2014阅卷人书系

跨考教育
WWW.KUAKAO.COM

考研数学

阅卷人

点拨600题

（数学三适用）

主　编◎何英凯　总策划◎跨考教育考研研究院

权威　考研数学阅卷名师合力打造

经典　精选典型习题，解答超详尽

技巧　深度剖析解题诀窍，规避答题误区

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

考研数学

阅卷人点拨600题

（数学三适用）

主　编◎何英凯　总策划◎跨考教育考研研究院

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目（CIP）数据

考研数学阅卷人点拨 600 题 / 何英凯主编. —北京：北京理工大学出版社，2012. 8
数学三适用
ISBN 978-7-5640-6342-9

Ⅰ. ①考…　Ⅱ. ①何…　Ⅲ. ①高等数学-研究生-入学考试-习题集 Ⅳ. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 170183 号

出版发行 / 北京理工大学出版社
社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号
邮　　编 / 100081
电　　话 /（010）68914775（办公室）　68944990（批销中心）　68911084（读者服务部）
网　　址 / http：//www. bitpress. com. cn
经　　销 / 全国各地新华书店
印　　刷 / 三河市文阁印刷厂
开　　本 / 787 毫米×1092 毫米　1/16
印　　张 / 19
字　　数 / 370 千字
版　　次 / 2012 年 8 月第 1 版　2012 年 8 月第 1 次印刷
定　　价 / 29. 80 元

责任编辑 / 多海鹏　张慧峰
责任校对 / 陈玉梅
责任印制 / 边心超

Preface 前言

题海茫茫，漫无边际，对于只有一年多复习时间的考研学子，该做多少题目，该做哪些题目，这是一个很大的问题。面对着书店里令人眼花缭乱的考研图书，又该做出怎样的选择，这是一个很难的问题。

基于此，作者从浩如烟海的数学习题中精心挑选了 600 个题目，选择题、填空题、解答题各 200 个，其中微积分 300 题，线性代数、概率论与数理统计各 150 题，每种题型都按照微积分、线性代数、概率论与数理统计的前后顺序依次安排。这些题目具有广泛的代表性，覆盖了考研数学大纲规定的所有内容，包括各种考研题型，是真正的重点，真正的精品。题目是无穷的，但题型是有限的，题不在多而在精，本书将无穷的题目浓缩在这 600 题之中，将有限的题型展开在这 600 题之中，对每一道题目都进行了详细解答，逐一分析，尽可能给出多种解题方法，总结解题规律，使考生开阔眼界、提高能力。对于同种类型且有一定难度的题目，又以小结的方式加以总结，使考生更好地掌握各种综合题型的分析思路、处理方法和各种可能的知识延伸。考生只要认真研读这 600 个题目，就会以一当十，就会有惊人的进步。

三道题做一遍不如一道题做三遍，解答数学题目，切忌蜻蜓点水、浅尝辄止。一道题做三遍，不是简单重复，而是一个不断提高的过程。第一遍做题，许多考生还会处于朦胧状态，知识还掌握得不牢，会经常翻书查找，即使做对了，也没有深刻理解。第二遍做题，则要尽量不翻阅教材，独立完成。对于多数考生来说，完全脱离教材是很困难的，要尽量尝试，当某个公式或定理记不准的时候，要在草纸上推导或努力回忆，当无论如何也想不起要用的内容时才去查找，切忌一遇困难就翻书、稍有难度就看答案。有书是为了不用书，必须尽早实现这种转变。第三遍做题，思考的时间要多于动笔的时间，总结的时间要多于做题的时间，达到举一反三，融会贯通，形成知识网络，升华到一个新境界。

如果已经做过三遍，为了取得绝对高分，可以适当增加题量，有选择地做一些难题。

每位考生都会有一本考研数学教材，教材的例题和习题再加上本书的600个题目，总量会超过2000个，对于多数考生来说已经足够了，对这些题目反复研读、充分理解，就会不断进步，取得理想的成绩。

本书带“*”号的内容数学二不作要求。

为了博采众家之长，作者在本书的编写过程中参考了许多著作和教材，为本书充实了许多内容，由于无法一一列出，谨向有关作者表示衷心感谢！

虽然经过了认真校对，仍难免有不完善和疏漏之处，敬请广大考生和同行批评指正。

祝同学们学习进步，考研成功！

何英凯

Contents 目录

第一部分

阅卷人点拨600题习题演练

选择题

微积分

【1】函数 $f(x)=\dfrac{|x|\sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2}$在下列哪个区间内有界？(　　)

(A) $(-1,0)$　　(B) $(0,1)$　　(C) $(1,2)$　　(D) $(2,3)$

【2】当 $x\to0$ 时，下列 4 个无穷小阶数最高的是(　　).

(A) x^2+x^4　　(B) $\sqrt{1+\sin x}-1$

(C) $\dfrac{\sin x}{x}-1$　　(D) $\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1+\sin x}$

【3】设 $f(x)=u(x)+v(x)$，$g(x)=u(x)-v(x)$，并设$\lim\limits_{x\to x_0}u(x)$与$\lim\limits_{x\to x_0}v(x)$都不存在，则下列论断正确的是(　　).

(A) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$不存在，则$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$必存在

(B) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$不存在，则$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$必不存在

(C) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在，则$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$必不存在

(D) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在，则$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$必存在

【4】设 $x\to x_0$ 时，$f(x)$不是无穷大，则下述结论正确的是(　　).

(A) 设 $x\to x_0$ 时，$g(x)$是无穷小，则 $f(x)g(x)$必是无穷小

(B) 设 $x\to x_0$ 时，$g(x)$不是无穷小，则 $f(x)g(x)$必不是无穷小

(C) 设在 $x=x_0$ 的某邻域 $g(x)$无界，则 $x\to x_0$ 时，$f(x)g(x)$必是无穷大

(D) 设在 $x=x_0$ 的某邻域 $g(x)$有界，则 $x\to x_0$ 时，$f(x)g(x)$必不是无穷大

【5】曲线 $y=\dfrac{x^2+x}{x^2-1}$渐近线的条数为(　　).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

【6】设 $f(x)=\begin{cases}1, & x\neq0;\\ 0, & x=0,\end{cases}$ $g(x)=\begin{cases}x\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq0;\\ 1, & x=0,\end{cases}$ 则在点 $x=0$ 处间断的函数是(　　).

(A) $\max\{f(x),g(x)\}$　　(B) $\min\{f(x),g(x)\}$

(C) $f(x)-g(x)$　　(D) $f(x)+g(x)$

【7】设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，且 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=a$，$g(x)=$

$\begin{cases} f\left(\dfrac{1}{x}\right), & x\neq 0; \\ 0, & x=0, \end{cases}$ 则(　　).

(A) $x=0$ 必是 $g(x)$ 的第一类间断点

(B) $x=0$ 必是 $g(x)$ 的第二类间断点

(C) $x=0$ 必是 $g(x)$ 的连续点

(D) $g(x)$ 在点 $x=0$ 处的连续性与 a 的取值有关

【8】设 $f(x)$ 为不恒等于零的奇函数，且 $f'(x)$ 存在，则函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ (　　).

(A) 在 $x=0$ 处左极限不存在　　(B) 有跳跃间断点 $x=0$

(C) 在 $x=0$ 处右极限不存在　　(D) 有可去间断点 $x=0$

【9】设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$，讨论函数的间断点，其结论为(　　).

(A) 不存在间断点　　(B) 存在间断点 $x=1$

(C) 存在间断点 $x=0$　　(D) 存在间断点 $x=-1$

【10】设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义，且 $f(x)$ 在点 x_0 处间断，则在点 x_0 处必定间断的函数为(　　).

(A) $f(x)\sin x$　　(B) $f(x)+\sin x$　　(C) $f^2(x)$　　(D) $|f(x)|$

【11】设 $f(x)=\int_0^{1-\cos x}\sin t^2\,dt$，$g(x)=\dfrac{x^5}{5}+\dfrac{x^6}{6}$，则当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是 $g(x)$ 的(　　).

(A) 低阶无穷小　　(B) 高阶无穷小

(C) 等价无穷小　　(D) 同阶但不等价无穷小

【12】当 $x\to 0$ 时，$f(x)=x-\sin ax$ 与 $g(x)=x^2\ln(1-bx)$ 是等价无穷小，则(　　).

(A) $a=1$，$b=-\dfrac{1}{6}$　　(B) $a=1$，$b=\dfrac{1}{6}$

(C) $a=-1$，$b=-\dfrac{1}{6}$　　(D) $a=-1$，$b=\dfrac{1}{6}$

【13】设 $x\to 0$ 时 $f(x)=ax^3+bx$ 与 $g(x)=\int_0^{\sin x}(e^{x^2}-1)dx$ 等价，则(　　).

(A) $a=\dfrac{1}{3}$，$b=1$　　(B) $a=3$，$b=0$　　(C) $a=\dfrac{1}{3}$，$b=0$　　(D) $a=1$，$b=0$

【14】设 $x\to 0$ 时 $f(x)=\ln(1+x^2)-\ln(1+\sin^2 x)$ 是 x 的 n 阶无穷小，则正整数 n 等于(　　).

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

【15】设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x^2)}{x^2}=1$，则(　　).

(A) $f(0)=0$ 且 $f'_-(0)$ 存在　　(B) $f(0)=1$ 且 $f'_-(0)$ 存在

(C) $f(0)=0$ 且 $f'_+(0)$ 存在　　(D) $f(0)=1$ 且 $f'_+(0)$ 存在

【16】设函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{|x|}\sin\dfrac{1}{x^2}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0,\end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处(　　).

(A) 极限不存在　　(B) 极限存在但不连续

(C) 连续但不可导　　(D) 可导

【17】设函数 $f(x)=|x^3-1|\varphi(x)$，其中 $\varphi(x)$ 在 $x=1$ 处连续，则 $\varphi(1)=0$ 是 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导的(　　).

(A) 充分必要条件　　(B) 充分但非必要条件

(C) 必要但非充分条件　　(D) 既非充分又非必要条件

【18】设周期函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导，周期为 4，又 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(1)-f(1-x)}{2x}=-1$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(5, f(5))$ 处的切线斜率为(　　).

(A) $\dfrac{1}{2}$　　(B) 0　　(C) -1　　(D) -2

【19】设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内有定义，并且 $|f(x)|\leqslant 1-\cos x$，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处(　　).

(A) 极限不存在　　(B) 极限存在但不连续

(C) 连续但不可导　　(D) 可导

【20】设函数 $y=f(x)$ 具有二阶导数，且 $f'(x)>0$，$f''(x)>0$，Δx 为自变量 x 在点 x_0 处的增量，Δy 与 dy 分别为 $f(x)$ 在点 x_0 处对应的增量与微分，若 $\Delta x>0$，则(　　).

(A) $0<dy<\Delta y$　　(B) $0<\Delta y<dy$　　(C) $\Delta y<dy<0$　　(D) $dy<\Delta y<0$

【21】设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 (a, b) 上可导，考虑下列叙述：

(1) 若 $f(x)>g(x)$，则 $f'(x)>g'(x)$.

(2) 若 $f'(x)>g'(x)$，则 $f(x)>g(x)$.

则(　　).

(A) (1)、(2)都正确　　(B) (1)、(2)都不正确

(C) (1)正确，但(2)不正确　　(D) (2)正确，但(1)不正确

【22】两曲线 $y=\dfrac{1}{x}$ 与 $y=ax^2+b$ 在点 $\left(2, \dfrac{1}{2}\right)$ 处相切，则(　　).

(A) $a=-\dfrac{1}{16}$，$b=\dfrac{3}{4}$　　(B) $a=\dfrac{1}{16}$，$b=\dfrac{1}{4}$

(C) $a=-1$，$b=\dfrac{9}{2}$　　(D) $a=1$，$b=-\dfrac{7}{2}$

【23】设函数 $f(x)$ 处处可导，则(　　).

(A) 当 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x)=-\infty$

(B) 当 $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x)=-\infty$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

(C) 当 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=+\infty$

(D) 当 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=+\infty$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

【24】若 $f(x)$ 在 x_0 点可导，则 $|f(x)|$ 在 x_0 点(　　).

(A) 必可导　　(B) 连续但不一定可导

(C) 一定不可导　　(D) 不连续

【25】设函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内有界且可导，则(　　).

(A) 当 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=0$

(B) 当 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ 存在时，必有 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=0$

(C) 当 $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=0$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to0^+} f'(x)=0$

(D) 当 $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ 存在时，必有 $\lim\limits_{x\to0^+} f'(x)=0$

【26】设 $f'(x)$ 在 $x=a$ 处连续，又 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{x-a}=-1$，则(　　).

(A) $x=a$ 是 $f(x)$ 的极小值点

(B) $x=a$ 是 $f(x)$ 的极大值点

(C) $(a,f(a))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

(D) $x=a$ 不是 $f(x)$ 的极值点，$(a,f(a))$ 不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

【27】设 $f'(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，且 $f'(a)>0$，$f'(b)<0$，则下列结论中错误的是(　　).

(A) 至少存在一点 $x_0\in(a,b)$，使得 $f(x_0)>f(a)$

(B) 至少存在一点 $x_0\in(a,b)$，使得 $f(x_0)>f(b)$

(C) 至少存在一点 $x_0\in(a,b)$，使得 $f'(x_0)=0$

(D) 至少存在一点 $x_0\in(a,b)$，使得 $f(x_0)=0$

【28】设函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 点导数存在且不为零，则当 $\Delta x\to0$ 时，函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 点的微分是函数的增量 $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$ 的(　　).

(A) 等价无穷小　　(B) 同阶但不等价无穷小

(C) 高阶无穷小　　(D) 低阶无穷小

【29】设 $g(x)$ 在 $x=0$ 处二阶可导，且 $g(0)=g'(0)=0$，设

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{g(x)}{x}, & x\neq0;\\ 0, & x=0,\end{cases}$$

则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处(　　).

(A) 不连续　　(B) 连续但不可导

(C) 可导，但导函数不连续　　(D) 可导，导函数连续

【30】设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+x^{2n}}$，则 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内(　　).

(A) 处处可导　　(B) 有 1 个不可导点

(C) 有 2 个不可导点　　(D) 至少有 3 个不可导点

【31】设函数 $f(x)=(e^x-1)(e^{2x}-2)\cdots(e^{nx}-n)$，其中 n 为正整数，则 $f'(0)=$(　　).

(A) $(-1)^{n-1}(n-1)!$　　(B) $(-1)^n(n-1)!$

(C) $(-1)^{n-1}n!$ (D) $(-1)^{n}n!$

【32】已知 $f(0)=0$，则 $f(x)$在点 $x=0$ 可导的充要条件为(　　).

(A) $\lim\limits_{h\to0}\frac{1}{h^2}f(1-\cos h)$存在 (B) $\lim\limits_{h\to0}\frac{1}{h}f(1-e^h)$存在

(C) $\lim\limits_{h\to0}\frac{1}{h^2}f(h-\sin h)$存在 (D) $\lim\limits_{h\to0}\frac{1}{h}[f(2h)-f(h)]$存在

【33】曲线 $y=(x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ 的拐点是(　　).

(A) $(1,0)$ (B) $(2,0)$ (C) $(3,0)$ (D) $(4,0)$

【34】设函数 $f(x)$在 $x=0$ 的某邻域内连续，且$\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)}{1-\cos x}=2$，则函数 $f(x)$在 $x=0$ 处(　　).

(A) 不可导 (B) 可导且 $f'(0)=2$

(C) 取得极大值 (D) 取得极小值

【35】设函数 $f(x)$有二阶连续导数，且 $f'(0)=0$，$\lim\limits_{x\to0}\frac{f''(x)}{|x|}=1$，则(　　).

(A) $f(0)$是 $f(x)$的极大值

(B) $f(0)$是 $f(x)$的极小值

(C) $(0,f(0))$是曲线 $y=f(x)$的拐点

(D) $f(0)$不是 $f(x)$的极值，$(0,f(0))$也不是曲线 $y=f(x)$的拐点

【36】设 $f'(x_0)=f''(x_0)=0$，$f'''(x_0)>0$，且 $f(x)$在 x_0 点的某邻域内有三阶连续导数，则下列选项正确的是(　　).

(A) $f'(x_0)$是 $f'(x)$的极大值 (B) $f(x_0)$是 $f(x)$的极大值

(C) $f(x_0)$是 $f(x)$的极小值 (D) $(x_0,f(x_0))$是曲线 $y=f(x)$的拐点

【37】若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都在 x_0 点取得极小值，则函数 $F(x)=f(x)+g(x)$ 在 x_0 点(　　).

(A) 必取得极小值

(B) 必取得极大值

(C) 不可能取得极值

(D) 可能取得极大值，也可能取得极小值

【38】设 $f(x)g(x)$在 x_0 点可导，$f(x_0)=g(x_0)=0$，$f'(x_0)g'(x_0)>0$，且 $f''(x_0)$，$g''(x_0)$存在，则(　　).

(A) x_0 不是 $f(x)g(x)$的驻点

(B) x_0 是 $f(x)g(x)$的驻点，但不是极值点

(C) x_0 是 $f(x)g(x)$的驻点，且是它的极小值点

(D) x_0 是 $f(x)g(x)$的驻点，且是它的极大值点

【39】设函数 $f(x)$在 $x=0$ 处满足

$$f'(0)=f''(0)=\cdots=f^{(n)}(0)=0,\qquad f^{(n+1)}(0)>0,$$

则(　　).

(A) 当 n 为偶数时，$x=0$ 是 $f(x)$的极大值点

(B) 当 n 为偶数时，$x=0$ 是 $f(x)$的极小值点

(C) 当 n 为奇数时，$x=0$ 是 $f(x)$的极大值点

(D) 当 n 为奇数时，$x=0$ 是 $f(x)$的极小值点

【40】设常数 $k>0$，函数 $f(x)=\ln x-\dfrac{x}{\mathrm{e}}+k$ 在$(0,+\infty)$内零点个数为(　　).

(A) 0 个　　(B) 1 个　　(C) 2 个　　(D) 3 个

【41】设 $f(x)$是连续的偶函数，则其原函数 $F(x)$一定(　　).

(A) 是偶函数　　(B) 是奇函数

(C) 是非奇非偶函数　　(D) 有一个是奇函数

【42】设 $F(x)$是连续函数 $f(x)$的一个原函数，"$M\Leftrightarrow N$"表示 M 的充要条件是 N，则必有(　　).

(A) $F(x)$是偶函数 $\Leftrightarrow$ $f(x)$是奇函数

(B) $F(x)$是奇函数 $\Leftrightarrow$ $f(x)$是偶函数

(C) $F(x)$是周期函数 $\Leftrightarrow$ $f(x)$是周期函数

(D) $F(x)$是单调函数 $\Leftrightarrow$ $f(x)$是单调函数

【43】设 $f(x)$是以 l 为周期的周期函数，则 $\displaystyle\int_{a+kl}^{a+(k+1)l} f(x)\mathrm{d}x$ 的值(　　).

(A) 仅与 a 有关　　(B) 仅与 a 无关

(C) 与 a 及 k 都无关　　(D) 与 a 及 k 都有关

【44】设 $M=\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{1+x^2}\cos^6 x\mathrm{d}x$，$N=\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin^3 x+\cos^6 x)\mathrm{d}x$，$P=\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x^2\sin x-\cos^6 x)\mathrm{d}x$，则(　　).

(A) $N<P<M$　　(B) $M<P<N$　　(C) $N<M<P$　　(D) $P<M<N$

【45】设 $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\ln\sin x\mathrm{d}x$，$J=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\ln\cot x\mathrm{d}x$，$K=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\ln\cos x\mathrm{d}x$，则 I，J，K 的大小关系为(　　).

(A) $I<J<K$　　(B) $I<K<J$　　(C) $J<I<K$　　(D) $K<J<I$

【46】设 $I_k=\displaystyle\int_0^{k\pi}\mathrm{e}^{x^2}\sin x\mathrm{d}x\ (k=1,2,3)$，则有(　　).

(A) $I_1<I_2<I_3$　　(B) $I_3<I_2<I_1$　　(C) $I_2<I_3<I_1$　　(D) $I_2<I_1<I_3$

【47】设函数 $f(x)$ 连续，则在下列变上限积分定义的函数中，必为偶函数的是(　　).

(A) $\displaystyle\int_0^x t[f(t)-f(-t)]\mathrm{d}t$　　(B) $\displaystyle\int_0^x t[f(t)+f(-t)]\mathrm{d}t$

(C) $\displaystyle\int_0^x f(t^2)\mathrm{d}t$　　(D) $\displaystyle\int_0^x [f(t)]^2\mathrm{d}t$

【48】下列广义积分中发散的是(　　).

(A) $\displaystyle\int_0^{+\infty} x\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x$　　(B) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\mathrm{d}x}{\cos x\cdot\sqrt{\sin x}}$

(C) $\displaystyle\int_0^1 x^3(\ln x)^2\mathrm{d}x$　　(D) $\displaystyle\int_3^{+\infty}\frac{\mathrm{d}x}{x(\ln\sqrt{x})^2}$

【49】下列广义积分中发散的是(　　).

(A) $\int_{-1}^{1}\frac{dx}{\sin x}$　(B) $\int_{-1}^{1}\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$　(C) $\int_{0}^{+\infty}e^{-x^2}dx$　(D) $\int_{2}^{+\infty}\frac{dx}{x\ln^2 x}$

【50】设 $f(x)$是以 T 为周期的可微函数，则下列函数中以 T 为周期函数是(　　).

(A) $\int_0^x f(t)dt$　(B) $\int_0^x f(t^2)dt$　(C) $\int_0^x f'(t^2)dt$　(D) $\int_0^x f(t)f'(t)dt$

【51】设 $f(x)$是$(-\infty,+\infty)$内以 T 为周期的可微函数，则下列函数中以 T 为周期的函数是(　　).

(A) $\int_0^x f(t)dt$　(B) $\int_{-x}^0 f(t)dt$

(C) $\int_0^x f(t)dt-\int_{-x}^0 f(t)dt$　(D) $\int_0^x f(t)dt+\int_{-x}^0 f(t)dt$

【52】设函数 $u=u(x,y)$满足$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$及 $u(x,2x)=x$，$u'_x(x,2x)=x^2$，u 有二阶连续偏导数，则 $u''_{xx}(x,2x)=$(　　).

(A) $\frac{4}{3}x$　(B) $-\frac{4}{3}x$　(C) $\frac{3}{4}x$　(D) $-\frac{3}{4}x$

【53】利用变量替换 $u=x$，$v=\frac{y}{x}$一定可以将方程 $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}$化成新方程(　　).

(A) $u\frac{\partial z}{\partial u}=z$　(B) $v\frac{\partial z}{\partial v}=z$　(C) $u\frac{\partial z}{\partial v}=z$　(D) $v\frac{\partial z}{\partial u}=z$

【54】设函数 $z=z(x,y)$由方程 $F\left(\frac{y}{x},\frac{z}{x}\right)=0$ 确定，其中 F 为可微函数，且 $F'_z\neq 0$，则 $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=$(　　).

(A) x　(B) z　(C) $-x$　(D) $-z$

【55】若函数 $u=xyf\left(\frac{x+y}{xy}\right)$，其中 f 是可微函数，且 $x^2\frac{\partial u}{\partial x}-y^2\frac{\partial u}{\partial y}=G(x,y)u$，则函数 $G(x,y)=$(　　).

(A) $x+y$　(B) $x-y$　(C) x^2-y^2　(D) $(x+y)^2$

【56】已知 $du(x,y)=[axy^3+\cos(x+2y)]dx+[3x^2y^2+b\cos(x+2y)]dy$，则(　　).

(A) $a=2$，$b=-2$　(B) $a=3$，$b=2$

(C) $a=2$，$b=2$　(D) $a=-2$，$b=2$

【57】若函数 $z=f(x,y)$满足$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=2$，且 $f(x,1)=x+2$，$f'_y(x,1)=x+1$，则 $f(x,y)=$(　　).

(A) $y^2+(x-1)y+2$　(B) $y^2+(x+1)y+2$

(C) $y^2+(x-1)y-1$　(D) $y^2+(x+1)y-2$

【58】设可微函数 $f(x,y)$在点(x_0,y_0)处取得极小值，则下列结论正确的是(　　).

(A) $f(x_0, y)$在 $y=y_0$ 处导数等于零　(B) $f(x_0, y)$在 $y=y_0$ 处导数大于零

(C) $f(x_0, y)$在 $y=y_0$ 处导数小于零　(D) $f(x_0, y)$处在 $y=y_0$ 导数不存在

【59】设函数 $u(x, y)=f(x+y)+f(x-y)+\int_{x-y}^{x+y} g(t)\mathrm{d}t$，其中函数 f 具有二阶导数，g 具有一阶导数，则必有(　　).

(A) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$　(B) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$　(C) $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$　(D) $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

【60】设函数 $f(x)$具有二阶连续导数，且 $f(0)>1$，$f'(0)=0$，则函数 $z=f(x)\ln f(y)$ 在点(0, 0) 处取得极小值的一个充分条件是(　　).

(A) $f(0)>1$，$f''(0)>0$　(B) $f(0)>1$，$f''(0)<0$

(C) $f(0)<1$，$f''(0)>0$　(D) $f(0)<1$，$f''(0)<0$

【61】设 $f(x, y)$与 $G(x, y)$均为可微函数，且 $G'_y(x, y)\neq 0$，已知(x_0, y_0)是 $f(x, y)$ 在约束条件 $G(x, y)=0$ 下的一个极值点. 下列选项正确的是(　　).

(A) 若 $f'_x(x_0, y_0)=0$，则 $f'_y(x_0, y_0)=0$

(B) 若 $f'_x(x_0, y_0)=0$，则 $f'_y(x_0, y_0)\neq 0$

(C) 若 $f'_x(x_0, y_0)\neq 0$，则 $f'_y(x_0, y_0)=0$

(D) 若 $f'_x(x_0, y_0)\neq 0$，则 $f'_y(x_0, y_0)\neq 0$

【62】设 $u(x, y)$在平面有界闭区域 D 上具有二阶连续偏导数，且$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\neq 0$，$\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$，则 $u(x, y)$的(　　).

(A) 最大值点和最小值点必定都在 D 的内部

(B) 最大值点和最小值点必定都在 D 的边界上

(C) 最大值点在 D 的内部，最小值点在 D 的边界上

(D) 最小值点在 D 的内部，最大值点在 D 的边界上

【63】设 $f(x, y)$连续，且 $f(x, y)=xy+\iint\limits_D f(u, v)\mathrm{d}u\mathrm{d}v$，其中 D 是由 $y=0$，$y=x^2$，$x=1$ 所围区域，则 $f(x, y)=$(　　).

(A) xy　(B) $2xy$　(C) $xy+\frac{1}{8}$　(D) $xy+1$

【64】设 $a=\iint\limits_D \cos\sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}\sigma$，$b=\iint\limits_D \cos(x^2+y^2)\mathrm{d}\sigma$，$c=\iint\limits_D \cos(x^2+y^2)^2\mathrm{d}\sigma$，其中 $D=\{(x, y)\,|\,x^2+y^2\leqslant 1\}$，则(　　).

(A) $c>b>a$　(B) $a>b>c$　(C) $b>a>c$　(D) $c>a>b$

【65】设 $f(x, y)$为有界闭区域 D: $x^2+y^2\leqslant a^2$ 上连续可导函数，则 $\lim\limits_{a\to 0}\frac{1}{\pi a^2}\iint\limits_D f(x, y)\mathrm{d}\sigma$ (　　).

(A) 不存在　(B) $=f(0, 0)$　(C) $=f(1, 1)$　(D) $=f'(0, 0)$

【66】设 D: $|x|+|y|\leqslant 1$，则 $\iint\limits_D (|x|+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$(　　).