



普通高等教育“十二五”规划教材

# 工程力学案例教材

于月民 主 编  
赵春香 孙立红 副主编



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



普通高等教育“十二五”规划教材

# 工程力学案例教材

---

主 编	于月民	
副主编	赵春香	孙立红
编 写	郝俊才	宋志勇
	盖芳芳	乔 牧
主 审	吴云鹏	



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

## 内 容 提 要

本书为普通高等教育“十二五”规划教材。全书共分16章,即静力学基础、平面汇交力系、平面力偶系、平面任意力系、静力学在工程中的应用、材料力学基础、轴向拉伸与压缩、剪切与挤压、平面图形的几何性质、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态分析、压杆稳定和材料力学试验。每章主要由学习要点、正文、本章小结、思考题和习题五部分组成。在学习每章之前,通过阅读学习要点能够了解本章的主要内容,从而增强学习的主动性和积极性;本章小结是对本章内容的总结、归纳和提炼,使所学知识更加理化和系统化,从而进一步加深对内容的理解和认识;思考题和习题,能够加深对所学知识的理解和掌握,并能够提高灵活运用知识的能力。

本书可作为高等学校工科类本科生各专业工程力学课程的教材,也可供电大、函授、业余大学的学生及其他工程技术人员、自学考试者参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学案例教材/于月民主编. —北京:中国电力出版社, 2013.7

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-5123-4500-3

I. ①工… II. ①于… III. ①工程力学—高等学校—教材  
IV. ①TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第116917号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街19号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

\*

2013年7月第一版 2013年7月北京第一次印刷  
787毫米×1092毫米 16开本 16.75印张 400千字  
定价 29.00元

### 敬告读者

本书封底贴有防伪标签,刮开涂层可查询真伪  
本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

# 前 言

本书适合普通高等学校 50~80 学时“工程力学”课程教学。

为了适应高校应用型人才培养的需要,贯彻“大德育、大工程、大实践”的教育理念,实现力学基础课教学改革的目标,结合普通高校学生特点及编者多年教学经验,编写这部强化基本概念、基本理论和基本方法,加强工程概念,结合工程案例,培养工程素质和应用能力的《工程力学案例教材》。本书得到了黑龙江省教育科学“十二五”规划 2012 年度教育厅规划课题(编号:GBC1212082)和黑龙江省高等教育教学改革项目(编号:JG2012010548)的支持。

本书结合工程案例,旨在培养学生在工程中认识和提出力学问题,并利用力学知识研究、解决工程问题的素质和能力。通过学习,可以建立对于工程力学的整体认识,掌握力学最基本的概念、理论和方法,为学生提供必备的现代力学基本素质教育。

本书由黑龙江科技大学于月民教授担任主编,赵春香副教授和孙立红副教授担任副主编。全书由于月民教授统稿,吴云鹏教授主审。

本书编写分工如下:于月民编写第 1 章、第 5 章、第 6 章、第 7 章、第 10 章;赵春香编写第 2 章、第 3 章;宋志勇编写第 4 章、第 13 章;孙立红编写第 15 章、第 16 章;盖芳编写第 8 章、第 9 章;郝俊才编写第 11 章、第 12 章;乔牧编写第 14 章、附录。

本书在编写过程中,参考了国内外一些优秀的力学教材,在此向这些教材的作者表示由衷的感谢。

由于编者水平有限,书中难免存在疏漏和不妥之处,恳请读者批评指正。

编 者

2013 年 5 月



# 目 录

前言

<b>第 1 章 静力学基础</b> .....	1
1.1 静力学概述 .....	1
1.2 静力学基本概念 .....	2
1.3 静力学公理 .....	4
1.4 约束与约束力 .....	6
1.5 物体的受力分析.....	10
本章小结 .....	12
思考题 .....	13
习题 .....	14
力学家简介(亚里士多德) .....	16
<b>第 2 章 平面汇交力系</b> .....	17
2.1 平面汇交力系的概念与实例.....	17
2.2 平面汇交力系合成与平衡的几何法.....	17
2.3 平面汇交力系合成与平衡的解析法.....	20
本章小结 .....	23
思考题 .....	23
习题 .....	24
力学家简介(牛顿) .....	26
<b>第 3 章 平面力偶系</b> .....	27
3.1 平面力偶的概念与实例.....	27
3.2 力偶的等效条件.....	28
3.3 平面力偶系的合成.....	29
3.4 平面力偶系的平衡.....	30
本章小结 .....	31
思考题 .....	32
习题 .....	32
力学家简介(阿基米德) .....	35
<b>第 4 章 平面任意力系</b> .....	36
4.1 平面任意力系的概念与实例.....	36
4.2 平面任意力系的简化.....	36
4.3 平面任意力系的平衡.....	40
4.4 物体系统的平衡.....	45

本章小结 .....	48
思考题 .....	49
习题 .....	49
力学家简介 (拉格朗日) .....	53
<b>第 5 章 静力学在工程中的应用</b> .....	54
5.1 平面桁架的概念与实例 .....	54
5.2 平面桁架的内力分析 .....	55
5.3 考虑摩擦时物体的平衡问题 .....	58
本章小结 .....	70
思考题 .....	71
习题 .....	71
力学家简介 (库仑) .....	74
<b>第 6 章 材料力学基础</b> .....	75
6.1 材料力学的任务 .....	75
6.2 变形固体的基本假设 .....	76
6.3 材料力学基本概念 .....	77
6.4 杆件变形的形式 .....	80
本章小结 .....	81
思考题 .....	82
习题 .....	82
力学家简介 (钱学森) .....	83
<b>第 7 章 轴向拉伸与压缩</b> .....	84
7.1 轴向拉伸与压缩的概念和实例 .....	84
7.2 轴向拉伸与压缩时横截面上的内力 .....	85
7.3 轴向拉伸或压缩时截面上的应力 .....	87
7.4 轴向拉伸或压缩时的强度计算 .....	89
7.5 轴向拉伸与压缩时的变形 .....	91
7.6 应力集中 .....	94
本章小结 .....	95
思考题 .....	95
习题 .....	96
力学家简介 (胡克) .....	97
<b>第 8 章 剪切与挤压</b> .....	98
8.1 概述 .....	98
8.2 剪切的实用计算 .....	99
8.3 挤压的实用计算 .....	100
本章小结 .....	104
思考题 .....	104
习题 .....	105

力学家简介 (泊松) .....	106
<b>第 9 章 平面图形的几何性质</b> .....	107
9.1 概述 .....	107
9.2 静矩与形心 .....	107
9.3 惯性矩 .....	110
9.4 惯性积 .....	112
9.5 平行移轴公式 .....	113
9.6 转轴公式 .....	114
本章小结 .....	118
思考题 .....	118
习题 .....	119
力学家简介 (圣维南) .....	120
<b>第 10 章 扭转</b> .....	121
10.1 扭转的概念与实例 .....	121
10.2 外力偶矩与扭矩 .....	122
10.3 薄壁圆筒的扭转 .....	124
10.4 圆轴扭转时的应力及强度计算 .....	125
10.5 圆轴扭转时的变形及刚度计算 .....	129
本章小结 .....	130
思考题 .....	131
习题 .....	131
力学家简介 (托马斯·杨) .....	132
<b>第 11 章 弯曲内力</b> .....	133
11.1 弯曲的概念与实例 .....	133
11.2 梁的计算简图 .....	133
11.3 平面弯曲 .....	135
11.4 弯曲内力 .....	136
11.5 弯矩、剪力和载荷集度间的关系 .....	142
本章小结 .....	145
思考题 .....	146
习题 .....	146
力学家简介 (徐芝纶) .....	149
<b>第 12 章 弯曲应力</b> .....	150
12.1 梁弯曲时的正应力 .....	150
12.2 弯曲正应力的强度条件 .....	154
12.3 梁的弯曲切应力及其强度条件 .....	157
12.4 提高梁弯曲强度的措施 .....	163
本章小结 .....	165
思考题 .....	166

习题	167
力学家简介 (伽利略)	169
<b>第 13 章 弯曲变形</b>	170
13.1 弯曲变形的实例	170
13.2 梁的挠曲线近似微分方程	171
13.3 用积分法计算梁的变形	173
13.4 用叠加法计算梁的变形	176
13.5 梁的刚度条件	180
13.6 简单超静定梁	181
13.7 提高梁弯曲刚度的措施	183
本章小结	184
思考题	185
习题	185
力学家简介 (周培源)	187
<b>第 14 章 应力状态分析</b>	188
14.1 应力状态分析的任务	188
14.2 应力状态概述	189
14.3 平面应力状态应力分析的解析法	189
14.4 平面应力状态应力分析的图解法	194
14.5 三向应力状态	198
14.6 广义胡克定律	198
本章小结	201
思考题	203
习题	203
力学家简介 (铁摩辛柯)	205
<b>第 15 章 压杆稳定</b>	206
15.1 压杆稳定的概念与实例	206
15.2 细长压杆的临界压力	208
15.3 压杆的临界应力	211
15.4 压杆的稳定性计算	214
15.5 提高压杆稳定性的措施	216
本章小结	218
思考题	219
习题	220
力学家简介 (欧拉)	223
<b>第 16 章 材料力学试验</b>	224
16.1 概述	224
16.2 拉伸试验	224
16.3 压缩试验	229



16.4 扭转试验·····	231
16.5 弯曲正应力的测定·····	233
16.6 弯扭组合变形的主应力测定·····	235
本章小结·····	238
思考题·····	238
力学家简介（钱伟长）·····	240
附录 型钢表·····	241
习题答案·····	251
参考文献·····	256

## 第1章 静力学基础



### 学习要点

静力学的基本公理及物体的受力分析是研究静力学的基础。本章着重介绍约束力及约束反力。最后,介绍物体的受力分析及受力图的画法。

### 1.1 静力学概述

静力学是研究力系的简化及物体在力系作用下平衡条件的科学。

“平衡”是指物体相对于惯性参考系保持静止或做匀速直线运动,它是物体运动状态的一种特殊形式。例如,桥梁(见图1.1)、机床的床身(见图1.2)和做匀速直线飞行的飞机等都可视为处于平衡状态。在静力学中,主要研究三方面问题:

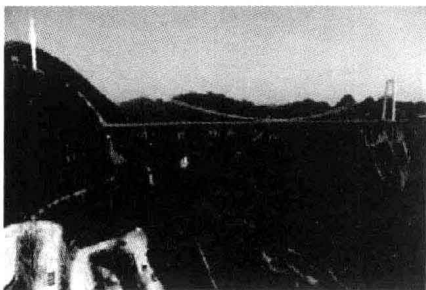


图 1.1 桥梁

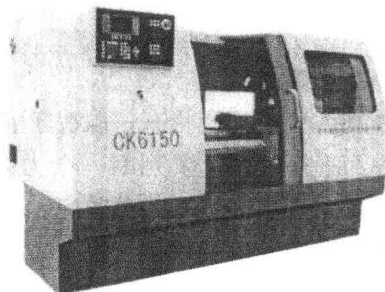


图 1.2 机床的床身

(1) 物体的受力分析。分析物体共受多少力及其每个力的大小、方向和作用点位置,以便对所研究的力系作初步了解。

(2) 力系的简化。用一个简单的力系来等效替换一个复杂的力系,从而抓住不同力系的共同本质,明确力系对物体作用的总效果。

(3) 建立力系的平衡条件。研究物体平衡时,作用在物体上的各种力系所需满足的条件。

在工程实际中存在着大量的静力学问题,例如,当对各种工程结构的构件(如梁、桥墩、屋架等)进行设计时,须用静力学理论进行受力分析和计算;机械设计时,也要应用静力学的知识分析机械零部件的受力情况作为强度计算的依据,对于运转速度缓慢或速度变化不大的构件的受力分析通常都可简化为平衡问题来处理。另外,静力学中力系的简化理论与物体的受力分析方法可直接应用于动力学和其他学科。因此,静力学在工程中有着广泛的应用,在力学理论中占有重要的地位。

## 1.2 静力学基本概念

### 1.2.1 力

力是物体与物体间相互的机械作用，这种作用可以使物体的机械运动状态发生改变，也可以使物体形状发生变化。力使物体运动状态发生改变的效应称为力的外效应或运动效应；力使物体形状发生变化的效应称为力的内效应或变形效应。在静力学中只研究力的外效应。

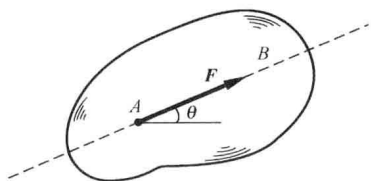


图 1.3 力的表示

力对物体作用的效应取决于力的大小、方向、作用点，它们称为力的三要素。当这三个要素中任何一个改变时，力的作用效应也随之改变。

力是一个既有大小又有方向的量，因此，力是矢量，它常用带箭头的直线线段表示，如图 1.3 所示。其中线段的长度  $AB$  按一定比例表示力的大小，线段的方位和箭头的指向表示力的方向，线段的起点表示力的作用点。通过力的作用点沿力的方位的直线，称为力的作用线。在国际单位制中，力的单位是  $N$  或  $kN$ 。

### 1.2.2 刚体

在静力学中研究的物体主要是刚体。所谓刚体是指物体在力的作用下，其内部任意两点之间的距离始终保持不变，即在力的作用下大小和形状保持不变的物体。它是由实际物体抽象而来的理想化的力学模型。

### 1.2.3 力系

物体能否处于平衡状态，取决于它所受到的一群力，即力系。能使物体保持其平衡状态的力系称为平衡力系。要判断一个力系是否为平衡力系必须先研究力系对物体作用的总效应。复杂力系对物体作用的总效应，可以用一个简单力系对物体作用的总效应来代替。寻找一个简单力系来等效替代一个复杂力系，称为力系的简化。这样，判断任何一个复杂力系是否为平衡力系，就可根据其简单的等效力系是否为平衡力系来决定。

### 1.2.4 力对点之矩

如图 1.4 所示，用扳手拧动螺母时，如果扳手上作用有三个力，则只有力  $F$  能使扳手绕  $O$  点转动， $F_1$  和  $F_2$  都不能使扳手绕  $O$  点转动。而且要产生最有效的旋转， $F$  应该与手柄垂直，距离应该尽可能地大。由此可知，在平面中力的转动效应，不仅与力的大小、方向有关，而且还与力作用线到转动中心  $O$  点的距离有关。因此，在力学中以力的大小与力臂的乘积来度量力  $F$  使物体绕  $O$  点转动效应的物理量，这个量称为力  $F$  对  $O$  点之矩，简称力矩，以符号  $M_O(F)$  表示，即

$$M_O(F) = Fd \quad (1.1)$$

其中，点  $O$  称为矩心， $d$  称为力臂，是矩心  $O$  到力作用线的距离。矩心  $O$  与力作用线构成的平面称为力矩作用面。乘积  $Fd$  是力矩的大小。在国际单位制中，力矩的单位是牛顿·米 ( $N \cdot m$ )。通常规定：力使物体绕矩心做逆时针方向转动时，力矩为正值；做顺时针方向转动时，力矩为负值。根据以上情况，平面内力对点之矩，只取决于力矩的大小及旋转方向，因此平面内力对点之矩是一个代数量，其数学表达式为

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1.2)$$

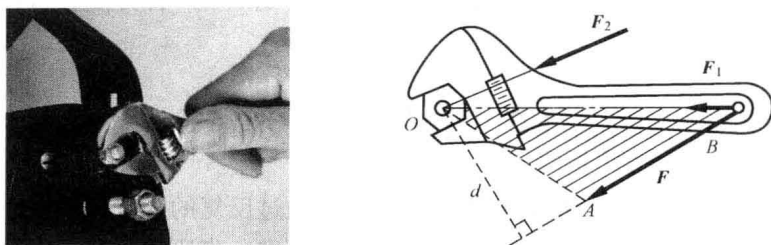


图 1.4 扳手拧动螺母

如图 1.5 所示, 如以力  $F$  为底边, 矩心为顶点, 构成三角形  $OAB$ , 则乘积  $Fd$  恰好等于三角形面积的两倍。因此, 力对点之矩又可表示为

$$M_O(\mathbf{F}) = \pm 2\Delta OAB \quad (1.3)$$

显然, 当力的作用线通过矩心时, 力对点之矩等于零; 力  $F$  对任意点之矩, 不会因该力沿其作用线移动而改变。

需要指出, 一般情况下, 矩心不一定是固定点, 也可以任意选择。这样, 力矩的概念也可以推广到一般情形。

### 1.2.5 合力矩定理

合力矩定理: 平面力系的合力对于平面内任意点之矩等于所有各分力对于该点之矩的代数和, 即

$$M_O(\mathbf{F}_R) = \sum M_O(\mathbf{F}_i) \quad (1.4)$$

当应用力矩定义不易计算力臂时, 把力沿某特定方向分解, 应用合力矩定理计算力矩较为方便。

**例 1.1** 已知  $F=500\text{N}$ ,  $a=0.1\text{m}$ ,  $b=0.2\text{m}$ ,  $\theta=60^\circ$ , 如图 1.6 所示。求力  $F$  对  $O$  点之矩。

**解** 力  $F$  对  $O$  点之矩可通过两种途径求出:

(1) 直接利用定义算法。由点  $O$  向力作用线作垂线,  $OD$  即为力臂  $d$ , 引入辅助线  $AC$  和  $BE$ , 并使  $AC \perp OD$ ,  $BE \perp AC$ , 可得

$$d = OD = OC + BE = a \cos \theta + b \sin \theta$$

于是得到

$$\begin{aligned} M_O(\mathbf{F}) &= Fd = F(a \cos \theta + b \sin \theta) \\ &= 500(0.1 \cos 60^\circ + 0.2 \sin 60^\circ) \\ &= 111.6 (\text{N} \cdot \text{m}) \end{aligned}$$

(2) 利用合力矩定理算法。首先将力  $F$  分解为两个正交分量  $F_1$  和  $F_2$ , 然后应用合力矩定理得

$$\begin{aligned} M_O(\mathbf{F}) &= M_O(\mathbf{F}_1) + M_O(\mathbf{F}_2) \\ &= F_1 a + F_2 b \\ &= F a \cos \theta + F b \sin \theta \\ &= F(a \cos \theta + b \sin \theta) \\ &= 500(0.1 \cos 60^\circ + 0.2 \sin 60^\circ) \\ &= 111.6 (\text{N} \cdot \text{m}) \end{aligned}$$

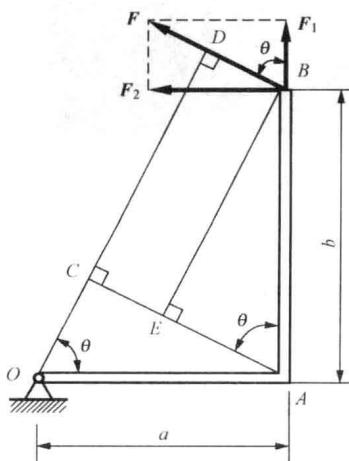


图 1.6 例 1.1 图

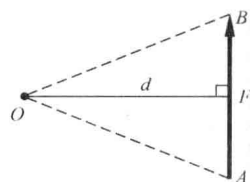


图 1.5 力对点之矩

比较两种求解过程，第(1)种方法分析比较麻烦，第(2)种方法分析容易，计算也方便，是计算力矩的常用方法。

### 1.3 静力学公理

静力学公理是人们在长期的生活和生产实践中，经过反复的观察和实践总结出来的客观规律，它正确地反映了作用于物体上力的基本性质，是进一步研究复杂力系平衡性质的理论基础。

#### 公理 1 二力平衡公理

作用于刚体上的两个力使刚体保持平衡的充分必要条件是：这两个力的大小相等、方向相反，并作用在同一直线上。

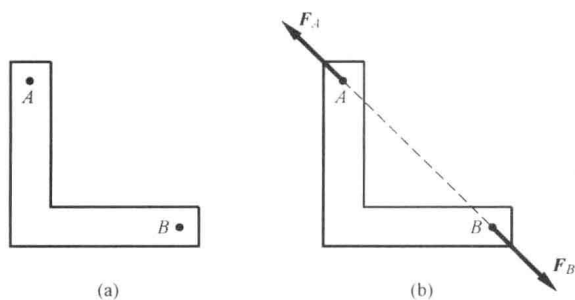


图 1.7 二力构件

二力平衡公理说明，若一个刚体只受两个力作用而处于平衡，则它们的作用线必与它们的作用点之连线相重合。这种只受二力作用而平衡的刚体常称为二力构件，如图 1.7 (a) 所示，一物体在 A、B 两点受力而平衡，根据二力平衡条件，作用于二力构件上的两力必沿两力作用点的连线，或为拉力，或为压力，且大小相等、方向相反，如图 1.7 (b) 所示。

若二力构件是杆件，则称为二力杆，例如，机械机构中的支杆（见图 1.8）和桁架结构中的杆件（见图 1.9）均为二力杆。

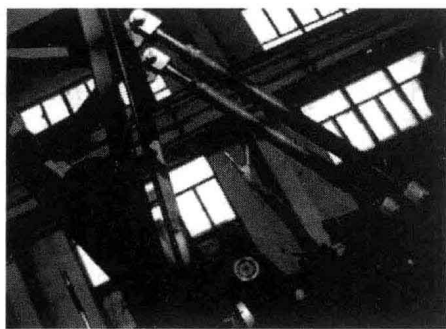


图 1.8 支杆

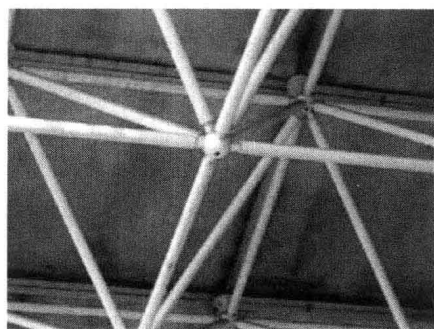


图 1.9 桁架

应该指出，该公理揭示的是作用于刚体上最简单力系的平衡的充要条件。对于非刚体来说，只是必要条件，而非充分条件。如图 1.10 所示，软绳受两个等值反向的拉力可以平衡，当受两个等值反向的压力时，就不能平衡了。



图 1.10 软绳

**公理 2 加减平衡力系公理**

在某力系作用的刚体上，加上或减去一个平衡力系，不会改变原力系对刚体的作用效果。这个公理是力系等效替换的理论依据，而且只适用于刚体。

**推论 1 力的可传性**

作用于刚体的力可以沿其作用线移至同一刚体内任意一点，并不改变其对于刚体的作用效应。

**证明：**设有力  $F$  作用于刚体上的  $A$  点，如图 1.11 (a) 所示，在其作用线上任取一点  $B$ ，在  $B$  点加上两个相互平衡的力  $F_1$  和  $F_2$ ，使得  $F_2 = -F_1 = F$ ，如图 1.11 (b) 所示。根据公理 1， $F$  和  $F_1$  构成一个平衡力系，所以，由公理 2 可以去掉这两个力，这样由作用于刚体  $B$  点的力  $F_2$  等效地替换了作用于  $A$  点的力  $F$ ，即力  $F$  相当于从作用点  $A$  沿其作用线移到了任意点  $B$ ，如图 1.11 (c) 所示。

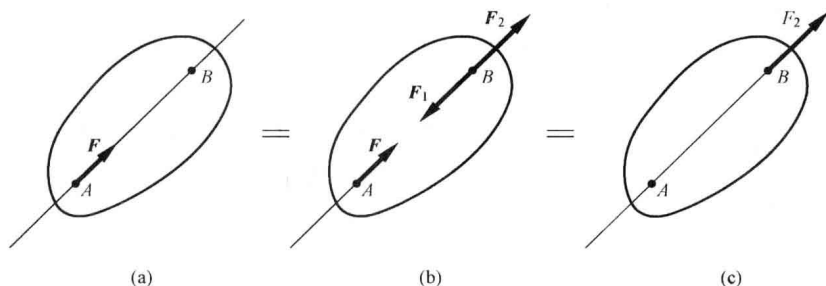


图 1.11 力的可传性

由力的可传性可知，作用于刚体上的力的三要素是大小、方向和作用线，即对于刚体来说，力是滑动矢量。

应该指出，力的可传性仅适用于研究力的运动效应，而不适用于研究力的变形效应。因为力沿其作用线移动时，将引起变形效应的改变。如图 1.12 所示的直杆，在两端  $A$ 、 $B$  处施加大小相等、方向相反、作用线相同的两个力  $F_1$ 、 $F_2$ ，显然这时杆件产生拉伸变形，如图 1.12 (a) 所示。若将力  $F_1$  沿其作用线移至  $B$  点，力  $F_2$  移至  $A$  点，如图 1.12 (b) 所示，这时杆件则产生压缩变形，这两种变形效应是不同的。因此，作用于变形体上的力是定位矢量，其作用点不能移动。

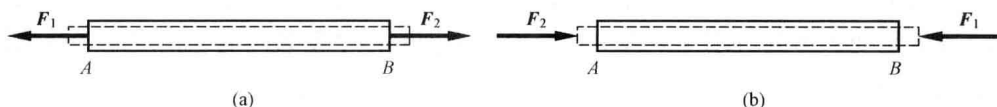


图 1.12 拉伸变形与压缩变形

**公理 3 力的平行四边形法则**

作用于物体上某一点的两个力，可以合成为一个合力，合力也作用于该点上，合力的大小和方向可由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线确定，这称为力的平行四边形法则。如图 1.13 所示，合力矢等于这两个分力矢的矢量和，即

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

为了简化计算，通常只需画出半个平行四边形，即力三角形。由只表示力的大小和方向

的分力矢与合力矢所构成的三角形称为力三角形，这种求合力矢的方法称为力的三角形法则。这个公理是复杂力系简化的理论基础。

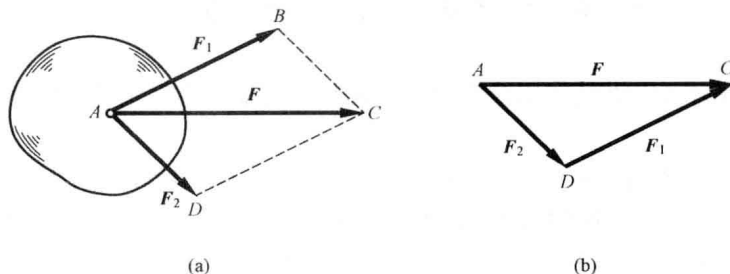


图 1.13 力的平行四边形与力的三角形

### 推论 2 三力平衡汇交定理

当刚体受三力作用而平衡时，若其中两力作用线相交于一点，则第三力作用线必通过两力作用线的交点，且三力的作用线在同一平面内。

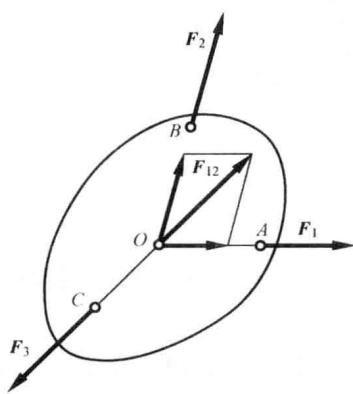


图 1.14 三力平衡汇交

**证明：**设刚体  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点分别受三力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  的作用而处于平衡，其中  $F_1$ 、 $F_2$  的作用线相交于  $O$  点，如图 1.14 所示。根据力的可传性，可将力  $F_1$ 、 $F_2$  移至  $O$  点，利用公理 3，力  $F_1$ 、 $F_2$  可用其合力  $F_{12}$  来替换，此时刚体受二力  $F_{12}$  和  $F_3$  作用而平衡。由公理 1 可知， $F_3$  与  $F_{12}$  必共线，所以力  $F_3$  的作用线也在力  $F_1$  和  $F_2$  所构成的平行四边形的平面上，且通过  $F_1$ 、 $F_2$  作用线的交点  $O$ 。

### 公理 4 作用与反作用定律

两物体间的相互作用力总是大小相等、方向相反，沿同一直线，分别作用在这两个物体上。

该公理概括了自然界中物体间相互作用力的关系，这是分析物体间相互作用力的一条重要规律，为研究由多个物体组成的物系问题提供了理论基础。

### 公理 5 刚化原理

如果变形体在某一力系作用下处于平衡，则此变形体可刚化为刚体，其力系必满足其平衡条件。这就是变形体的可刚化原理。这一原理为把刚体平衡条件的理论应用于变形体的平衡问题提供了理论依据。

## 1.4 约束与约束力

在力学中通常把物体分为两类：一类是自由体，另一类称为非自由体。在空间的位移不受任何限制，即可以自由运动的物体称为自由体，如空中飞行的飞机（见图 1.15）、人造卫星等。而工程中大多数物体的运动都要受到一定的限制，使某些方向的运动不能发生，这样的物体称为非自由体，也称被约束物体，如行驶火车（见图 1.16）、厂房、桥梁等。对非自由体某些位移起限制作用的周围物体，称为约束。换句话说，所谓约束，是指加于物体上

的限制条件, 如钢轨对于火车是约束, 地面对厂房是约束, 吊灯的灯绳对于灯是约束等。



图 1.15 飞机

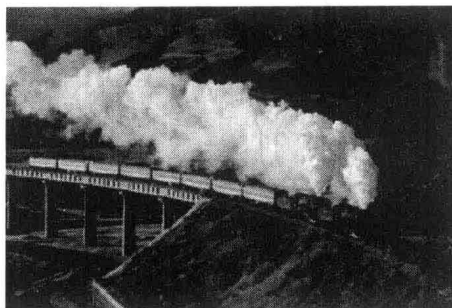


图 1.16 火车

物体受到约束时, 物体与约束之间必然有相互作用力, 约束对物体的作用力称为约束反作用力, 简称约束反力或反力。物体除受约束力外, 还受到各种载荷如重力、风力、水压力、切削力等已知力的作用, 它们是促使物体运动或有运动趋势的力, 称为主动力。显然, 约束反力作用点应在两物体的接触处, 其方向总是与物体可能运动的方向相反。一般情况下, 约束反力是未知的, 在静力学问题中, 约束反力和主动力组成平衡力系, 可用平衡条件求出未知的约束反力。

下面介绍几种在工程实际中常见的约束类型和确定约束力的方法。

#### 1.4.1 柔性体约束

用柔软的、不可伸长、不计重量的绳索(见图 1.17)、胶带、链条(见图 1.18)等柔性体连接物体而构成的约束, 统称为柔性体约束。这类约束的特点是只能限制物体沿着柔性体伸长的方向运动。因此, 柔性体的约束力只能是拉力, 作用在连接点或假想截割处, 方向沿着柔性体的轴线而背离被约束物体, 如图 1.19 和图 1.20 所示。

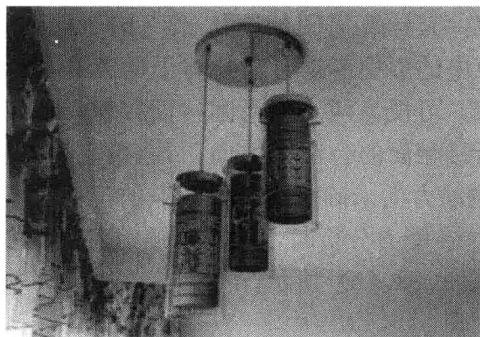


图 1.17 绳索

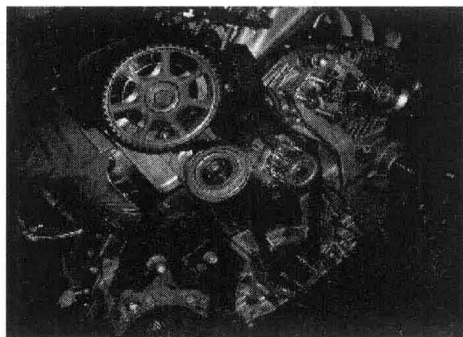


图 1.18 链条

#### 1.4.2 光滑接触面约束

两物体直接接触, 且不计接触处摩擦面而构成的约束, 称为光滑(接触)面约束。这类约束的特点是不论接触表面的形状如何, 只能限制物体沿过接触点的公法线而趋向接触面方向的运动。所以, 光滑接触面的约束力只能是压力, 作用在接触点处, 方向沿着接触表面在接触点的公法线上而指向物体, 如图 1.21 所示。



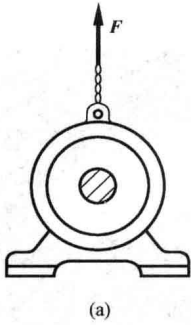


图 1.19 绳索约束力

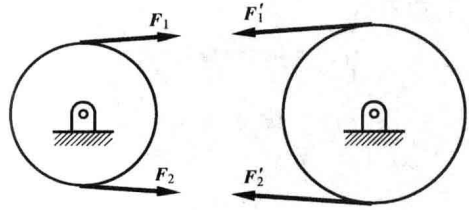


图 1.20 胶带约束力

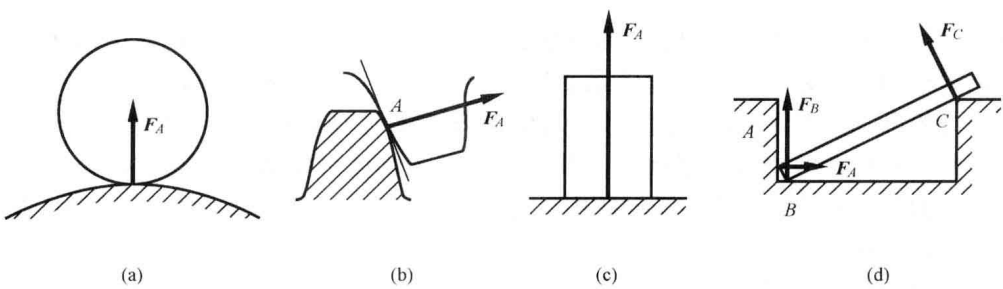


图 1.21 光滑接触面约束

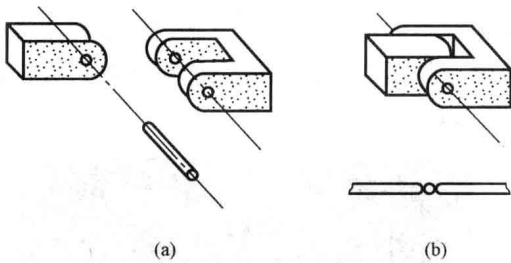


图 1.22 光滑圆柱形铰链

### 1.4.3 光滑铰链约束

(1) 光滑圆柱形铰链。在工程实际中，常用圆柱形销钉将两个构件连接起来，如图 1.22 (a) 所示。这种约束称为圆柱形铰链，简称铰链约束，其计算简图如图 1.22 (b) 所示。铰链约束中的圆柱形销钉与物体上的圆孔如果不计摩擦，可视为两个光滑圆柱面接触，所以约束力沿接触面的公法线方向，并且通过圆孔和铰链中心，如图 1.23 (a) 所示。一般情况下，当主动力尚未确定时，接触点的位置也不能预先确定，即约束反力的方向不能预先确定。因此，在受力分析时，常把铰链约束反力表示为作用在铰链中心的两个大小未知的正交分力，如图 1.23 (b) 所示。

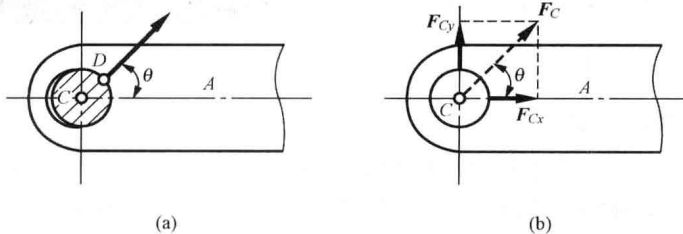


图 1.23 约束力表示

(2) 固定铰支座。在圆柱形铰链连接的两构件中，若其中一个构件被固定在地面上或机