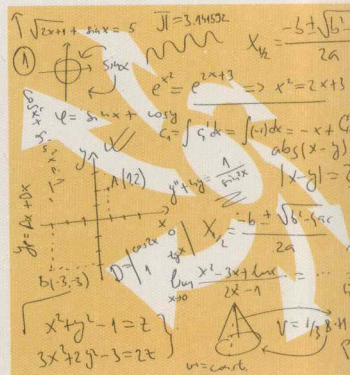


全国教育科学“十一五”规划
教育部重点课题



基于多元表征的 初中代数变式教学研究

李静◎著

湖南师范大学出版社

$\sqrt{2000 + 200x} = 5$ $J_1 = 3.14 \text{ m}^2/\text{s}$

(1) $r = 1$ $x = \cos \theta$ $y = \sin \theta$ $e^{it} = e^{ix+yj} \Rightarrow x' = -y$

$C = \int_C f(z) dz = \int_0^{2\pi} (-i \cos t) dt = -i [\sin t]_0^{2\pi} = 0$

$f(z) = \frac{1}{z+1}$ $|x-y| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$A(1,2)$ $X_1 = -b + \sqrt{b^2 - 4ac}$

$X_2 = -b - \sqrt{b^2 - 4ac}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 6 \ln x}{2x-1} = \dots$

$x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow z = 1$ $v = \sqrt{1+b^2}$

$3x^2 + 2y^2 - 3 = 2z$ $w = \cos t$



李静◎著

湖南师范大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

基于多元表征的初中代数变式教学研究 / 李静著. — 长沙: 湖南师范大学出版社, 2012. 3

ISBN 978 - 7 - 5648 - 0685 - 9

I. ①基… II. ①李… III. ①代数课—教学研究—初中

IV. ①G633. 622

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 028008 号

基于多元表征的初中代数变式教学研究

李 静 著

◇责任编辑: 廖小刚

◇责任校对: 蒋旭东

◇出版发行: 湖南师范大学出版社

地址/长沙市岳麓山 邮编/410081

电话/0731. 88853867 88872751 传真/0731. 88872636

网址/http: //press. hunnu. edu. cn

◇经销: 湖南省新华书店

◇印刷: 长沙市宏发印刷厂

◇开本: 787 mm × 1092 mm 1/16

◇印张: 15

◇字数: 270 千字

◇版次: 2012 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

◇书号: ISBN 978 - 7 - 5648 - 0685 - 9

◇定价: 38.00 元

前言



我国数学教育发展到今天，取得了令世人瞩目的国际数学测试成绩，但学生的数学动手实践能力和创新意识一直不佳，影响着学生的素质发展，乃至国家的未来发展。数学教育任重道远，改革势在必行。数学教育改革要符合数学教育发展规律。数学教育发展同其他事物发展一样，是辩证否定过程。数学教学方式方法改革是数学教育改革成败的关键。继承传统的优秀成功经验，吸收西方先进的教育理念和办法，发展我国数学教育教学，成为本书研究的出发点。

变式教学是我国数学教育传统的特征，已成为教师日常行为规范。多元表征是西方数学教育心理学研究的热点，已纳入《美国学校数学教育的原则和标准》的培养目标。多元表征是数学理解的内容，也是理解数学的工具。在现实数学教学中，多元表征的学习如何根植于传统教学的理论和实践研究有很好的前景，值得探讨。变式教学可以促进多元表征的学习，变式教学可以通过学生多元表征的反馈来更好地确定学生“潜在距离”和内容“变异空间”。教师主体变式与学生主体表征，可以搞活数学教育课堂教学，多元表征学习与变式教学之间存在着内在的联系，由此构建了“基于多元表征的数学变式教学”的命题，成为本书研究的理论基础。

美国提出数学教育的“人人学代数”，注重公民代数思维素养，同样，中国公民代数思维素养也应与时俱进。初中阶段是人生发展的黄金时期。如何在新的时代高效地发展初中学生的代数思维和创新意识，成为本书研究的

目标。

基于数学多元表征学习的观点，借用我国数学变式教学手段，以初中代数为载体，学生代数思维和创新意识为目标，建立基于本理论体系下的初中代数教学理论模型和实践策略。本书研究由以下八章组成：

第1章为导论，阐述了本研究的缘起和问题，即为了发展学生的数学思维 and 创新能力，有必要用西方倡导的多元表征发展中国传统的变式教学。结合当前数学新课程改革，分析了该研究的目的和意义，进一步指出了该研究的内容、方法和框架。

第2章和第3章为“多元表征与变式教学”文献综述与思考和“多元表征与变式教学整合的理论研究”。文献研究中的第一部分是，在表征一般意义了解的基础上，界定了多元表征的内涵，分析了数学多元表征的特征，以及多元表征学习对数学理解、问题解决、元认知和创新思维等数学认知发展的影响，探讨了多元表征的教学特征及其优缺点。为了深入理解多元表征内涵，进行了多元表征学习中的多元主义哲学阐释，分析了多元表征学习及其教学发展方向。文献研究中的第二部分综述了我国变式教学的研究后，提出了变式教学的新认识，变式教学是一种价值中立的教学手段，可分为“过程性概念变式”和“过程性问题变式”，以此更好地解释或深化变式教学在实践中应用。为了深入地把握变式教学的实质，进行了变式教学的本质主义哲学剖析，得出变式教学发展方向。基于多元表征和变式教学的哲学分析，得到了两者融合的理论依据——多元主义与本质主义的融合——一元暨多元主义，即教学生成主义，视为中国传统哲学在当代数学教学环境下的观照，由此寻找了一条实现数学非形式化与形式化统一的教学路径。在此哲学观念指导下，发掘了多元表征与变式教学的内在关系，提出“多元表征是数学知识点存在的形态，变式是对多元表征中的某一形式所做的变式，或者说，变式是多元表征的变式”的理论观点。这些研究形成了“基于多元表征的变式教学”的宏观理论体系。

第4章为“基于多元表征的初中代数变式教学理论研究”，或者看作“基于多元表征的变式教学理论应用研究”。先进行了初中代数学习的特征

研究,从它的历史发展与形式结构,乃至它的研究特点,得出了代数语言的丰富性和知识的结构性等认识。接着又在代数学习的本质分析基础上,明确了代数教学的一般特征:突出“四基”、强化多元表征和结构模式、引导学生参与探究活动,等等。重点研究了代数学习中的“过程操作”与“对象结构”的二重要素相互转化时,多元表征学习所起的作用,即借助多元表征如何发展学生的代数思维能力和创新能力。在代数多元表征学习和教学的分析基础上,联系代数思维特征,确立了“基于多元表征的初中代数变式教学”的理论及其实施设想。由此奠定了“基于多元表征的初中代数变式教学模式和策略研究”的理论依据。

第5章为“基于多元表征的初中代数变式教学模型构建”,以及相应的“基于多元表征的初中代数概念、技能和问题解决变式教学模型”研究,并以图解的形式阐述了该教学的系统过程。从系统论、学习论和认识论等角度分析了“基于多元表征的初中代数变式教学”的合理性。分析了该教学模型应有的教学目标、教学过程、教学方式和教学程序。此部分作为“基于多元表征的初中代数变式教学”的中观理论。

第6章为“基于多元表征的初中代数变式教学策略构建”,在模型研究基础上,运用有关多元表征教学理论、变式教学理论、建构主义教学理论、现象学变样理论以及初中生思维发展理论等,构建“基于多元表征的初中代数变式教学策略”,以此构建“基于多元表征的初中代数概念变式教学策略”、“基于多元表征的初中代数技能变式教学策略”和“基于多元表征的初中代数问题解决教学策略”,并对该教学的教学设计和操作进行了深入探讨,这些具体操作可作为教师课堂教学的参考。此部分研究是教学微观操作。

第7章为“基于多元表征的初中代数变式教学个案实验研究”。为了实践检验“基于多元表征的初中代数变式教学模型”的合理性和“基于多元表征的初中代数变式教学策略”的有效性,进行了“基于多元表征的七年级方程变式教学”个案实验研究。以“方程引入、方程理解、方程求解和方程应用”四个连续学习内容为载体,运用数学认知心理学观点分析了教

师的变式教学如何促进学生的多元表征学习，以及多元表征及其变式促动知识点的深层理解和拓展应用，从中得出具有实践操作特征的结论。这是“如何将教师主体变式与学生主体表征结合起来，发展代数思维和创新能力的有效尝试”。

第8章为“研究结论与建议”。从选题、设计、实施和验证等整个研究过程，阐述了该研究的合理性、可行性和科学性。从研究环节阐发了该研究结论的深度和广度，为代数教学提出一些建设性意见，为“基于多元表征的初中几何、概率与统计的变式教学”研究提出一些指导性建议。

本书研究基于多元表征和变式教学的整合，从理论上探讨了发展学生代数思维和创新能力的初中代数教学，创新了“基于多元表征的变式教学”理论体系，丰富了代数教学理论，实践上探究了初中代数教学的具体操作。面向素质教育和大众教育的要求，以初中代数教学为载体，进行了数学教育教学研究的“本土化”走向“国际化”的有益尝试。

目 录

第 1 章 导论	(1)
1.1 研究缘起	(1)
1.2 研究问题	(3)
1.3 研究目的和意义	(4)
1.4 研究内容与方法	(7)
1.5 研究框架	(11)
第 2 章 “多元表征与变式教学” 文献综述与思考	(12)
2.1 数学多元表征学习与教学	(12)
2.2 数学变式教学及其特征	(33)
2.3 本章小结	(42)
第 3 章 多元表征与变式教学整合的理论研究	(44)
3.1 多元表征与变式的关联研究	(44)
3.2 多元表征与变式教学整合的哲学依据	(45)
3.3 多元表征与变式的整合	(47)
3.4 本章小结	(54)
第 4 章 基于多元表征的初中代数变式教学理论研究	(55)
4.1 初中代数教学一般特征	(55)
4.2 基于多元表征的初中代数变式教学设想	(67)
4.3 本章小结	(77)

2 | 基于多元表征的初中代数变式教学研究

第5章 基于多元表征的初中代数变式教学模型构建	(78)
5.1 基于多元表征的代数变式教学模型	(78)
5.2 基于多元表征的代数变式教学过程	(81)
5.3 基于多元表征的初中代数变式教学模型的合理性	(84)
5.4 基于多元表征的初中代数变式教学的特征	(90)
5.5 本章小结	(94)
第6章 基于多元表征的初中代数变式教学策略构建	(95)
6.1 基于多元表征的初中代数变式教学策略依据	(95)
6.2 基于多元表征的初中代数变式教学策略	(113)
6.3 本章小结	(140)
第7章 基于多元表征的初中代数变式教学个案实验研究	(141)
7.1 基于多元表征的七年级方程变式教学实验研究	(141)
7.2 从实验研究看“基于多元表征的初中代数变式教学”	(197)
7.3 本章小结	(201)
第8章 研究结论与建议	(202)
8.1 关于研究过程	(202)
8.2 关于研究结果	(204)
8.3 关于研究创新点	(207)
8.4 关于研究建议	(207)
8.5 关于进一步研究	(209)
参考文献	(210)
附 录	(222)
附录1 初中代数课堂教学活动量化表	(222)
附录2 《方程引入》测试卷	(223)
附录3 《方程理解》测试卷	(225)
附录4 《方程求解》测试卷	(227)
附录5 《方程应用》测试卷	(229)
后 记	(231)

第1章 导论

1.1 研究缘起

课堂观察发现,中国数学课堂教学时至今日,大多数仍是以“双基”教学为主,学生的数学思维和创新能力的培养体现不够,影响着学生的素质发展。

我们知道,中国学生在国际数学测试中取得了较好成绩,形成了“中国学习者的悖论”现象,迄今为止,一直是国际数学教育研究关注的热点。^① 国际数学教育家蔡金法对国际数学测试结果的深入研究发现^②,中国学生在“过程受限”问题(process-constrained problems,是指那些通过实施标准算法就能解决的问题)表现很好,但在“过程开放”问题(process-open problems,是指通常不能通过一种算法就可以解决,而是更加需要对问题情境作新的探索的问题)中不如美国学生。研究表明,我国学生的问题解决的常规能力优于美国学生,而问题解决的创新能力不及美国学生。其原由的进一步观察分析^③,美国学生喜欢使用图示的、表格的、言辞的等直

① 范良火,朱雁.从大型国际数学比较研究的视角看:华人学生在数学方面的表现如何//范良火,黄毅英,蔡金法,李士鐸.华人如何学习数学[M].南京:江苏教育出版社,2005.

② cai, J.. Mathematical thinking involved in U. S. and Chinese students' solving process-constrained and process-open problems. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal*. 2000. 2: 309 - 340.

③ cai, J.. Why do U. S. and Chinese students think differently in mathematical problem solving? Exploring the impact of early algebra learning and teachers' beliefs. *Journal of Mathematical Behavior*. 2004. 23 (2): 133 - 165.

观、具体的表征和与之相应的直接策略，突出非形式化的数学理解；而中国学生擅长使用符号表征和与之相应的抽象策略，过分强调形式化的数学抽象。综合来看，多元表征（言语表征、图表表征和符号表征等）及其策略的学习，可以各取两国所长，有可能发展学生数学思维和创新能力。这应成为数学教育发展的一条路径。

美国 NCTM 在 2000 年的《学校数学课程标准与原则》中指出：“不同的表征将导致不同的思维方式（NCTM，2000）”^①，它建议学生不仅应该学会在问题解决过程中选择、使用与转化各种数学表征，而且能够在不同的表征之间建立广泛的联系。为了促进学生的多角度理解，许多学者都建议，首先在课程建设与教材编写时就应该提供多元表征（Keller & Hirsch，1998）。^② 可见，西方数学教育重视学生多元表征学习，以此促进学生的思维能力和创新意识发展。

如何发展学生的数学思维和创新能力，一直是我国数学教育讨论的热点。我国在国际数学测试中能够取得好成绩，说明我们的传统数学教学有它合理的地方。我国数学教育家张奠宙认为，基于“双基”训练的变式教学是中国传统数学教学的特征。变式教学能够促进学生的思维能力发展，但如何更有效地促进学生的思维能力和创新能力，需要我们有继承地改革传统数学教学。^③ 变式教学作为一种常规教学模式，实质上是一种价值中立的教学手段（见 2.2.2.3），可以赋予不同的教学思想和理念，实现不同的教学目的。合理使用传统的变式教学，落脚在学生思维发展和创新的多元表征学习上，有可能达到这一目标。事实上，多元表征学习需要教学变式这一最佳引导（见 3.3.3），以此构建一种基于多元表征的变式教学，来发展学生的思维能力和创新能力，也可以看作是一种发展中国数学教育的尝试。

初中教育是义务教育的最后阶段，对学生一生的发展起决定作用，是实

① National Council Teachers of Mathematics. *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM. 2000: 361.

② Keller, B. A. & Hirsch, C. R. Student preferences for representations of functions. *International Journal in Mathematics Education Science Technology*. 1998. 29 (1): 1 - 17.

③ 张奠宙. 中国数学双基教学 [M]. 上海: 上海教育出版社, 2009: 66.

施素质教育的最佳时期。初中阶段是学生思维方式、学习习惯和情感态度形成的关键时期，是学生的思维从具体经验型到抽象演绎型的过渡期，也是多元表征发展的最佳时期。初中学习期间，代数内容相对较多，学习时间约占整个数学学习时间的三分之二，对多数学生来说，入门容易提高难，有它特定的学习规律。初中代数内容是算术思维到代数思维形成的载体，是创新能力培养的主要材料，也是变式教学实施的最佳内容。如何面对义务教育要求的基础性、发展性和创新性，搞好初中代数课堂教学，成为本研究的目标。

所以，面对素质教育、创新教育和大众教育的要求，以发展初中学生的代数思维能力和创新能力为目的，构建“基于多元表征的初中代数变式教学”的模式和策略，成为本研究的任务。

1.2 研究问题

本研究是“借助变式教学与多元表征关系，促进学生代数思维 and 创新能力发展”的教学研究。那么研究问题主要涉及两个：显性问题——以变式教学优化多元表征，进而发展变式教学；隐性问题——发展初中生代数思维能力。以此形成了该研究问题的研究线索。

第一，关于多元表征与变式教学的关系。

直观考察，多元表征与变式教学有一定的联系，那么联系如何呢？首先了解多元表征的内涵是什么？多元表征的特征是什么？多元表征的教学又是什么？进而分析多元表征学习的优缺点是什么？这就为多元表征与变式教学联系及整合找到了路径和方向。其次关于变式教学的内涵是什么？特征如何？变式教学的优缺点是什么？多元表征与变式教学的内在联系到底是什么？两者是否可以整合为一套数学教学理论？这一教学取向是什么？

第二，关于该理论下的初中代数教学。

如果形成了“基于多元表征的变式教学”理论，那么如何应用到初中代数教学呢？首先了解代数教学的一般特征是什么？从哪些方面来考证？这可以说是代数教学的哲学思考。有效的教学是遵循学生学习规律的，或者

说，以学论教。对于特定的代数内容学习与教学，究竟与多元表征，抑或变式教学有多大的联系呢？代数学习机制是什么？代数多元表征又是怎样？基于代数思维的考察，是否可以构建“基于多元表征的初中代数变式教学”的理论体系？这种教学的具体设想是什么？以此发展，建立的模型是什么？模型指导下的策略是什么？

第三，关于该教学的实践检验。

对于形成的理论，除了理论验证以外，在实践中表现如何？是否会得到更加便于操作的方法呢？如何实验验证呢？选取一种“定性研究为主、定量研究为辅”的实验方法是否合适？实验过程如何进行？结果如何处理？结论如何提炼？

第四，关于研究的讨论。

整个研究过程中的环节是否合理、科学？所用的方法是否得当？创新什么？得到结论是否可以推广到几何和概率统计呢？对代数教学及其研究，乃至数学教学及其研究，基于如此理论和实践考证，会得到什么建议呢？

1.3 研究目的和意义

1.3.1 研究目的

传统的数学教学，在基础知识和基本技能掌握方面，起到了积极的作用，但在学生的概念理解和问题解决方面，往往事倍功半，以耗费学生大量的时间和精力为代价^①，效率不够高。随着 2001 年所进行的新课程改革，提倡转变教学方式，施行合作、探究和交流的建构主义理论的西方化的学习方式，旨在培养学生动手实践能力和创新意识，这为中国数学教育注入清新之风，课程理念、目标和内容等发生了变化，课堂教学气氛活跃多了，但大

^① Lapointe, A. E., Mead, N. A. & Askew, J. M. . *Learning mathematics*. Princeton, NJ: Educational Testing Service. 1992: 38.

多是在形式上走过场,教学实质触动不大,表现为教学方式方法的无所适从,出现了许多“穿新鞋走老路”现象。沿用传统教学方法已不适合时代要求,完全照搬西方做法丢掉自己特色注定走不远。所以,在2008年新课程标准修订中,强化了与传统特色的联系,吸纳了当代教育理念,教学目标由原来的“双基”变成了“四基”,增加了基本思想和基本活动经验。^① 数学教育必须走符合时代要求而又体现传统文化特色的道路。

任何数学教学模式或策略,继承传统的数学教育特色,吸收先进的教育思想,都有助于中国数学教育的发展。因为,数学教育的发展,同任何事物的发展一样,应是一种辩证否定的过程,是继承与改革的过程,其发展形态表现为内容与形式的相互适应的变动过程。数学教育教学的成败关键在于教学模式策略的合理科学使用。变式教学是中国数学教学的特征,已形成日常行为规范,作为一种“形式”,具有相对稳定性,如何在新的背景下提升作为一种新“内容”的学生思维 and 创新能力呢?本研究利用多元表征的理论,以初中代数为研究载体,改革数学教学“旧形式”以符合数学教学“新内容”,以达到发展学生多元表征,发展学生代数思维 and 创新能力为目的,从中探讨中国传统的数学变式教学发展的新路径。

1.3.2 研究意义

20世纪90年代以来,多元表征的研究成了认知科学、教育等领域的热门话题。表征特别是多元表征的研究成了数学教育心理学国际研讨组(International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME)的主题,1989年PME专门成立了数学学习中表征的研究工作组,研究主题也逐渐从过去只关注实验情境中多元外在表征对学习影响的研究,转向在真实、日常教学情境中“向多元表征学习”(learning from multi-representations)和“用多元表征学习”(learning with multi-representations)的研究。在现实数学教学中,多元表征的学习如何根植于传统教学的理论和实践研究有很好的前

^① 史宁中.《数学课程标准》的若干思考[J].数学通报,2007(5).

景,值得探讨。

早在1994年2月,全美数学教师理事会(NCTM)就通过了一个关于“为每个人的代数(algebra for everyone)”的报告。该报告指出,所有中学生都应该有机会学习代数思想和方法,进而,在美国人们开始关注代数思维(algebraic thinking)的教学研究。提出通过代数教学,促进所有学生对代数思想的理解,使每个学生都能在代数学习中获得成就,使得学生将在代数以及其他领域取得成功经验做好准备。^①2005年NCTM年会上,重新思考将代数作为贯穿所有年级的课程的线索,并将它建立在发展代数核心思想和代数推理的基础上,《美国学校数学教育的原则和标准》中也提到,在6~8年级(相对我国初中阶段)的标准中对代数已相对重视。^②适应信息世界发展的要求,美国提出数学教育的“人人学代数”,注重公民代数思维素养,同样,中国公民代数思维素养也应与时俱进,不可或缺。当前新课改下的代数学习,就是出于公民代数思维素养养成考虑的。而变式教学是中国数学课堂教学的普遍现象,如何进行代数思维教学,使其符合现行的代数思维素养要求呢?代数思维,作为一种代数学习最高目标,采用何种方式实现,正如数学教育家郑毓信先生所言,是个难点,也是个持续的热点。在目前课改条件下,如何借助传统方式(变式教学),融入新理念(即发展代数多元表征),产生符合中国社会文化的代数课堂教学,是本研究的价值所在。所以,本研究意义在于“放眼世界,立足本土”的探索。

可以说,本研究从现实出发,适应素质教育、创新教育和大众教育的要求,宏观上探讨了中国数学教育发展的路径和方向,使得有中国特色的变式教学得到健康发展。微观上,结合变式教学的成功经验,以多元表征为手段激活代数的有效学习为目的,构建了一种新型的教学模式及策略——基于多元表征的初中代数变式教学模式及策略,丰富了“以学论教”的数学教学理论。

① Krieger S. Just What is Algebraic Thinking? Submitted for Algebraic Concept in the Middle School [J]. A Special Edition of Mathematics Teaching in the Middle School. 2004: 1-10.

② 全美数学教师理事会. 美国学校数学教育的原则和标准 [M]. 蔡金法, 译. 北京: 人民教育出版社, 2004: 56.

1.4 研究内容与方法

1.4.1 研究内容

本研究利用多元表征理论,对中国传统的代数变式教学进行发展研究,来发展初中学生的代数思维 and 创新能力,有效实现数学素质教育的目标。根据研究目的和需要,逻辑而系统地形成如下研究内容。

首先进行文献研究,相关内容的研究综述与思考形成本研究的基础。以多元表征研究为出发点,了解数学表征及其多元表征的内涵,分析数学多元表征的特征,以及多元表征学习对数学概念学习、问题解决以及元认知等影响,接着进行了多元表征学习中的多元主义阐释,以此分析多元表征的优缺点,及多元表征学习的优化方向。接着对变式教学进行了文献梳理,了解变式教学的理论与实践基础上,提出了变式教学的新认识:变式教学是一种价值中立的教学手段,可分为“过程性概念变式”和“过程性问题变式”;分析了变式教学的特征,接着进行了变式教学的本质主义剖析,以此分析了变式教学的优缺点,及变式教学的优化方向。通过多元表征与变式教学在哲学层面的探讨,发现两者可以对接弥补,共生共荣。基于多元表征和变式教学的哲学分析,得到了两者融合的理论依据——多元主义与本质主义的融合——元暨多元主义,也是本质主义走向生成主义的现代教育的价值取向。进一步的理论分析,发现多元表征与变式教学存在着密切的内在关系,多元表征是数学知识点存在的形态,变式是对多元表征中的某一形式所做的变式,或者说,变式是多元表征的变式,构建了变式教学与多元表征整合的理论。

研究的最终目的是发展学生的代数思维能力和创新意识。为此,首先进行了初中代数教学的一般特征研究。从历史发展和形式结构研究出发,分析了代数学科及其研究特征,得出代数是一种语言丰富、变中不变的模式科

学。在代数学习的本质分析基础上,明确了代数教学的一般特征:突出“四基”、强化多元表征和结构模式、引导学生参与探究活动。随后,探究代数学习中的过程与结构的相互转化时,代数多元表征学习的作用。联系代数思维特征,基于“多元表征与变式教学整合”理论,形成“基于多元表征的初中代数变式教学”理论及其设想,由此奠定了“基于多元表征的初中代数变式教学模式和策略研究”的理论依据。

其次是模型建构,结合理论基础和代数教与学特征,构建“基于多元表征的初中代数变式教学的模型”,以此更好地发展学生代数思维和创新能力。该教学模型是在传统变式教学基础上发展起来的,是一种更加包容而又丰富的继承与发展。结合代数概念理解、技能训练和问题解决,进行了详细的该教学模型的操作分析,配有操作图解。并从系统论、学习论和认识论等角度对“基于多元表征的初中代数变式教学模型”进行合理性的分析,对该教学的基本目的、基本原理、基本方式和基本程序进行了挖掘,为进一步的理论探讨和实践应用提供指导。

再次是策略构建,结合“基于多元表征的初中代数变式教学模型”理论,确立“基于多元表征的初中代数变式教学策略”。联系有关学生代数认知发展理论和现象学理论,即多元表征的变样反思以及转化联系等,以及有关师生活动的交往理论和建构主义理论,即教学双主体地位与建构主义的抛锚式教学模式和随机访取教学模式,全面而深刻地分析研究。构建出基于多元表征的初中代数概念、技能和问题解决变式教学策略,表现在它的教学设计和教学过程,并辅以案例说明。

接着是实践检验,利用个案研究验证和发展“基于多元表征的初中代数变式教学模型策略”,探索该教学具体操作。选取七年级方程进行该教学的个案实验研究,做到既验证该教学有效性又归纳出该教学操作方法。为了确保实验研究的内外效度,对“研究方法与设计”进行了系统的安排。在方程引入、方程理解、方程求解和方程应用的四个连续内容教学过程中,其操作模式对应于“基于多元表征的初中代数概念变式教学模型”、“基于多元表征的初中代数技能变式教学模型”和“基于多元表征的初中代数问题