可直接使用力线平移定理的办法得出。

(4) 当 $F_R=0$，$M_O=0$，即该力系为平衡力系，平衡方程有三种形式：

(a) 基本形式：

$$\Sigma F_{ix}=0,\quad \Sigma F_{iy}=0,\quad \sum_{i=1}^{n}M_O(\boldsymbol{F}_i)=0$$

(b) 二力矩形式：

$$\Sigma F_{ix}=0,\quad \sum_{i=1}^{n}M_A(\boldsymbol{F}_i)=0,\quad \sum_{i=1}^{n}M_B(\boldsymbol{F}_i)=0$$

条件：其中 x 轴不垂直于 A、B 两点的连线。

(c) 三力矩形式

$$\sum_{i=1}^{n}M_A(\boldsymbol{F}_i)=0,\quad \sum_{i=1}^{n}M_B(\boldsymbol{F}_i)=0,\quad \sum_{i=1}^{n}M_C(\boldsymbol{F}_i)=0$$

条件：其中 A、B、C 三点不在一直线上。

但不论采用何种形式，每个独立物体都只能写出三个独立的平衡方程，因而也只能求解三个未知量。

5. 静定与超静定概念，物体系统的平衡

(1) 若未知量的数目等于独立平衡方程的数目，称为静定问题，若未知量的数目多于独立平衡方程的数目，则称为超静定(静不定)问题，理论力学仅研究静定结构。

(2) 对于 n 个物体组成的平面物体系统，其独立平衡方程的数目一般为 $3n$ 个。对于物体系统的平衡问题，可取整个物体系统或系统内任何一个组成部分为研究对象，应用各种不同形式的平衡方程，因而往往有多种多样的求解途径。解题时必须多作分析，要具有清晰的思路，在求解时尽量使一个平衡方程含有一个未知量，以避免解联立方程的麻烦，使计算尽可能简化。

6. 平面静定桁架

平面桁架是由链杆连接而成的承载结构。实际桁架经理想化后得到分析桁架的受力简图，即桁架均为二力杆经铰接构成。

平面静定桁架的杆件数 m 与铰链数 n 必须满足：

$$2n=m+3$$

但也必须指出：此条件是必要条件，而不是充分条件。

(1) 平面静定桁架的计算方法

(a) 节点法

由于桁架受力简图中，各杆均为二力杆，故依此取各杆件的连接点(节点)研究，它们均为平面汇交力系，即对每一个节点，可建立两个平衡方程，则 n 个节点就可列出 $2n$ 个独立的平衡方程，以此可求解出 $2n$ 个未知量，其中杆件未知量为 $2n-3$ 个，另 3 个为外约束的未知量。

(b) 截面法

根据问题的要求，用一截面(任意曲面)截出一部分桁架为研究对象，选取合适的方程，求出所需求的未知量。

一般用截面法求解的问题，不是计算整个桁架各杆件的内力，而是求桁架中被关注杆件的内力，且一般每一次截出的截面，未知量尽量不超过 3 个。当截出的截面中未知量不可避免地超出 3 个时，则利用选取适当的投影轴或选取适当的矩心，先求出部分未知量，进而再取其他截面，求出其他的未知量。

(2) 零杆的判断

桁架在特定的外载情况下，有一些杆件的内力为零，这些不受力的杆件往往可以不经过计算而直接用分析的方法得出，从而使计算得以大大地简化。零杆的判断应以节点为考察对象，平面桁架的零杆表现形式通常有以下两种：

当节点只有两个力(不共线)作用时，欲平衡，此二力必须均为零。

当节点只有三个力作用而平衡时，若其中有两个力共线，则不在此线上的第三个力必须为零。

1.1.3 空间力系

1. 空间力在轴上的投影

(1) 空间的力在直角坐标轴上的一次投影值

$$F_x = F \cdot \cos\alpha,\quad F_y = F \cdot \cos\beta,\quad F_z = F \cdot \cos\gamma$$

或者：$F_x = F\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$，$F_y = F\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$，$F_z = F\dfrac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

力 $\boldsymbol{F}$ 与 x、y、z 轴正向的夹角 α、β、γ 可以是锐角，也可以是钝角，其中，a、b、c 分别是矩形在 x、y、z 轴上的边长值。

(2) 空间的力在轴上的二次投影值

$$F_x = F \cdot \cos\theta\cos\varphi,\quad F_y = F \cdot \cos\theta\sin\varphi,\quad F_z = F \cdot \sin\theta$$

力 $\boldsymbol{F}$ 与 Oxy 平面的夹角为 θ，力 $\boldsymbol{F}$ 在 Oxy 平面上的投影与 x 轴之间的夹角为 φ。

(3) 力对点之矩与力对轴之矩

力对点之矩：

$$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}) = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = M_x(\boldsymbol{F})\boldsymbol{i} + M_y(\boldsymbol{F})\boldsymbol{j} + M_z(\boldsymbol{F})\boldsymbol{k}$$

力对轴之矩：

$$M_x(\boldsymbol{F}) = yF_z - zF_y,\quad M_y(\boldsymbol{F}) = zF_x - xF_z,\quad M_z(\boldsymbol{F}) = xF_y - yF_x$$

力对一点的矩矢在通过该点的任意轴上的投影等于这力对该轴的矩。

2. 空间任意力系的简化与平衡

空间任意力系向任一点 O 简化，在一般情况下，可得一主矢 $\boldsymbol{F}_R$ 和一主矩 $\boldsymbol{M}_O$，它们分别等于原力系中各力的矢量和及原力系中各力对简化中心之矩的矢量和。

空间任意力系平衡有六个独立的平衡方程，其基本形式：

$$\Sigma F_{ix} = 0,\quad \Sigma F_{iy} = 0,\quad \Sigma F_{iz} = 0$$

$$\Sigma M_x(\boldsymbol{F}_i) = 0,\quad \Sigma M_y(\boldsymbol{F}_i) = 0,\quad \Sigma M_z(\boldsymbol{F}_i) = 0$$

这是空间任意力系的三个投影方程和三个力矩方程。这一组六个方程是彼此独立的，对空间任意力系的平衡问题，运用这一组方程可求解六个未知量。为了计算方便，投影轴不必相互垂直，取矩的轴也不必与投影轴重合，甚至可用力矩方程代替投影方程，利用多力矩方程来求解各个未知量。一般在使用多力矩式方程时，为保证方程的独立性与避免解联立方程应尽量使方程中仅包含一个未知量。选取对空间力系取矩的轴时，应尽量使矩轴线通过较多的未知约束力的作用线(或矩轴平行于力的作用线)，这样建立的对轴线的力矩平衡方程时会比较简单。在建立空间的力矩方程时，应按右手螺旋法则来判别转向的正、负号。但无论如何建立方程，一个空间任意力系仅有 6 个独立的平衡方程。

3. 空间汇交力系

取力系的汇交点为坐标原点，则所有力与坐标轴相交，三个力矩方程成为恒等于零的式子，剩下三个投影方程即为空间汇交力系的平衡方程。

$$\Sigma F_{ix}=0,\quad \Sigma F_{iy}=0,\quad \Sigma F_{iz}=0$$

对于空间汇交力系，由于作图不方便，一般都采用解析法。

4. 空间平行力系

所有力全是互相平行的称为空间平行力系，它的平衡方程为：

$$\Sigma F_{iz}=0,\quad \Sigma M_x(\boldsymbol{F}_i)=0,\quad \Sigma M_y(\boldsymbol{F}_i)=0$$

5. 空间力偶系

空间力偶的特征：

(1) 力偶矩矢是自由矢量，在保持其力偶矩大小和转向不变的情况下，不仅可以在其作用面内任意转移，而且还可以搬到与其原作用面相平行的该物体内其他平面上，并不改变原力偶对物体的效应。

(2) 作用在物体上的力偶，只要保持力偶矩的大小和转向不变，可以同时改变力偶中力的大小和力偶臂的长短，而并不改变原力偶对物体的作用效应。

(3) 力偶矩的大小与矩心位置无关，这一点与力矩是不同的。

力偶系的平衡方程为：

$$\Sigma M_x=0,\quad \Sigma M_y=0,\quad \Sigma M_z=0$$

6. 空间物体系统的平衡

当一个刚体受空间任意力系作用而平衡时，可以用平衡方程求解 6 个未知量，如是由 n 个刚体受空间任意力系作用而平衡时，则可用 $6n$ 个独立的平衡方程求解相等的未知量，这些未知量包括：约束力方向、约束力值或几何位置等。

7. 重心

在重力场中，物体各部分所受重力之合力的作用点称为该物体的重心。如果物体的体积和形状都不改变，则物体的重心相对该物体是一个确定的点，它与物体在空间的位置无关。重心不一定在物体上。

重心坐标公式为：

$$x_C=\frac{\Sigma\Delta W_i x_i}{W},\quad y_C=\frac{\Sigma\Delta W_i y_i}{W},\quad z_C=\frac{\Sigma\Delta W_i z_i}{W} \tag{3-7}$$

式中，物体合力的 W 是物体的重力，ΔW_i 表示作用于第 i 质点的重力。

求物体重心的方法：

(1) 直接积分法：当物体的形状易于用坐标的函数关系表达时，其重心的坐标可由积分形式求得。

(2) 组合法：计算复杂形状物体的重心坐标时，可将其分成若干个简单形状的物体(分体)，按组合形式计算重心。

常用的组合法有以下两种：

(a) 分割法：将待求重心的物体分成若干个重心已知的简单物体，按公式计算重心。

(b) 负面积法：如果物体中有孔或空缺，则可首先假想将孔或空缺中填满正的质量，按分割法分割，然后再将孔或空缺填满负的质量作为整体分割的一块，代入公式参与计算。

(3) 试验法：对于形状不规则或非均质物体，可采用试验法(悬挂法、称重法等)确定物体重心的位置。

1.1.4 摩擦

1. 滑动摩擦

(1) 滑动摩擦力

滑动摩擦力的指向恒与物体间相对运动的趋势相反。

粗糙的接触面上不一定存在摩擦力，摩擦力随物体间相对的运动趋势所产生，最终达到极限值。求解静滑动摩擦问题，关键在于判别物体处于哪一种平衡状态。滑动摩擦力的产生、变化、极限的关系见表 1-5。

滑动摩擦的各种状态及相应的表达形式　　　　表 1-5

	静滑动摩擦			动滑动摩擦
态势	无滑动趋势	有滑动趋势	将动未动	滑动
主动力 F 的大小	$F=0$	F 力较小	F 力达到一定值	$F>F_d$
摩擦力大小	$F_s=0$	$F_s=F$	$F_{max}=f_sF_N$	$F_d=fF_N$
	由平衡方程求得		库仑定律	
不同点	静滑动摩擦力有范围			动滑动摩擦力为一定值

(2) 摩擦因数(无量纲常数)

摩擦因数的大小与接触物体的表面状况(粗糙度、温度、湿度)有关。可由试验确定或在工程手册中查得。静滑动摩擦因数恒为正值，且 $0\leqslant f_s\leqslant 1$。

(3) 摩擦角(休止角)与自锁条件

当静滑动摩擦力达到最大值 F_{max} 时，全约束力 $\boldsymbol{F}_R=\boldsymbol{F}_N+\boldsymbol{F}_s$ 亦达到最大值。此时全约束力与正压力的夹角即为摩擦角 φ_m，且有 $\tan\varphi_m=f_s$。

摩擦自锁的几何条件是 $\varphi\leqslant\varphi_m$。即主动力合力的作用线落在摩擦锥(角)以内，不论此合力多大，物体的平衡都不会被打破，这种现象称为摩擦自锁。

(4) 动滑动摩擦

动滑动摩擦力的计算根据库仑定律，即：

$$F_d = f_d F_N$$

动滑动摩擦因数也略小于静滑动摩擦因数，即：

$$f_d < f_s$$

2. 有滑动摩擦时的平衡求解

(1) 在静滑动摩擦情况下物体平衡，由于静滑动摩擦力在 $0 \leqslant F_s \leqslant F_{max}$ 中变化，即静滑动摩擦力不一定达到极限，因此要注意到库仑定律适用的状态。

(2) 因为静滑动摩擦力有变化范围，所以相应的主动力或位置的变动也存在着范围，不是一个定值。

(3) 在物体的重心相对摩擦力作用面较高的状态，存在着物体倾覆(翻倒)的情况。此时是先滑动还是先倾覆，与主动推力的大小及作用位置有关。

(4) 在动滑动摩擦情况下，动滑动摩擦力满足库仑定律。

1.2 典型例题分析与讨论

1.2.1 受力分析范例

【例 1-1】 如图 1-1(a)所示构架，在销钉 C 处作用一集中力 $\boldsymbol{F}$，杆重不计，试分别画出杆 AC、BC 和整体的受力图。

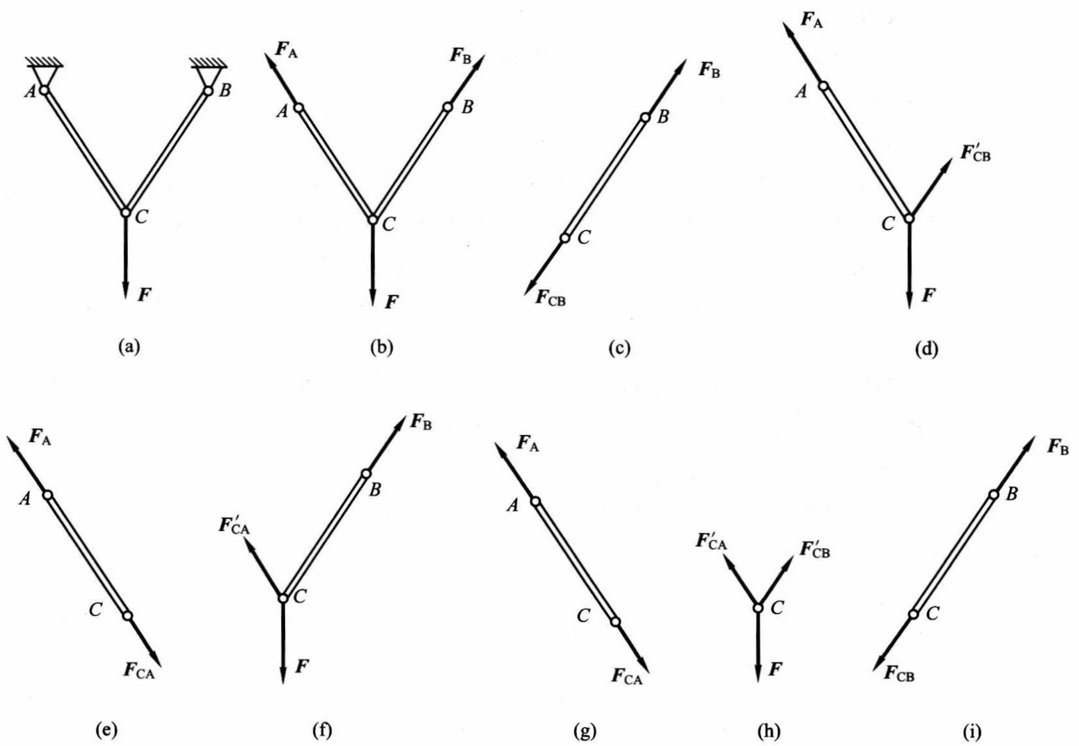


图 1-1 例 1-1 图

【解题指导】 根据杆 AC 和 BC，两端铰接，中间不受任何力，可知杆 AC 和 BC 均为二力杆，因此 A、B 两处的约束力沿杆中心线方向。

【解】 整体受力如图 1-1(b)所示。

杆 AC 和 BC 在 C 处是用销钉连接，作用在销钉上的集中力为 $\boldsymbol{F}$，故在分析杆 AC 和 BC 的受力图时，可有下列几种处理的方法。

〔方法一〕 考虑销钉 C 连接在杆 AC 上

(1) 取杆 BC 为研究对象，因为杆 BC 为二力杆，可以直接画出其受力图如图 1-1(c)所示。

(2) 取杆 AC(包括销钉 C)为研究对象。因为杆 AC 也是二力杆，因此铰链支座 A 处的约束力和整体保持一致，沿杆的中心线方向，而在 C 处又有包含销钉，因此作用于销钉上的主动力 $\boldsymbol{F}$ 照原样画出，还受到杆 BC 对销钉 C 的作用力 $\boldsymbol{F}'_{CB}$，它与 $\boldsymbol{F}_{CB}$是作用力与反作用力关系，受力如图 1-1(d)所示。

〔方法二〕 考虑销钉 C 连接在杆 BC 上

因主动力 $\boldsymbol{F}$ 随销钉 C 而作用在杆 BC 上，则杆 AC 和 BC 的受力如图 1-1(e)和图 1-1(f)所示。

〔方法三〕 将销钉 C 单独取出

由于主动力 $\boldsymbol{F}$ 作用在销钉 C，则杆 AC 和 BC 分别与销钉 C 构成作用与反作用，受力如图 1-1(g)、图 1-1(h)和图 1-1(i)所示。

【讨论】 在上述三种分析方法中，杆 AC 和 BC 在 C 处的受力情况形式上虽然各不相同，但合成结果是相同的。因此，当连接两构件的销钉受到集中力作用时，一般不必将销钉单独取出，而可任选方法一或方法二对两构件进行受力分析。

【例 1-2】 结构如图 1-2(a)所示，由杆 ACD、BC 与滑轮 D 铰接而成，重物重 $\boldsymbol{P}$ 用绳子挂在滑轮上。若杆、滑轮及绳子重量不计，并略去各处摩擦。试分别画出滑轮 D、重物、杆 ACD、BC 及整体受力图。

【解题指导】 题中 A 处为固定铰支座，D 处为铰链连接，杆 BC 由于中间不受任何外力作用，为二力杆。

【解】 (1) 先分析滑轮 D 的受力，因 D 处为光滑铰链约束，故可用两个互相垂直的分力 $\boldsymbol{F}_{Dx}$、$\boldsymbol{F}_{Dy}$表示。E、G 处有绳索拉力，分别用 $\boldsymbol{F}_{T1}$、$\boldsymbol{F}_{T2}$表示，其受力图如图 1-2(b)所示。

(2) 研究对象取悬挂重物，受到重力 $\boldsymbol{P}$ 和绳索拉力，其受力图如图 1-2(c)所示。

(3) 研究对象取 BC 杆，这是二力杆，中间不受任何外力作用。因 BC 杆两端为铰链连接，所以杆 BC 只在两端受力，假定 BC 杆受拉力，则其受力图如图 1-2(d)所示。

(4) 研究对象取杆 ACD，分析杆 ACD 的受力。在 A 处为铰链支座，约束力用 $\boldsymbol{F}_{Ax}$，$\boldsymbol{F}_{Ay}$表示，在 D 处与 C 处可按照图 1-2(b)与图 1-2(d)分别表示，是作用力与反作用力的关系，受力图如图 1-2(e)所示。

(5) 研究对象取整体，分析整体的受力有主动力重力 $\boldsymbol{P}$，A、B、E 处的

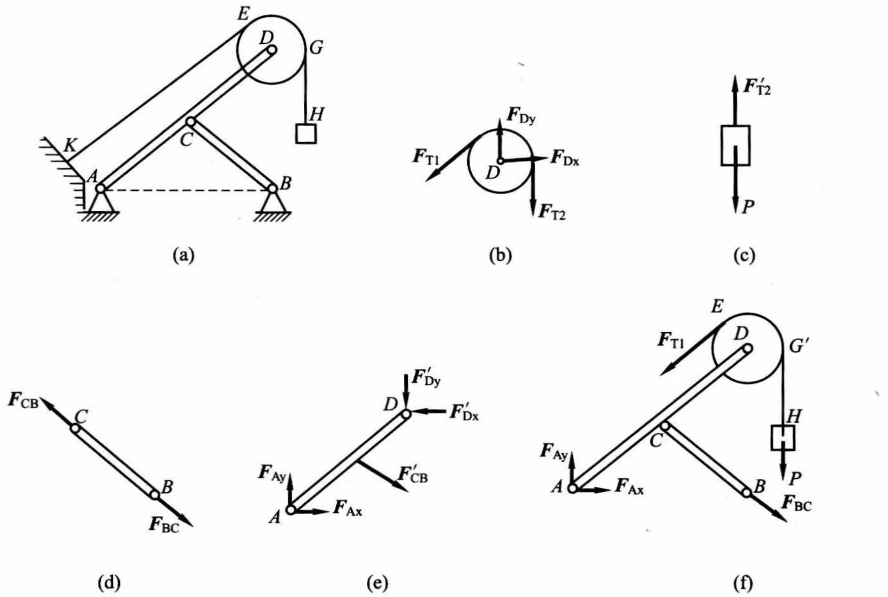


图 1-2　例 1-2 图

约束力可根据与各分离体的受力图保持一致画出，而对于 C、D 处的约束力成为内力，不画出。

【讨论】 应当指出，若两构件以圆柱销钉相连，则在图示构件铰接处的受力分析时，可以不必考虑销钉具体分离的受力图，如滑轮 D、连杆 BC 分析受力图时，销钉是否单独取出分析对构件的受力是无影响的。

【例 1-3】 如图 1-3(a)所示结构，杆 AC 和 CB 用铰链连接，A 端为固定端约束。在杆 AC 上的 AE 部分作用均布荷载 q，C 铰处作用一水平集中力 $\boldsymbol{F}_1$，在杆 CB 上作用一集中力 $\boldsymbol{F}_2$ 和一个力偶矩为 M 的力偶。如不计杆的自重和各处摩擦，试分别画出 AC、CB 及整体的受力图。

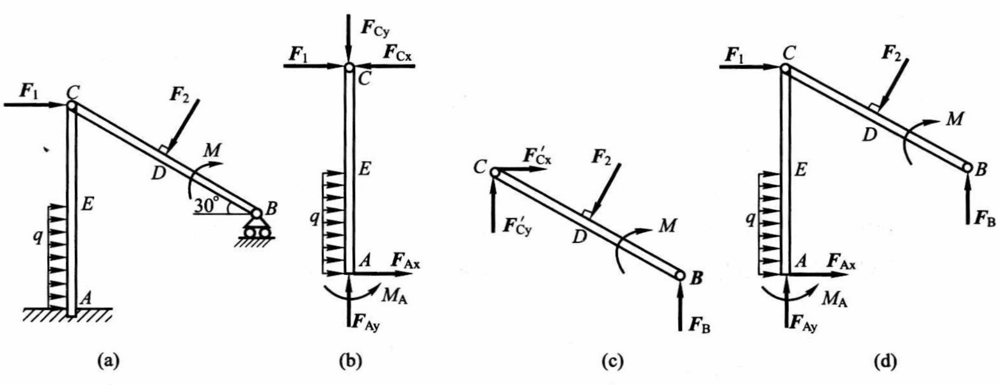


图 1-3　例 1-3 图

【解题指导】 题中 A 处为固定端，C 处为铰链连接，B 处为可动铰支座。

【解】 (1) 首先取构件 AC。A 端为固定端，其约束反力除 x、y 方向，还应有一个反力偶。C 铰处作用约束反力为 x、y 方向，水平集中力 $\boldsymbol{F}_1$ 作用

在 C 处销钉上，而当该销钉留在 AC 杆上，则受力如图 1-3(b)表示。

(2) 取杆 CB 画受力图，如图 1-3(c)表示。

(3) 整体受力图与前面受力分析图保持一致，如图 1-3(d)所示。

【讨论】 如销钉 C 留在 CB 杆上，则水平集中力 $\boldsymbol{F}_1$ 应作用在 CB 杆的 C 点处，具体受力分析可参考例 1-1。

【例 1-4】 如图 1-4(a)所示构架，由三个构件 AB、BD 和 CG 组成。C、B 和 E 处为铰链。线段 CD 与 AE 为竖直线。画出三个构件的受力图。

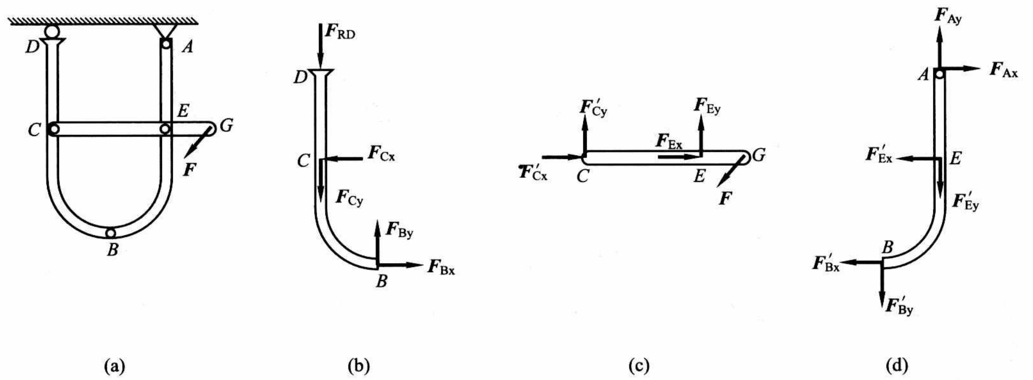


图 1-4 例 1-4 图

【解题指导】 题中 A 处为固定铰支座，B、C、E 处为铰链连接，D 处为可动铰支座。

【解】 (1) 取 DB 杆，D 处为可动铰支座，C 和 B 处均为铰链约束，受力如图 1-4(b)所示。

(2) 取 CG 杆，C 处与 DB 杆为作用与反作用，E 处为铰链连接，受力如图 1-4(c)所示。

(3) 再取 AB 杆，A 处为固定铰支座，B 处和 E 处分别与 DB 杆和 CG 杆构成作用与反作用，受力如图 1-4(d)所示。

【讨论】 由于构架整体只受到主动力 $\boldsymbol{F}$ 和 A、D 两处约束力作用，而主动力 $\boldsymbol{F}$ 和 D 处约束力方向可确定，当构架处于平衡时，还可以利用三力平衡原理确定 A 处约束力的方向，进而确定 C、E、B 处约束力的方向，读者可以自行思考。

【例 1-5】 如图 1-5(a)所示构架，各处摩擦不计，画出整体及各构件的受力图。

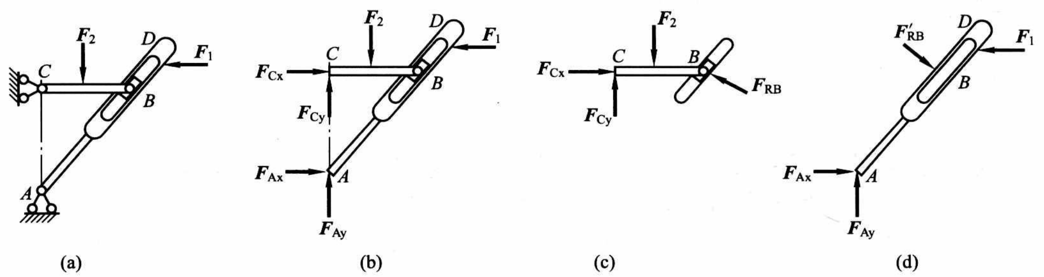


图 1-5 例 1-5 图