2012中考必备

中考压轴题

ZHONGKAOYAZHOUTI

数学

空间与图形

丛书主编 南秀全
本册主编 付东峰

经典·易错
热点·创新
压轴·综合

特别篇：2011年各地中考新题速递

長春出版社
全国百佳图书出版单位

2012中考必备

经典·易错
热点·创新
压轴·综合

中考压轴题

数学

空间与图形

丛书主编　南秀全
本册主编　付东峰
本册编委

南　山	肖九河	王田平	付东峰	余曙光
姜文清	何艳庭	黄振国	汪菊梅	吴丽芬
柳　平	张　梅	邢乃心	王曙光	聂文江
万德江	汪　彬	沈立新	李丹威	魏元鸿
于桂金	张　志	樊　宏	李　虎	郭秉民
施文远	张庭国	陈军奎	李安宁	郭文翰
杜　文	苏文钰	安映东	李晓娟	吕培庆
李凯洛	王　斌	刘继斌	刘娟丽	涂晓兰

長春出版社
全国百佳图书出版单位

图书在版编目(CIP)数据

中考压轴题.数学.空间与图形/南秀全主编;付东峰编.—长春:长春出版社,2010.9
ISBN 978-7-5445-1167-4

Ⅰ.①中… Ⅱ.①南… ②付… Ⅲ.①几何课—初中—解题—升学参考资料 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 207893 号

中考压轴题·数学(空间与图形)

丛书主编:南秀全
本册主编:付东峰
责任编辑:谢冰玉 郭鼎民
封面设计:刘喜岩

出版发行:長春出版社 总编室电话:0431-88563443
发行部电话:0431-88561180 邮购零售电话:0431-88561177
地　　址:吉林省长春市建设街 1377 号
邮　　编:130061
网　　址:www.cccbs.net
制　　版:长春出版社美术设计制作中心
印　　刷:长春市新世纪印业有限公司
经　　销:新华书店

开　　本:787 毫米×1092 毫米 1/16
字　　数:585 千字
印　　张:20.5
版　　次:2010 年 9 月第 1 版
印　　次:2011 年 9 月第 2 次印刷
定　　价:33.80 元

前 言

QIANYAN

期待精彩

托马斯•富勒说:"知识是珍宝,但实践是得到它的钥匙。"解题就是一项重要的学习实践。解题,能巩固所学知识和积累运用知识的技巧;解题,能全面了解知识的内涵和知识间的联系;解题,能学会思考问题的方法和掌握解决问题的途径。如果有一套既费时少又能有效落实《新课程标准》要求,事半功倍地夯实基础,发展能力,提高成绩的书该有多好?众里寻它千百度,那书却在灯火阑珊处。亲爱的朋友,《中考压轴题》丛书就是广大师生所期盼的这样一套书!它是在教育专家的悉心指导下,由多年奋战在中考一线、经验丰富的名师精心编写的。本丛书具有以下特点:

一、立足课标,明确考点,适用于使用各种版本教材的学生。

《新课程标准》是中考命题的依据,也是编写本丛书的依据。本丛书把各学科每一册书中的同类问题划分为不同的专题,突出必须掌握的知识点和"考纲"明确的考点,逐步进行经典例题讲解分析,归纳提炼出解题规律,然后辅以适量的同类习题训练,帮助学生巩固知识,灵活运用方法技巧,举一反三,提高水平,增强能力。讲练力求涉及专题的各个不同层面与细节,力求杜绝遗漏,既注意到面,又关注到细,对使用各种版本教材的学生都有很强的指导、启发作用。

二、跟踪学情,强化难点,集中指导学生解决易错题。

由于知识理解偏差,或方法运用不当,学生解题时往往害怕难题,解题出现错题。编者根据多年的教学经验,有针对性地挑选了出错频率

很高的易错题，对每一种题型的解题方法，从思路、技巧、策略上进行了归纳、总结，帮助学生透彻理解知识，找到敏捷的解题思路和简捷的解题方法。特别是强化了解题过程中对隐性知识的理解和运用，以图降低解题难度，提高解题准确性。

三、与时俱进，聚焦热点，指导学生掌握热点考题。

创新是当今时代发展的主旋律。教学和考试因时而变，一大批创意新颖、贴近生活、形式活泼、内容丰富的热点考题应运而生。这些考题不仅注重基础，也渗透了对学生创造、创新素质的检测。为此，编者广泛搜集、精心挑选了一些经典的考题，点拨解题思路，详列经典的解题过程，总结解题规律和方法，强调应当注意的一些问题，然后配以最新的互动练习，做到讲解与训练相结合、教学与检测相结合、学习与提高相结合。与其他教辅书相比，本丛书真正做到了他无我有，他有我新。

四、服务中考，突出重点，引领考生备考冲刺。

学生最终要走进中考考场接受检验。如何科学、准确定位复习策略，有针对性地备考应考？这是中考备考的关键。仔细研究发现，近几年中考命题有这样的趋势：依据《新课程标准》规定的内容，讲求落实重基础，源于教材多变化，检查素养考能力。本丛书在吃透《新课程标准》精髓和准确把握中考命题脉动的基础上，科学预测，审慎选择了一些有代表性的压轴题、综合题，让学生通过练习，提高综合解题能力和创造性地解决问题的能力。无论是例题还是习题，在选题时力求新颖、适用、典型，紧扣当前的考试方向。

另外，为使学生更精准地把握中考脉动，丛书特别增加了“2011年各地中考新题速递”内容，增强了本套丛书的时效性，对学生备战2012年中考更具指导意义。

压轴戏是舞台上的精彩！

压轴题是中考试卷上的精彩！

探寻解决压轴题的技法并告诉你，是本套书的精彩！

因为这套书，拥有面对中考压轴题的淡定，那是期待你将拥有的精彩！

编者

2011年9月1日

目 录

CONTENTS

第一章 直线形的证明及计算

热点规律透视

1. 三角形的证明问题主要是应用全等三角形的性质与判定定理. 计算题主要借助全等三角形的性质、等腰三角形的性质与勾股定理.

2. 四边形的证明与计算关键要抓住特殊四边形间的区别与联系,以及梯形的常用辅助线的作法,并要善于把四边形转化为三角形知识.

3. 与相似形相关问题,解题依据是相似形的性质与判定定理.

4. 掌握基本证明的常用辅助线(如连结四边形对角线)和计算的常用技巧(如割补法、取长补短法等).

创新互动讲练

经典题·易错题

考点1 三角形的证明及计算

【例1】(襄樊市,2010)如图1-1,点 E、C 在 BF 上,$BE=FC$,$\angle ABC=\angle DEF=45°$,$\angle A=\angle D=90°$.

(1)求证:$AB=DE$;

(2)若 AC 交 DE 于 M,且 $AB=\sqrt{3}$,$ME=\sqrt{2}$,将线段 CE 绕点 C 顺时针旋转,使点 E 旋转到 AB 上的 G 处,求旋转角 $\angle ECG$ 的度数.

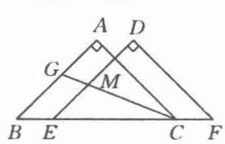

图1-1

解析 (1)$\because BE=FC$,$\therefore BC=EF$.

又$\because \angle ABC=\angle DEF$,$\angle A=\angle D$,

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle DEF$.

$\therefore AB=DE$.

(2)$\because \angle DEF=\angle B=45°$,$\therefore DE\parallel AB$.

$\therefore \angle CME=\angle A=90°$.

$\therefore AC=AB=\sqrt{3}$,$MC=ME=\sqrt{2}$.

$\therefore CG=CE=2$.

在 Rt$\triangle CAG$ 中,$\cos\angle ACG=\dfrac{AC}{CG}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore \angle ACG=30°$.

$\therefore \angle ECG=\angle ACB-\angle ACG=45°-30°=15°$.

易错点提示 (1)几何证明过程讲究严密,思路清晰,因果关系明确,环环相扣,所以在表述证明过程时,关键环节特别不能遗漏.

(2)几何计算也要注意前后的因果关系,如本例中先要计算 $\angle CME=\angle A=90°$,保证在直角三角形前提下应用锐角三角函数.

【例2】(北京市,2009)如图1-2,已知 $\triangle ABC$.

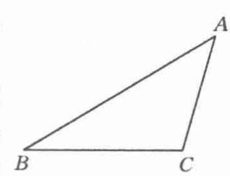

图1-2

(1)请你在 BC 边上分别取两点 D、E(BC 的中点除外),连结 AD、AE,写出使此图中只存在两对面积相等的三角形的相应条件,并表示出面积相等的三角形.

(2)请你根据使(1)成立的相应条件,证明:$AB+AC>AD+AE$.

解析 (1)如图1-3,$BD=CE\neq DE$;

$\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$,

$\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$.

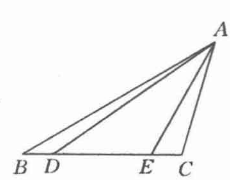

图1-3

(2)证法一:如图1-4,分别过点 D、B 作 CA、EA 的平行线,两线相交于 F 点,DF 与 AB 交于 G 点.

$\therefore \angle ACE=\angle FDB$,

$\angle AEC=\angle FBD$.

在$\triangle AEC$和$\triangle FBD$中，$CE=BD$，

可证$\triangle AEC\cong\triangle FBD$，

$\therefore AC=FD,AE=FB$，

在$\triangle AGD$中，

$AG+DG>AD$，

在$\triangle BFG$中，

$BG+FG>FB$，

$\therefore AG+DG-AD>0$，

$BG+FG-FB>0$，

$\therefore AG+DG+BG+FG-AD-FB>0$，

即$AB+FD>AD+FB$，

$\therefore AB+AC>AD+AE$.

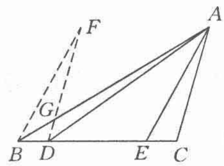

图 1-4

证法二：如图 1-5，分别过A、E作CB、CA的平行线，两线相交于F点，EF与AB交于G点，连结BF，则四边形$FECA$是平行四边形.

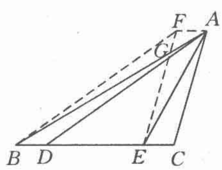

图 1-5

$\therefore FE=AC,AF=CE$.

$\because BD=CE,\therefore BD=AF$.

$\therefore$四边形$FBDA$是平行四边形.

$\therefore FB=AD$.

在$\triangle AGE$中，$AG+EG>AE$；

在$\triangle BFG$中，$BG+FG>FB$.

可推得$AG+EG+BG+FG>AE+FB$.

$\therefore AB+AC>AD+AE$.

证法三：如图 1-6，取DE的中点O，连结AO并延长到F点，使得$FO=AO$，连结EF、CF，延长AE交CF于G点.

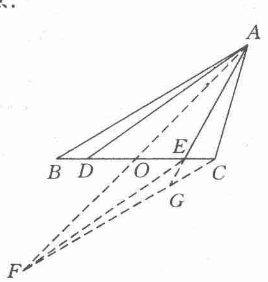

图 1-6

在$\triangle ADO$和$\triangle FEO$中，有$\angle AOD=\angle FOE$，$DO=EO$，

可证$\triangle ADO\cong\triangle FEO$，故$AD=FE$.

$\because BD=CE,DO=EO,\therefore BO=CO$.

同理可证$\triangle ABO\cong\triangle FCO,\therefore AB=FC$.

在$\triangle ACG$中，$AC+CG>AE+EG$，

在$\triangle EFG$中，$EG+FG>EF$，

可推得$AC+CG+EG+FG>AE+EG+EF$，

即$AC+CF>AE+EF$，

$\therefore AB+AC>AD+AE$.

规律技巧 1. 证明几何量间的不等关系，首先联想应用的是“三角形的任意两边之和大于第三边”，“三角形的一个外角大于和它不相邻的任一个内角”等性质.

2. 对不在同一个三角形内的几条边之间的不等关系的证明，要通过作辅助线实现等量转换，使分散的边集中到同一个三角形中.

同类问题拷贝

1. （金华市，2009）如图 1-7，已知点B、F、C、E在同一直线上，$AB\perp BE$，垂足为B，$DE\perp BE$，垂足为E，且$AB=DE$. 请你添加一个条件，使$AC=DF$（不再添加其他线段，不再标注或使用其他字母），并给出证明.

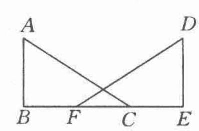

图 1-7

2. （张家界市，2009）小明将一幅三角板如图 1-8 所示摆放在一起，发现只要知道其中一边的长就可以求出其他各边的长，若已知$CD=2$，求AC的长.

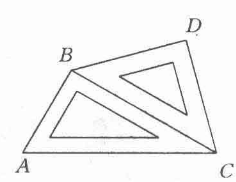

图 1-8

3. （宁夏回族自治区，2009）如图 1-9，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，CD是AB边上的中线，将$\triangle ADC$沿AC边所在的直线折叠，使点D落在点E处，得四边形$ABCE$. 求证：$EC/\!/AB$.

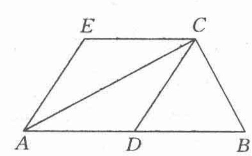

图 1-9

4. （青海省，2009）如图 1-10，梯形$ABCD$中，$AD/\!/BC$，$AB=DC$，P为梯形$ABCD$外一点，PA、PD

分别交线段 BC 于点 E、F，且 $PA=PD$.

(1) 图 1-10 中除了 $\triangle ABE\cong\triangle DCF$ 外，请你再找出其余三对全等的三角形（不再添加辅助线）.

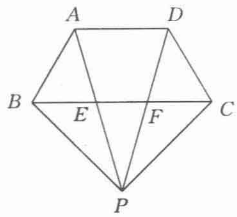

图 1-10

(2)求证：$\triangle ABE\cong\triangle DCF$.

5. （定西市，2009）如图 1-11，$\triangle ACB$ 和 $\triangle ECD$ 都是等腰直角三角形，$\angle ACB=\angle ECD=90^\circ$，$D$ 为 AB 边上一点，求证：

(1) $\triangle ACE\cong\triangle BCD$；

(2) $AD^2+DB^2=DE^2$.

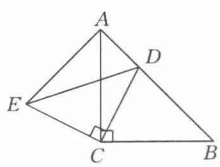

图 1-11

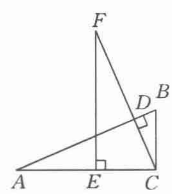

图 1-12

6. （北京市，2009）已知：如图 1-12，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$CD\perp AB$ 于点 D，点 E 在 AC 上，$CE=BC$，过 E 点作 AC 的垂线，交 CD 的延长线于点 F. 求证：$AB=FC$.

7. （宜昌市，2009）已知：如图 1-13，AF 平分 $\angle BAC$，$BC\perp AF$，垂足为 E，点 D 与点 A 关于点 E 对称，PB 分别与线段 CF、AF 相交于 P、M.

(1)求证：$AB=CD$.

(2)若 $\angle BAC=2\angle MPC$，请你判断 $\angle F$ 与 $\angle MCD$ 的数量关系，并说明理由.

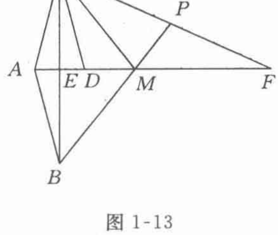

图 1-13

考点 2 四边形的证明及计算

【例 3】 （金华市，2007）国家级历史文化名城——金华，风光秀丽，花木葱茏. 某广场上一个形状是平行四边形的花坛（如图 1-14），分别种有红、黄、蓝、绿、橙、紫 6 种颜色的花. 如果有 $AB\parallel EF\parallel DC$，$BC\parallel GH\parallel AD$，那么下列说法中错误的是 （ ）

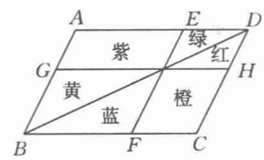

图 1-14

A. 红花、绿花种植面积一定相等

B. 紫花、橙花种植面积一定相等

C. 红花、蓝花种植面积一定相等

D. 蓝花、黄花种植面积一定相等

解析 由于在▱$ABCD$ 中已给出条件 $AB\parallel EF\parallel DC$，$BC\parallel GH\parallel AD$，因此 GH、BD、EF 把一个▱$ABCD$ 分割成四个小平行四边形，一条对角线可以把一个平行四边形的面积一分为二，据此可从图中获得 $S_{黄}=S_{蓝}$，$S_{绿}=S_{红}$，$S_{(紫+黄+绿)}=S_{(橙+蓝+红)}$. 根据等量相减原理知，$S_{紫}=S_{橙}$. 故 A、B、D 说法正确. 再考察 $S_{红}$ 与 $S_{蓝}$，显然不一定相等，故应选 C.

规律技巧 平行四边形的一条对角线可以把平行四边形分成两个全等的三角形，那么两个三角形的面积一定相等. 这些都是几何图形中的隐含条件，又是解题的突破口.

【例 4】 （宿迁市，2008）如图 1-15，在平行四边形 $ABCD$ 中，E 为 BC 的中点，连结 AE 并延长交 DC 的延长线于点 F.

(1)求证：$AB=CF$.

(2)当 BC 与 AF 满足什么数量关系时，四边形 $ABFC$ 是矩形，并说明理由.

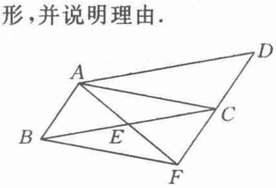

图 1-15

解析 (1)∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AB\parallel CD$，$AB=CD$.

∴ $\angle BAE=\angle CFE$，$\angle ABE=\angle FCE$.

∵ E 为 BC 的中点，

∴ $EB=EC$.

∴ $\triangle ABE\cong\triangle FCE$.

∴ $AB=CF$.

(2)当 $BC=AF$ 时，四边形 $ABFC$ 是矩形.

理由如下：∵ $AB/\!/CF$，$AB=CF$，

∴ 四边形 $ABFC$ 是平行四边形.

∵ $BC=AF$，

∴四边形 $ABFC$ 是矩形.

规律技巧 对角线是联结特殊四边形间最好的纽带，涉及特殊平行四边形的问题多可以从对角线入手考虑. 甚至在题目中没有画出对角线时，常常把连结对角线作为计算、证明的辅助线.

【例 5】 (北京市，2008)如图 1-16，在梯形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，$AB\perp AC$，$\angle B=45°$，$AD=\sqrt{2}$，$BC=4\sqrt{2}$，求 DC 的长.

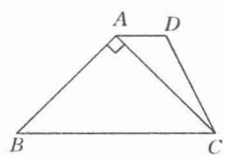

图 1-16

解析 解法一：如图 1-17，分别过点 A、D 作 $AE\perp BC$ 于点 E，$DF\perp BC$ 于点 F.

∴ $AE/\!/DF$.

又 $AD/\!/BC$，

∴ 四边形 $AEFD$ 是矩形.

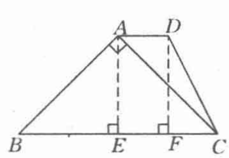

图 1-17

∴ $EF=AD=\sqrt{2}$.

又 $AB\perp AC$，$\angle B=45°$，$BC=4\sqrt{2}$，

∴ $AB=AC=4$.

∴ $AE=EC=\frac{1}{2}BC=2\sqrt{2}$.

∴ $DF=AE=2\sqrt{2}$，

$CF=EC-EF=\sqrt{2}$.

在 Rt$\triangle DFC$ 中，$\angle DFC=90°$，

∴ $DC=\sqrt{DF^2+CF^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{10}$.

解法二：如图 1-18，过点 D 作 $DF/\!/AB$，分别交 AC、BC 于点 E、F.

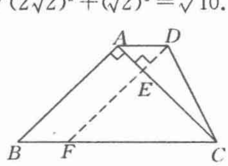

图 1-18

又 $AB\perp AC$，

∴ $\angle AED=\angle BAC=90°$.

又 $AD/\!/BC$，

∴ $\angle DAE=180°-\angle B-\angle BAC=45°$.

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，$\angle B=45°$，$BC=4\sqrt{2}$，

∴ $AC=BC\cdot\sin45°=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4$.

在 Rt$\triangle ADE$ 中，$\angle AED=90°$，$\angle DAE=45°$，$AD=\sqrt{2}$，

∴ $DE=AE=1$.

∴ $CE=AC-AE=3$.

在 Rt$\triangle DEC$ 中，$\angle CED=90°$，

∴ $DC=\sqrt{DE^2+CE^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.

规律技巧 1. 本题需要添加适当的辅助线，构造特殊的三角形，然后运用勾股定理求出结论. 下面又给了四种添加辅助线的不同方法(如图 1-19①②③④)，这些都是梯形中常用的辅助线.

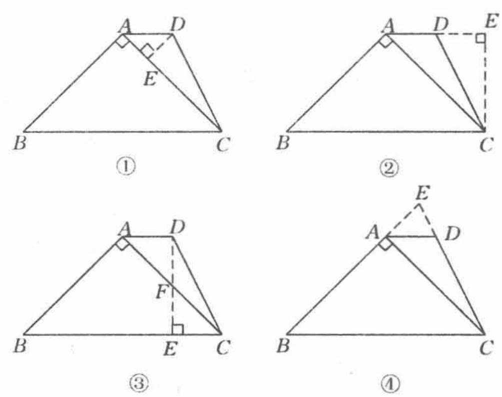

图 1-19

2. 在辅助线的添加与叙述时，应注意避免经常犯的同时满足多个条件的错误. 例如：解法二中的辅助线，常常会出现"过点 D 作 $DF/\!/AB$，使 $DF\perp AC$"等的错误.

【例 6】 (厦门市，2009)已知四边形 $ABCD$，$AD/\!/BC$，连结 BD.

(1)小明说："若添加条件 $BD^2=BC^2+CD^2$，则四边形 $ABCD$ 是矩形."你认为小明的说法是否正确？若正确，请说明理由；若不正确，请举出一个反例说明.

(2)若 BD 平分 $\angle ABC$，$\angle DBC=\angle BDC$，$\tan\angle DBC=1$，求证：四边形 $ABCD$ 是正方形.

解析 (1)不正确.

如图 1-20，作(直角)梯形 $ABCD$，使得 $AD/\!/BC$，$\angle C=90°$. 连结 BD，则有 $BD^2=BC^2+CD^2$. 而四边形 $ABCD$ 是直角梯形，不是矩形.

(2)如图 1-21，

$\because \tan\angle DBC=1$，

$\therefore \angle DBC=45°$.

$\because \angle DBC=\angle BDC$，

$\therefore \angle BDC=45°$.

$\therefore BC=DC$.

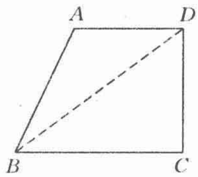

图 1-20

证法一：

$\because BD$ 平分$\angle ABC$，

$\therefore \angle ABD=45°$，

$\therefore \angle ABD=\angle BDC$.

$\therefore AB\parallel DC$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

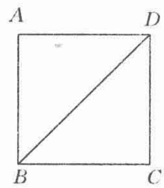

图 1-21

又$\angle ABC=45°+45°=90°$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形.

$\because BC=DC$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形.

证法二：$\because BD$ 平分$\angle ABC$，$\angle BDC=45°$，

$\therefore \angle ABC=90°$.

$\because \angle DBC=\angle BDC=45°$，$\therefore \angle BCD=90°$.

$\because AD\parallel BC$，$\therefore \angle ADC=90°$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形.

又$\because BC=DC$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形.

证法三：$\because BD$ 平分$\angle ABC$，$\therefore \angle ABD=45°$.

$\therefore \angle BDC=\angle ABD$.

$\because AD\parallel BC$，$\therefore \angle ADB=\angle DBC$.

$\because BD=BD$，

$\therefore \triangle ADB\cong\triangle CBD$.

$\therefore AD=BC=DC=AB$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

又$\because \angle ABC=45°+45°=90°$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形.

规律技巧 1. 题(1)的已知条件中只给出了四边形的一组对边平行，满足的图形可能是平行四边形，也可能是梯形. 所以，只要画出梯形，即可说明小明说的不对.

2. 正方形是最特殊的四边形，对正方形的证明往往要从平行四边形证明起，但是证明角度不同. 如证“一组邻边相等的矩形”或证“一个角为 90° 的菱形”，可灵活地视题而定.

【例 7】 (泰安市，2009)如图 1-22 所示，在直角梯形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=90°$，$AD\parallel BC$，$AB=BC$，E 是 AB 的中点，$CE\perp BD$.

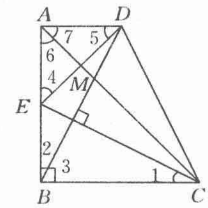

图 1-22

(1)求证：$BE=AD$.

(2)求证：AC 是线段 ED 的垂直平分线.

(3)$\triangle DBC$ 是等腰三角形吗？请说明理由.

解析 (1)$\because \angle ABC=90°$，$BD\perp EC$，

$\therefore \angle 1$ 与$\angle 3$ 互余，$\angle 2$ 与$\angle 3$ 互余，

$\therefore \angle 1=\angle 2$.

$\because \angle ABC=\angle DAB=90°$，$AB=AC$.

$\therefore \triangle BAD\cong\triangle CBE$.

$\therefore AD=BE$.

(2)$\because E$ 是 AB 中点，$\therefore EB=EA$.

由(1)中 $AD=BE$ 得 $AE=AD$.

$\because AD\parallel BC$，

$\therefore \angle 7=\angle ACB=45°$.

$\because \angle 6=45°$，

$\therefore \angle 6=\angle 7$.

由等腰三角形的性质得 $EM=MD$，$AM\perp DE$.

即 AC 是线段 ED 的垂直平分线.

(3)$\triangle DBC$ 是等腰三角形($CD=BD$).

理由如下：由(2)得 $CD=CE$.

由(1)得 $CE=BD$.

$\therefore CD=BD$.

$\therefore \triangle DBC$ 是等腰三角形.

规律技巧 证明线段相等，常先考虑线段所在的两个三角形全等.

易错点提示 题(2)中推得 $AE=AD$ 后，不能就说明 AC 垂直平分 ED，只能表示点 A 在线段 ED 的中垂线. 而要证明中垂线，必须要两点满足条件，因为两点才决定一条直线.

同类问题拷贝

8. (济南市,2009)已知:如图 1-23,在▱$ABCD$ 中,E、F 是对角线 BD 上的两点,且 $BF=DE$.求证:$AE=CF$.

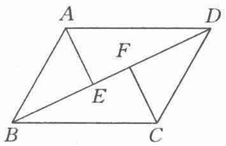

图 1-23

9. (乐山市,2009)如图 1-24 所示,在等腰梯形 $ABCD$ 中,$AD/\!/BC$,G 是 AB 边上的一点,过点 G 作 $GE/\!/DC$ 交 BC 边于点 E,F 是 EC 的中点,连结 GF 并延长交 DC 的延长线于点 H.求证:$BG=CH$.

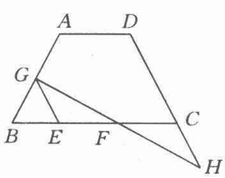

图 1-24

10. (永州市,2009)如图 1-25 所示是一块破损的正八边形窗户玻璃的图形,请你利用对称或其他有关知识补全图形.(用尺规作图,不写作法,保留作图痕迹)

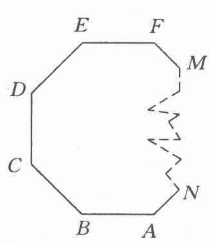

图 1-25

11. (芜湖市,2009)如图 1-26,在梯形 $ABCD$ 中,$AD/\!/BC$,$BD=CD$,$\angle BDC=90^\circ$,$AD=3$,$BC=8$.求 AB 的长.

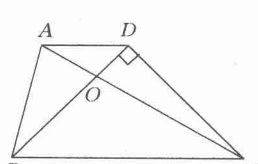

图 1-26

12. (邵阳市,2009)如图 1-27,在梯形 $ABCD$ 中,$AD/\!/BC$,$AB=AD=DC$,$AC\perp AB$,延长 CB 至 F,使 $BF=CD$.

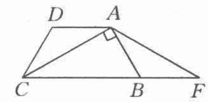

图 1-27

(1)求$\angle ABC$ 的度数;

(2)求证:$\triangle CAF$ 为等腰三角形.

13. (赤峰市,2009)公园里有一块形如四边形 $ABCD$ 的草地,测得 $BC=CD=10$ 米,$\angle B=\angle C=120^\circ$,$\angle A=45^\circ$.请你求出这块草地的面积.

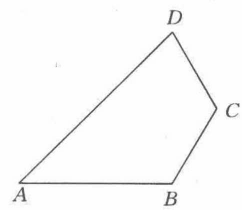

图 1-28

14. (广东省,2009)在菱形 $ABCD$ 中,对角线 AC 与 BD 相交于点 O,$AB=5$,$AC=6$.过 D 点作 $DE/\!/AC$ 交 BC 的延长线于点 E.

(1)求$\triangle BDE$ 的周长;

(2)点 P 为线段 BC 上的点,连结 PO 并延长交 AD 于点 Q.求证:$BP=DQ$.

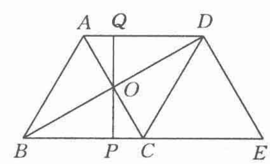

图 1-29

15. (崇左市,2009)如图 1-30,在等腰梯形 $ABCD$ 中,已知 $AD/\!/BC$,$AB=DC$,$AD=2$,$BC=4$,延长 BC 到 E,使 $CE=AD$.

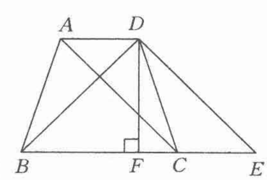

图 1-30

(1)求证:$\triangle BAD\cong\triangle DCE$;

(2)如果 $AC\perp BD$,求等腰梯形 $ABCD$ 的高 DF 的值.

16. (贺州市,2009)如图 1-31,BD 是矩形 $ABCD$ 的对角线.

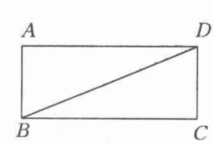

图 1-31

(1)请用尺规作图:作$\triangle BC'D$ 与$\triangle BCD$ 关于矩形 $ABCD$ 的对角线 BD 所在的直线对称.(要求:在原图中作图,不写作法,不证明,保留作图痕迹)

(2)若矩形 $ABCD$ 的边 $AB=5$,$BC=12$,(1)中

BC'交AD于点E,求线段BE的长.

17. (安顺市,2009)如图1-32,在$\triangle ABC$中,D是BC边上的一点,E是AD的中点,过A点作BC的平行线交CE的延长线于点F,且$AF=BD$,连结BF.

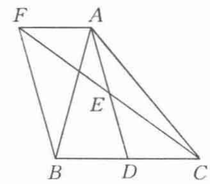

图1-32

(1)求证:$BD=CD$.

(2)如果$AB=AC$,试判断四边形$AFBD$的形状,并证明你的结论.

18. (襄樊市,2009)如图1-33所示,在$Rt\triangle ABC$中,$\angle ABC=90^\circ$.将$Rt\triangle ABC$绕点C顺时针方向旋转60°得到$\triangle DEC$,点E在AC上.将$Rt\triangle ABC$沿着AB所在直线翻转180°得到$\triangle ABF$,连结AD.

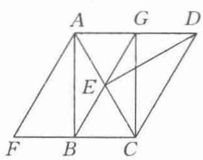

图1-33

(1)求证:四边形$AFCD$是菱形;

(2)连结BE并延长交AD于G,连结CG,请问:四边形$ABCG$是什么特殊平行四边形?为什么?

19. (佳木斯市、伊春市,2009)如图1-34,将矩形纸片$ABCD$沿其对角线AC折叠,使点B落到点B'的位置,AB'与CD交于点E.

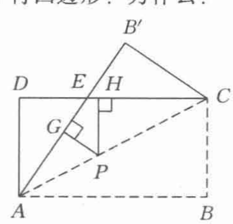

图1-34

(1)试找出一个与$\triangle AED$全等的三角形,并加以证明;

(2)若$AB=8$,$DE=3$,P为线段AC上任意一点,$PG\perp AE$于G,$PH\perp EC$于H.试求$PG+PH$的值,并说明理由.

20. (湘潭市,2009)如图1-35,B、C、E是同一直线上的三个点,四边形$ABCD$与四边形$CEFG$都是正方形,连结BG、DE.

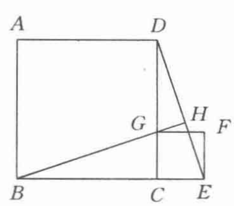

图1-35

(1)观察图形,猜想BG与DE之间的大小关系,并证明你的结论;

(2)若延长BG交DE于点H,求证:$BH\perp DE$.

21. (威海市,2009)如图1-36①,在正方形$ABCD$中,E、F、G、H分别为边AB、BC、CD、DA上的点,$HA=EB=FC=GD$,连结EG、FH,交点为O.

(1)如图1-36②,连结EF、FG、GH、HE,试判断四边形$EFGH$的形状,并证明你的结论;

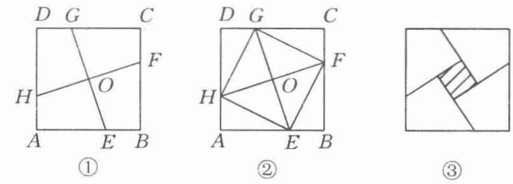

图1-36

(2)将正方形$ABCD$沿线段EG、HF剪开,再把得到的四个四边形按图1-36③的方式拼接成一个四边形.若正方形$ABCD$的边长为3 cm,$HA=EB=FC=GD=1$ cm,则图1-36③中阴影部分的面积为________ cm^2.

考点3 相似形的证明及计算

【例8】 (江西省,2008)下列四个三角形中,与图1-37中的三角形相似的是 ( )

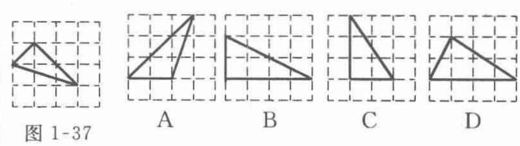

图1-37

解析 可以看出图中的三角形是一个直角三角形,且两条直角边的比为1∶2,设单位正方形边长为1,给出三角形三边为$\sqrt{2}$、$2\sqrt{2}$、$\sqrt{10}$,仅B中三角形三边2、4、$2\sqrt{5}$可与它各边成比例.根据相似三角形的判定定理,它们是相似三角形.此题考查"三边对应成比例,两三角形相似"这一判定定理的应用.

规律技巧 方格实质是给出了三角形的边长(一些边可用勾股定理求出),故应从边长对应成比例考虑.而其中的角的大小一般不易求出,不能只看到有一个角是直角就判定相似.

【例9】 (泰安市,2009)如图1-38,$\triangle ABC$是直角三角形,$\angle ACB=90^\circ$,$CD\perp AB$于D,E是AC的中点,ED的延长线与CB的延长线交于点F.

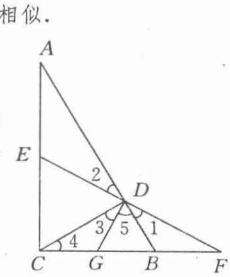

图1-38

(1)求证:$FD^2=FB\cdot FC$.

(2)若G是BC的中点,连结GD,GD与EF垂直吗?

请说明理由.

解析 (1)∵ E 是 Rt$\triangle ACD$ 的斜边中点,

∴ $DE=EA$.

∴ $\angle A=\angle 2$.

∵ $\angle 1=\angle 2$,

∴ $\angle 1=\angle A$.

∵ $\angle FDC=\angle CDB+\angle 1=90^\circ+\angle 1$,

$\angle FBD=\angle ACB+\angle A=90^\circ+\angle A$.

∴ $\angle FDC=\angle FBD$.

∵ $\angle F$ 是公共角,

∴ $\triangle FBD\backsim\triangle FDC$.

∴ $\frac{FB}{FD}=\frac{FD}{FC}$. ∴ $FD^2=FB\cdot FC$.

(2)$GD\perp EF$. 理由如下:

∵ DG 是 Rt$\triangle CDB$ 斜边上的中线,

∴ $DG=GC$. ∴ $\angle 3=\angle 4$.

由(1)得 $\angle 4=\angle 1$.

∴ $\angle 3=\angle 1$.

∵ $\angle 3+\angle 5=90^\circ$,

∴ $\angle 5+\angle 1=90^\circ$.

∴ $DG\perp EF$.

规律技巧 要证明线段成比例,首先应依据要证的结论去探寻要证的相似三角形. 如本题(1)先把待证结论 $FD^2=FB\cdot FC$ 化为 $\frac{FD}{FB}=\frac{FC}{FD}$,等式左边的两条线段是$\triangle FBD$的两条边,等式右边的两条线是$\triangle FDC$的两条边,从而可知要证这两个三角形相似.

同类问题拷贝

22. (常德市,2008)如图 1-39,在梯形 $ABCD$ 中,若 $AB/\!/DC$,$AD=BC$,对角线 BD、AC 把梯形分成了四个小三角形.

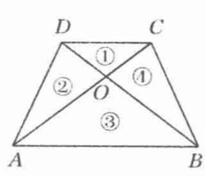

图 1-39

(1)列出从这四个小三角形中任选两个三角形的所有可能情况,并求出选取到的两个三角形是相似三角形的概率是多少?(注意:全等看成相似的特例)

(2)请你任选一组相似三角形,并给出证明.

23. (怀化市,2008)如图 1-40,四边形 $ABCD$、$DEFG$ 都是正方形,连结 AE、CG,AE 与 CG 相交于点 M,CG 与 AD 相交于点 N. 求证:

(1)$AE=CG$;

(2)$AN\cdot DN=CN\cdot MN$.

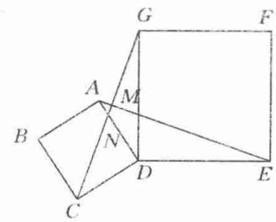

图 1-40

24. (长春市,2008)如图 1-41,在$\triangle ABC$中,AD 平分$\angle BAC$交 BC 于点 D. 点 E、F 分别在边 AB、AC 上,且 $BE=AF$,$FG/\!/AB$ 交线段 AD 于点 G,连结 BG、EF.

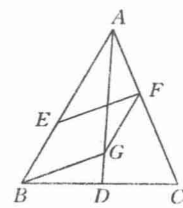

图 1-41

(1)求证:四边形 $BGFE$ 是平行四边形.

(2)若$\triangle ABG\backsim\triangle AGF$,$AB=10$,$AG=6$,求线段 BE 的长.

25. (临沂市,2008)如图 1-42,▱$ABCD$ 中,E 是 CD 边延长线上的一点,BE 与 AD 交于点 F,$DE=\frac{1}{2}CD$.

(1)求证:$\triangle ABF\backsim\triangle CEB$;

(2)若$\triangle DEF$的面积为 2,求▱$ABCD$的面积.

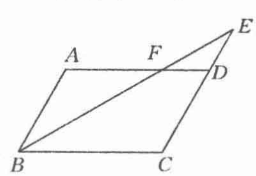

图 1-42

26. (乐山市,2009)如图 1-43,在正方形 $ABCD$ 中,E、F 分别是边 AD、CD 上的点,$AE=ED$,$DF=\frac{1}{4}DC$,连结 EF 并延长交 BC 的延长线于点 G.

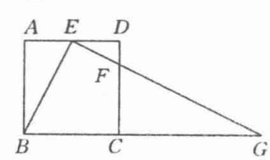

图 1-43

(1)求证:$\triangle ABE\backsim\triangle DEF$.

(2)若正方形的边长为 4,求 BG 的长.

27. (眉山市,2008)如图 1-44,E 是矩形 $ABCD$ 的边 DC 延长线上的一点,连结 AE 分别交 BC、BD

于 F、G.

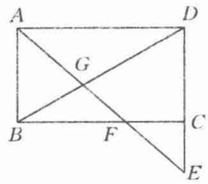

图 1-44

(1)图中有全等三角形吗(对角线分矩形所得两个三角形除外)？若有，请写出一对来；若没有，请添加一个条件(不添加辅助线也不改变图中的字母)，使得图中有全等三角形，并写出来.

(2)图中有相似三角形吗？设矩形 $ABCD$ 的周长为 20，对角线长为 $2\sqrt{13}$，求 CE 的长，使得你找出的一对相似三角形的相似比为 $2:3$.

热点题·创新题

【例 10】（重庆市，2009）已知：如图 1-45，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle ABC=90°$，$DE\perp AC$ 于点 F，交 BC 于点 G，交 AB 的延长线于点 E，且 $AE=AC$.

(1)求证：$BG=FG$；

(2)若 $AD=DC=2$，求 AB 的长.

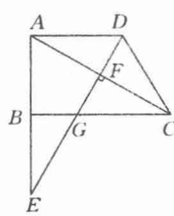

图 1-45

$\boxed{\text{解析}}$ (1)$\because \angle ABC=90°$，$DE\perp AC$ 于点 F，

$\therefore \angle ABC=\angle AFE$.

$\because AC=AE$，$\angle EAF=\angle CAB$，

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle AFE$.

$\therefore AB=AF$.

连结 AG，

$\because AG=AG$，$AB=AF$，

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle ABG\cong\mathrm{Rt}\triangle AFG$.

$\therefore BG=FG$.

(2)$\because AD=DC$，$DF\perp AC$，

$\therefore AF=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}AE$.

$\therefore \angle E=30°$.

$\therefore \angle FAD=\angle E=30°$，

$\therefore AF=\sqrt{3}$.

$\therefore AB=AF=\sqrt{3}$.

规律技巧 本题解答过程中应用了两个比较特殊的性质：

1. 等腰三角形底边的高也是底边中线，由此推得 $AF=FC$.

2. 直角三角形中，斜边是直角边的二倍，则此直角边所对角为 30°，由此推得 $\angle E=30°$，这为计算提供了方便。

同类问题拷贝

28.（沈阳市，2009）如图 1-46，在▱$ABCD$ 中，点 E 在 AD 上，连结 BE，$DF\parallel BE$ 交 BC 于点 F，AF 与 BE 交于点 M，CE 与 DF 交于点 N. 求证：四边形 $MFNE$ 是平行四边形.

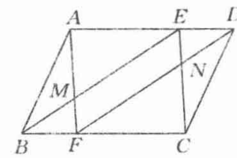

图 1-46

29.（衡阳市，2009）如图 1-47，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，AD、AE 分别是 $\angle BAC$ 和 $\angle BAC$ 的外角的平分线，$BE\perp AE$.

(1)求证：$DA\perp AE$；

(2)试判断 AB 与 DE 是否相等？并证明你的结论.

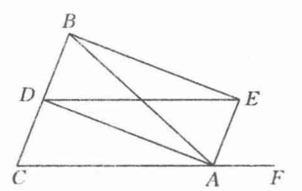

图 1-47

30.（肇庆市，2009）如图 1-48，$ABCD$ 是菱形，对角线 AC 与 BD 相交于 O，$\angle ACD=30°$，$BD=6$.

(1)求证：$\triangle ABD$ 是正三角形；

(2)求 AC 的长(结果可保留根号).

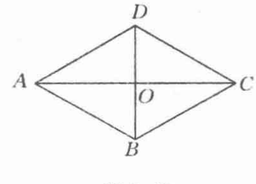

图 1-48

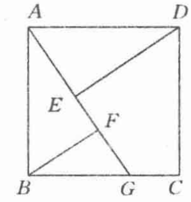

图 1-49

31.（肇庆市，2009）如图 1-49 所示，$ABCD$ 是正方形. G 是 BC 上的一点，$DE\perp AG$ 于点 E，$BF\perp AG$ 于点 F.

(1)求证：$\triangle ABF \cong \triangle DAE$；

(2)求证：$DE=EF+FB$.

32. (西宁市，2009)如图 1-50，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

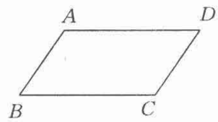

图 1-50

(1)尺规作图(不写作法，保留作图痕迹)：作 $\angle ABC$ 的平分线 BE 交 AD 于 E，在线段 BC 上截取 $CF=DE$，连结 EF.

(2)求证：四边形 $ABFE$ 是菱形.

33. (长春市，2009)如图 1-51，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=32°$. 分别以 BC、CD 为边向外作 $\triangle BCE$ 和 $\triangle DCF$，使 $BE=BC$，$DF=DC$，$\angle EBC=\angle CDF$，延长 AB 交边 EC 于点 H，点 H 在 E、C 两点之间，连结 AE、AF.

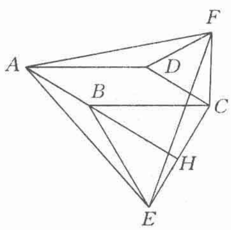

图 1-51

(1)求证：$\triangle ABE \cong \triangle FDA$.

(2)当 $AE \perp AF$ 时，求 $\angle EBH$ 的度数.

34. (潍坊市，2009)已知 $\triangle ABC$，延长 BC 到 D，使 $CD=BC$. 取 AB 的中点 F，连结 FD 交 AC 于点 E.

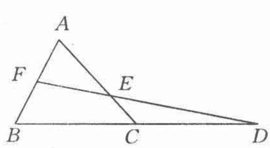

图 1-52

(1)求 $\dfrac{AE}{AC}$ 的值；

(2)若 $AB=a$，$FB=EC$，求 AC 的长.

压轴题·综合题

【例 11】 (上海市，2009)如图 1-53，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AB=DC=8$，$\angle B=60°$，$BC=12$，连结 AC.

(1)求 $\tan\angle ACB$ 的值；

(2)若 M、N 分别是 AB、DC 的中点，连结 MN，求线段 MN 的长.

解析 (1)过点 A 作 $AE\perp BC$，垂足为 E.

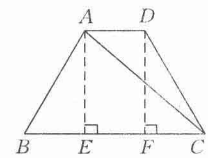

图 1-53

在 Rt$\triangle ABE$ 中，

$\because \angle B=60°, AB=8$，

$\therefore BE=AB\cdot\cos B=8\times\cos 60°=4$，

$AE=AB\cdot\sin B=8\times\sin 60°=4\sqrt{3}$.

$\because BC=12$，$\therefore EC=8$.

在 Rt$\triangle AEC$ 中，$\tan\angle ACB=\dfrac{AE}{EC}=\dfrac{4\sqrt{3}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

(2)在梯形 $ABCD$ 中，$AB=DC$，$\angle B=60°$，

$\therefore \angle DCB=\angle B=60°$.

过点 D 作 $DF\perp BC$，垂足为 F.

$\because \angle DFC=\angle AEC=90°$，$\therefore AE\parallel DF$.

$\because AD\parallel BC$，$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形.

$\therefore AD=EF$.

在 Rt$\triangle DCF$ 中，

$FC=DC\cdot\cos\angle DCF=8\times\cos 60°=4$，

$\therefore EF=EC-FC=4$.

$\therefore AD=4$.

$\because M$、N 分别是 AB、DC 的中点，

$\therefore MN=\dfrac{AD+BC}{2}=\dfrac{4+12}{2}=8$.

规律技巧 等腰梯形的两条高线把它分成两个全等的直角三角形和一个矩形，从而可得到 $BE=FC=\dfrac{BC-AD}{2}$.

【例 12】 (遂宁市，2009)如图 1-54，已知矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$ cm，$AD=10$ cm，点 P 在边 BC 上移动，点 E、F、G、H 分别是 AB、AP、DP、DC 的中点.

(1)求证：$EF+GH=5$ cm；

(2)当 $\angle APD=90°$ 时，求 $\dfrac{EF}{GH}$ 的值.

解析 (1)$\because$ 矩形 $ABCD$ 中，$AD=10$ cm，

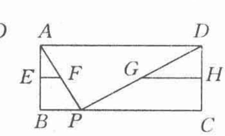

图 1-54

$\therefore BC=AD=10$ cm.

$\because E$、F、G、H 分别是 AB、AP、DP、DC 的中点，

$\therefore EF+GH=\frac{1}{2}BP+\frac{1}{2}PC=\frac{1}{2}BC$,

$\therefore EF+GH=5$ cm.

(2)$\because$四边形 $ABCD$ 是矩形,$\therefore \angle B=\angle C=90°$.

又$\angle APD=90°$,由勾股定理得

$$AD^2=AP^2+DP^2=AB^2+BP^2+PC^2+DC^2=BP^2+(BC-BP)^2+2AB^2=BP^2+(10-BP)^2+32,$$

即 $100=2BP^2-20BP+100+32$,

解得 $BP=2$ cm 或 8 cm.

当 $BP=2$ cm 时,$PC=8$ cm,$EF=1$ cm,

$GH=4$ cm,这时$\frac{EF}{GH}=\frac{1}{4}$.

当 $BP=8$ cm 时,$PC=2$ cm,$EF=4$ cm,

$GH=1$ cm,这时$\frac{EF}{GH}=4$ cm.

$\therefore \frac{EF}{GH}$的值为$\frac{1}{4}$或 4.

易错点提示 题中给出了图形,但只能当做示意图,不能由此就认为 $BP<PC$,从而舍去 $BP=8$ 时的情形,导致失解.

同类问题拷贝

35. (宁德市,2008)如图 1-55①,在正方形 $ABCD$ 中,E 是 AB 边上一点,F 是 AD 延长线上一点,且 $DF=BE$.

(1)求证:$CE=CF$.

(2)在图 1-55①中,若 G 在 AD 上,且$\angle GCE=45°$,则 $GE=BE+GD$ 成立吗?为什么?

(3)运用(1)(2)解答中所积累的经验和知识,完成下题:

如图 1-55②,在直角梯形 $ABCD$ 中,$AD\parallel BC$ $(BC>AD)$,$\angle B=90°$,$AB=BC=12$,E 是 AB 上一点,且$\angle DCE=45°$,$BE=4$,求 DE 的长.

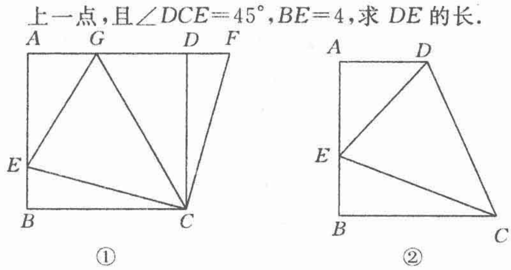

图 1-55

36. (广东省,2009)如图 1-56 所示,在矩形 $ABCD$ 中,$AB=12$,$AC=20$,两条对角线相交于点 O.以 OB、OC 为邻边作第 1 个平行四边形 OBB_1C,对角线相交于点 A_1;再以 A_1B_1、A_1C 为邻边作第 2 个平行四边形 $A_1B_1C_1C$,对角线相交于点 O_1;再以 O_1B_1、O_1C_1 为邻边作第 3 个平行四边形 $O_1B_1B_2C_1$……依此类推.

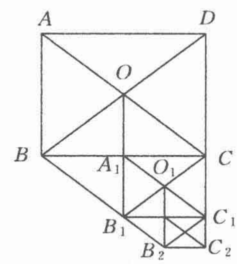

图 1-56

(1)求矩形 $ABCD$ 的面积;

(2)求第 1 个平行四边形 OBB_1C、第 2 个平行四边形 $A_1B_1C_1C$ 和第 6 个平行四边形的面积.

37. (贵州省黔东南州,2009)如图 1-57,l_1、l_2、l_3、l_4 是同一平面内的四条平行直线,且每相邻的两条平行直线间的距离为 h,正方形 $ABCD$ 的四个顶点分别在这四条直线上,且正方形 $ABCD$ 的面积是 25.

(1)连结 EF,证明$\triangle ABE$、$\triangle FBE$、$\triangle EDF$、$\triangle CDF$ 的面积相等.

(2)求 h 的值.

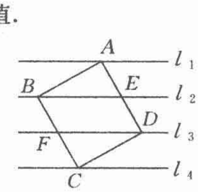

图 1-57

38. (湖北省恩施自治州,2009)宽与长之比为$\frac{\sqrt{5}-1}{2}:1$的矩形叫黄金矩形,黄金矩形令人赏心悦目,它给我们以协调、匀称的美感.如图 1-58 所示,如果在一个黄金矩形里画一个正方形,那么留下的矩形还是黄金矩形吗?请证明你的结论.

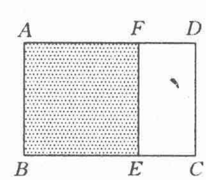

图 1-58

39. (武汉市,2009)如图 1-59①,在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle BAC=90°$,$AD\perp BC$ 于点 D,点 O 是 AC 边上一点,连结 BO 交 AD 于 F,$OE\perp OB$ 交 BC 边于