

卓越工程师教育培养计划配套教材

工程基础系列

# 高等数学 (上册)



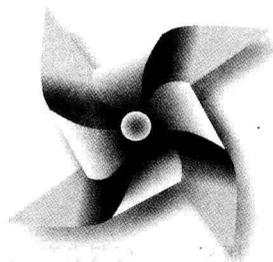
张学山 李 路 主编

段承后 张子厚 主审

清华大学出版社

卓越工程师教育培养计划配套教材

工程基础系列



# 高等数学 (上册)

主编 张学山 李 路

编者 沈亦一 洪银萍

李 娜 李铭明

赵德钧 吴隋超

张 颖 滕晓燕

周 雷 方 涛

彭利平 江开忠

## 内 容 简 介

本书是普通本科高校的高等数学教材,面向“卓越工程师教育培养计划”各本科专业选修一学年高等数学课程的学生.教材在内容的确定和表述上充分考虑到普通本科高校学生的能力水平、学习动力等实际状况;在传授数学知识的同时,适当融入“卓越工程师培养计划”相关专业的背景知识和应用案例.

本书分为上、下两册,上册包括函数、极限与连续,一元函数微分学,一元函数积分学,微分方程;下册包括空间解析几何与向量代数,多元函数微分学,多元函数积分学,无穷级数.

本书可作为普通本科高校理工科各专业的高等数学课程教材.教材可读性较强,也可作为其他读者的参考书.

版权所有,侵权必究.侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

高等数学.上册/张学山,李路主编.--北京:清华大学出版社,2013

(卓越工程师教育培养计划配套教材·工程基础系列)

ISBN 978-7-302-31118-8

I. ①高… II. ①张… ②李… III. ①高等数学—高等学校—教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 319458 号

责任编辑:庄红权 赵从棉

封面设计:常雪影

责任校对:刘玉霞

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质量反馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

印 装 者:北京国马印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:18.75

字 数:453千字

版 次:2013年5月第1版

印 次:2013年5月第1次印刷

印 数:1~4000

定 价:32.00元

产品编号:049024-01

# 卓越工程师教育培养计划配套教材

## 总编委会名单

主任：丁晓东 汪 泓

副主任：陈力华 鲁嘉华

委员：(按姓氏笔画为序)

丁兴国	王岩松	王裕明	叶永青	刘晓民
匡江红	余 粟	吴训成	张子厚	张莉萍
李 毅	陆肖元	陈因达	徐宝钢	徐新成
徐滕岗	程武山	谢东来	魏 建	

# 卓越工程师教育培养计划配套教材

## ——工程基础系列编委会名单

主任：徐新成 程武山

副主任：张子厚 刘晓民 余 粟

委员：(按姓氏笔画为序)

王明衍	刘立厚	朱建军	汤 彬	吴建宝
张学山	张敏良	张朝民	李 路	陈建兵
林海鸥	范小兰	胡义刚	胡浩民	唐觉民
徐红霞	徐滕岗			



《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020)》明确指出“提高人才培养质量,牢固确立人才培养在高校工作中的中心地位,着力培养信念执著、品德优良、知识丰富、本领过硬的高素质专门人才和拔尖创新人才。……支持学生参与科学研究,强化实践教学环节。……创立高校与科研院所、行业、企业联合培养人才的新机制。全面实施‘高等学校本科教学质量与教学改革工程’。”教育部“卓越工程师教育培养计划”(简称“卓越计划”)是为贯彻落实党的“十七大”提出的走中国特色新型工业化道路、建设创新型国家、建设人力资源强国等战略部署,贯彻落实《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020)》实施的高等教育重大计划。“卓越计划”对高等教育面向社会需求培养人才,调整人才培养结构,提高人才培养质量,推动教育教学改革,增强毕业生就业能力具有十分重要的示范和引导作用。

上海工程技术大学是一所具有鲜明办学特色的地方工科大学。长期以来,学校始终坚持培养应用型创新人才的办学定位,以现代产业发展对人才需求为导向,努力打造培养优秀工程师的摇篮。学校构建了以产学研战略联盟为平台,学科链、专业链对接产业链的办学模式,实施产学研合作教育人才培养模式,造就了“产学研合作、工学交替”的真实育人环境,培养有较强分析问题和解决问题能力,具有国际视野、创新意识和奉献精神的高素质应用型人才。

上海工程技术大学与上海汽车集团公司、上海航空公司、东方航空公司、上海地铁运营有限公司等大型企业集团联合创建了“汽车工程学院”、“航空运输学院”、“城市轨道交通学院”、“飞行学院”,校企联合成立了校务委员会和院务委员会,企业全过程参与学校相关专业的人才培养方案、课程体系和实践教学体系的建设,学校与企业实现了零距离的对接。产学研合作教育使学生每年都能够到企业“顶岗工作”,学生对企业生产第一线有了深刻的了解,学生的实践能力和社会适应能力不断增强。这一系列举措都为“卓越工程师教育培养计划”的实施打下了坚实基础。

自2010年教育部“卓越工程师教育培养计划”实施以来,上海工程技术大学先后获批了第一批和第二批5个专业8个方向的试点专业。为此,学校组成了由企业领导、业务主管与学院主要领导组成的试点专业指导委员会,根据各专业工程实践能力形成的不同阶段的特点,围绕课内、课外培养和学校、企业培养两条互相交叉、互为支撑的培养主线,校企双方共同优化了试点专业的人才培养方案。试点专业指导委员会聘请了部分企业高级工程师、技术骨干和高层管理人员担任试点专业的教学工作,参与课程建设、教材建设、实验教学建设等教学改革工作。



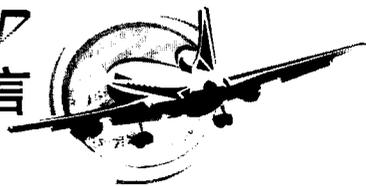
“卓越工程师教育培养计划配套教材——工程基础系列”是根据培养卓越工程师“具备扎实的工程基础理论、比较系统的专业知识、较强的工程实践能力、良好的工程素质和团队合作能力”的目标进行编写的。本系列教材由公共基础类、计算机应用基础类、机械工程专业基础类和工程能力训练类组成，共 21 册，涵盖了“卓越计划”各试点专业公共基础及专业基础课程。

该系列教材以理论和实践相结合作为编写的理念和原则，具有基础性、系统性、应用性等特点。在借鉴国内外相关文献资料的基础上，加强基础理论，对基本概念、基础知识和基本技能进行清晰阐述，同时对实践训练和能力培养方面作了积极的探索，以满足卓越工程师各试点专业的教学目标和要求。如《高等数学》适当融入“卓越工程师教育培养计划”相关专业（车辆工程、飞行技术）的背景知识并进行应用案例的介绍。《大学物理学》注意处理物理理论的学习和技术应用介绍之间的关系，根据交通（车辆和飞行）专业特点，增加了流体力学简介等，设置了物理工程的实际应用案例。《C 语言程序设计》以编程应用为驱动，重点训练学生的编程思想，提高学生的编程能力，鼓励学生利用所学知识解决工程和专业问题。《现代工程图学》等 7 本机械工程专业基础类教材在介绍基础理论和知识的同时紧密结合各专业内容，开拓学生视野，提高学生实际应用能力。《现代制造技术实训习题集》是针对现代化制造加工技术——数控车床、数控铣床、数控雕刻、电火花线切割、现代测量等技术进行编写。该系列教材强调理论联系实际，体现“面向工业界、面向世界、面向未来”的工程教育理念，努力实践上海工程技术大学建设现代化特色大学的办学思想和特色。

这种把传统理论教学与行业实践相结合的教学理念和模式对培养学生的创新思维，增强学生的实践能力和就业能力会产生积极的影响。以实施卓越计划为突破口，一定能促进工程教育改革和创新，全面提高工程教育人才培养质量，对我国从工程教育大国走向工程教育强国起到积极的作用。

### 陈关龙

上海交通大学机械与动力工程学院教授、博士生导师、副院长  
教育部高等学校机械设计制造及自动化教学指导委员会副主任  
中国机械工业教育协会机械工程及自动化教学委员会副主任



2010年6月,作者所在高校被列入教育部“卓越工程师教育培养计划”首批试点单位。为更好地发挥高等数学课程在“卓越工程师教育培养”中的基础、支撑作用,我们在学校的支持下编写了这套《高等数学》教材。该教材面向“卓越工程师教育培养计划”各本科专业选修一学年高等数学课程的学生,内容界定为教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会新近修订的“工科类本科数学基础课程教学基本要求”。

教材编写的指导思想是,贯彻“以学生为本”的教育理念;在传授数学知识的同时,适当融入“卓越工程师培养计划”相关专业的背景知识和应用案例;增强学生分析问题和解决问题的能力。

将相关专业的背景知识和应用案例适当融入数学基础课程,目的是让学生知道怎样将学过的数学知识用于解决专业问题,以此来培养学生的应用意识。我们注意到,用数学手段解决专业问题往往需要专业背景,而学习高等数学的学生是刚刚跨进校门的新生,许多专业基础课程尚未接触,专业背景的建立尚需时日;此外,专业问题的解决往往需要综合运用多方面的数学知识。因此,在选择具有专业背景的材料方面,确定了几条原则:一是难度适当,学生在现有基础上能够接受和理解;二是与当前学生的数学水平基本适应或稍有超越;三是在引进数学概念、数学理论时尽可能多地结合专业背景,对学生有启发、有引导。

为了缩短教学内容与学生现状的距离,使得本教材较好地适应学生的能力水平,充分调动学生的学习积极性,努力提高学生的数学素养,作者作了一定的探索。主要有:

**加强说理。**对于有一定难度的教学内容,教材的陈述不再仅仅是直述和推理,更多的是说理,讲清楚问题的来源、处理问题的思路和方法,体现数学的亲合力。

**通俗易懂。**尽量以直观和通俗易懂的方式来表述;在教学基本要求的框架内,淡化理论推导、淡化运算技巧;尽可能多地借助几何图形来消解初学者在理解上的障碍。

**素质培养。**数学素质是在感悟、运用和发掘数学的概念、定理、证明、求解中所蕴涵的数学思想、数学方法和数学文化而形成的。教材采用多种方式,从不同角度通过对数学的思想性、方法性、应用性的展示来培养学生的数学素质。

**联系实际。**在篇、章、节的导学部分或引入新内容时,联系专业背景和现实生活中的实例,让读者感受到高等数学的概念和理论来自于实践,存在于我们的生活之中,用途广泛。

本套教材分为上下两册,上册包括函数、极限与连续,一元函数微积分,常微分方程等;下册包括空间解析几何与向量代数,多元函数微积分,无穷级数等。



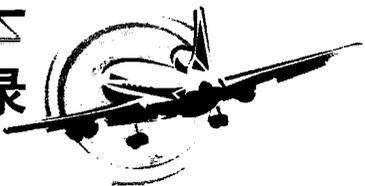
本书由张学山策划并组织编写,上册由张学山统稿定稿,下册由李路统稿,张学山定稿.全书共八篇十一章.参加编写的人员有:第一篇张学山;第二篇赵德钧、吴隋超(第二章),洪银萍(第三章);第三篇李铭明(第四章),沈亦一(第五章);第四篇李娜、李路;第五篇滕晓燕、张颖;第六篇方涛;第七篇周雷(第九章),江开忠(第十章);第八篇彭利平.段承后、张子厚先后审阅了上册,段承后、袁震东审阅了下册.江开忠制作了书中的插图.

上海工程技术大学的校领导、教务处和基础教学学院的领导,以及数学教学部全体教师对本书的编写与出版始终给予关注与支持,作者特表衷心的感谢.

将工科专业的案例恰当地融入数学课程,对我们来说是机遇,也是挑战.本书虽然作了一些尝试,但限于作者的水平,不妥或错误之处必定难免,敬请专家、广大教师和读者批评指正.

编者

2013年2月



## 第一篇 函数、极限与连续

第一章 函数、极限与连续 .....	3
第一节 函数的基本概念与简单性质 .....	3
一、预备知识 .....	3
二、函数的基本概念 .....	5
三、函数的简单性质 .....	8
四、求反函数与函数的复合运算 .....	10
五、初等函数 .....	13
六、建立函数关系 .....	17
七、经济分析中的常用函数 .....	19
习题 1-1 .....	20
第二节 数列极限的概念 .....	21
一、数列极限的定义 .....	21
二、数列极限的常用性质 .....	24
习题 1-2 .....	25
第三节 函数极限的概念 .....	25
一、自变量趋于无穷大时的函数极限 .....	25
二、自变量趋于有限值时的函数极限 .....	27
三、小结 .....	29
习题 1-3 .....	31
第四节 极限运算法则 .....	31
一、极限的四则运算法则 .....	31
二、复合函数的极限运算法则 .....	35
习题 1-4 .....	36
第五节 极限存在准则与两个重要极限 .....	37
一、夹逼准则 .....	37
二、第一个重要极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .....	38



三、单调有界准则 .....	40
四、第二个重要极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ .....	40
习题 1-5 .....	43
第六节 无穷小与无穷大 .....	43
一、无穷小的概念与性质 .....	44
二、无穷小的比较 .....	46
三、利用等价无穷小代换求极限 .....	48
四、无穷大 .....	49
习题 1-6 .....	50
第七节 函数连续性的概念 .....	51
一、连续函数的基本概念 .....	51
二、函数的间断点及其分类 .....	53
习题 1-7 .....	56
第八节 连续函数的运算与初等函数的连续性 .....	57
一、连续函数的和、差、积、商的连续性 .....	57
二、基本初等函数的连续性 .....	57
三、复合函数的连续性 .....	57
四、初等函数的连续性 .....	58
习题 1-8 .....	59
第九节 闭区间上连续函数的性质 .....	59
一、最大值最小值定理 .....	59
二、零点定理 .....	60
三、介值定理 .....	62
习题 1-9 .....	62
第一篇综合练习 .....	63

## 第二篇 一元函数微分学

第二章 导数与微分 .....	67
第一节 导数的概念 .....	67
一、导数概念的引入 .....	67
二、导数的定义 .....	68
三、单侧导数 .....	70
四、导数的几何意义 .....	71
五、函数的可导性与连续性的关系 .....	72
六、导数的基本应用 .....	72
习题 2-1 .....	73
第二节 函数的求导法则 .....	74



一、函数的和、差、积、商的求导法则 .....	74
二、反函数的求导法则 .....	75
三、复合函数的求导法则 .....	76
四、对数求导法 .....	78
五、基本初等函数的导数公式 .....	79
习题 2-2 .....	79
第三节 高阶导数 由参数方程所表示的函数的导数 .....	80
一、高阶导数的定义与算法 .....	80
二、由参数方程所表示的函数的导数 .....	83
习题 2-3 .....	84
第四节 隐函数的导数 相关变化率 .....	85
一、隐函数的导数 .....	85
二、相关变化率 .....	87
习题 2-4 .....	88
第五节 函数微分的概念 .....	89
一、微分的定义 .....	89
二、微分的几何意义 .....	92
三、函数的局部线性化 .....	92
习题 2-5 .....	93
第六节 微分的计算与应用 .....	94
一、基本微分公式与微分法则 .....	94
二、利用函数的局部线性化作近似计算 .....	97
三、误差估计 .....	98
习题 2-6 .....	99
<b>第三章 微分中值定理与导数的应用</b> .....	101
第一节 微分中值定理 .....	101
一、罗尔定理 .....	101
二、拉格朗日(Lagrange)中值定理 .....	103
三、柯西(Cauchy)中值定理 .....	105
习题 3-1 .....	106
第二节 洛必达法则 .....	106
一、 $\frac{0}{0}$ 型或 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式的洛必达法则 .....	107
二、其他五类未定式的极限 .....	109
习题 3-2 .....	111
第三节 泰勒公式 .....	111
一、泰勒公式 .....	112
二、应用举例 .....	115



习题 3-3 .....	116
第四节 函数的单调性与曲线的凹凸性 .....	117
一、函数的单调性 .....	117
二、曲线的凹凸性与拐点 .....	120
习题 3-4 .....	123
第五节 函数的极值与最大最小值 .....	124
一、函数的极值 .....	124
二、函数的最大最小值 .....	127
习题 3-5 .....	130
第六节 函数作图 .....	131
一、曲线的渐近线 .....	131
二、函数作图 .....	132
习题 3-6 .....	135
第七节 曲线的曲率 .....	135
一、弧微分 .....	135
二、曲率及其计算公式 .....	136
三、曲率半径与曲率圆 .....	137
习题 3-7 .....	140
<b>第二篇综合练习</b> .....	<b>141</b>

### 第三篇 一元函数积分学

<b>第四章 不定积分</b> .....	<b>145</b>
第一节 不定积分的概念与性质 .....	145
一、原函数与不定积分的概念 .....	145
二、不定积分的性质 .....	147
三、常用积分公式 .....	148
四、直接积分法 .....	149
习题 4-1 .....	151
第二节 第一类换元积分法 .....	152
习题 4-2 .....	157
第三节 第二类换元积分法 .....	158
习题 4-3 .....	161
第四节 分部积分法 .....	162
习题 4-4 .....	166
<b>第五章 定积分及其应用</b> .....	<b>167</b>
第一节 定积分的概念与性质 .....	167
一、两个实际问题 .....	167



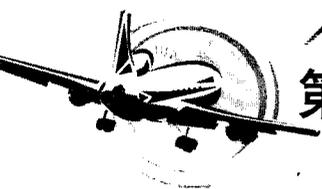
二、定积分的定义 .....	169
三、定积分的性质 .....	170
四、定积分的几何意义 .....	172
五、定积分的近似计算公式与函数的平均值 .....	174
习题 5-1 .....	177
第二节 微积分基本公式 .....	178
一、变速直线运动中速度与路程的关系 .....	178
二、积分上限函数及其导数 .....	179
三、牛顿-莱布尼茨公式 .....	181
习题 5-2 .....	185
第三节 定积分的换元积分法和分部积分法 .....	186
一、定积分的换元积分法 .....	186
二、定积分的分部积分法 .....	190
习题 5-3 .....	193
第四节 广义积分 .....	194
一、无穷限的广义积分 .....	194
二、无界函数的广义积分 .....	196
习题 5-4 .....	198
第五节 定积分的几何应用 .....	199
一、定积分的微元法 .....	199
二、平面图形的面积 .....	201
二、特殊立体的体积 .....	205
三、平面曲线的弧长 .....	208
习题 5-5 .....	210
第六节 定积分在物理学中的应用举例 .....	211
一、变力沿直线做功 .....	212
二、水压力 .....	214
三、引力 .....	215
习题 5-6 .....	216
第三篇 综合练习 .....	217

## 第四篇 常微分方程

第六章 常微分方程 .....	221
第一节 微分方程的基本概念 .....	221
一、问题的提出 .....	221
二、基本概念 .....	222
习题 6-1 .....	225
第二节 可分离变量的微分方程 .....	226



一、可分离变量微分方程及其解法 .....	226
二、应用举例 .....	227
习题 6-2 .....	230
第三节 一阶线性微分方程 .....	230
一、一阶线性微分方程的概念和解法 .....	230
二、应用举例 .....	233
习题 6-3 .....	234
第四节 其他几种一阶微分方程的解法 .....	235
一、齐次方程 .....	235
二、伯努利方程 .....	237
三、其他可利用变量代换求解的一阶微分方程举例 .....	238
习题 6-4 .....	239
第五节 可降阶的高阶微分方程 .....	240
一、 $y^{(n)} = f(x)$ 型的微分方程 .....	240
二、 $y'' = f(x, y')$ 型的微分方程 .....	241
三、 $y'' = f(y, y')$ 型的微分方程 .....	242
四、应用举例 .....	243
习题 6-5 .....	244
第六节 二阶线性微分方程解的结构 .....	244
一、二阶线性微分方程的概念 .....	244
二、二阶齐次线性微分方程解的结构 .....	245
三、二阶非齐次线性微分方程解的结构 .....	246
习题 6-6 .....	248
第七节 二阶常系数齐次线性微分方程 .....	248
一、二阶常系数齐次线性微分方程的解法 .....	249
二、 $n$ 阶常系数齐次线性微分方程的解法 .....	252
习题 6-7 .....	252
第八节 二阶常系数非齐次线性微分方程的解法 .....	253
一、二阶常系数非齐次线性微分方程 .....	253
二、二阶常系数非齐次线性微分方程的特解 .....	253
三、应用举例 .....	258
习题 6-8 .....	260
第九节 微分方程在车辆工程中的应用 .....	260
一、列车运动方程式计算 .....	261
二、汽车碰撞动力学方程 .....	262
第四篇综合练习 .....	265
附录 常用曲线及其方程 .....	267
习题答案 .....	270



ARTICLE

第一篇 ●

# 函数、极限与连续

高等数学课程的主要内容是微积分,函数是微积分研究处理的主要对象;极限是微积分的基本工具;函数的连续性是函数的重要特性之一,高等数学的许多重要内容都与函数的连续性密切相关.

本篇只有一章,作为本课程的基础,首先在初等数学的基础上总结性地介绍一元函数的概念、特性;然后引进极限的概念,以及常用的计算极限的方法;最后是函数的连续性.