



应用型本科院校规划教材/通信工程类

赵建新 主 编

信号与系统

Signals and Systems

- 适用面广
- 应用性强
- 促进教学
- 面向就业

哈尔滨工业大学出版社





应用型本科院校规划教材

赵建新 主 编
张 炯 副主编
谭克竹 吴和静 郑灿香 参编

信号与系统

Signals and Systems



哈尔滨工业大学出版社

内容简介

本教材是作者在多年讲授信号与系统课程中总结的基础上完成的。全书内容丰富、全面、新颖、实用,叙述力求由浅入深,对信号与系统的关系进行了独立分析讲解并有机结合,对本门课程的应用尽量使其联系实际,使教材具有一定的使用和参考价值。本书突出应用性和针对性,强化实践能力的培养,将理论分析和实际电路与实验进行紧密结合,使学生能够较容易的接受大篇幅的理论分析,并能够将本门课程应用到后续课程的应用中。

本书共9章,内容包括概论、连续时间系统的时域分析、连续信号的频域分析、连续系统的复频域分析、系统函数域系统特性分析、离散系统的时域分析、离散系统Z域分析、离散傅里叶变换以及相关的实验内容。

本书适用面广,可作为高等院校电子、自动化、机电一体化、测控技术与仪器等专业本科相关专业教材,也可作为广大从事信号检测与分析及系统设计工程技术人员的自学用书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/赵建新主编. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2011.2

应用型本科院校规划教材

ISBN 978-7-5603-3158-4

I. ①信… II. ①赵… III. ①信号系统-高等学校-教材 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 265296 号

策划编辑 赵文斌 杜 燕

责任编辑 范业婷 李长波

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨工业大学印刷厂印刷

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 11.75 字数 266 千字

版 次 2011 年 2 月第 1 版 2011 年 2 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-3158-4

定 价 22.80 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

《应用型本科院校规划教材》编委会

主 任 修朋月 竺培国

副主任 王玉文 吕其诚 线恒录 李敬来

委 员 (按姓氏笔画排序)

丁福庆 于长福 王凤岐 王庄严 刘士军

刘宝华 朱建华 刘金祺 刘通学 刘福荣

张大平 杨玉顺 吴知丰 李俊杰 李继凡

林 艳 闻会新 高广军 柴玉华 韩毓洁

藏玉英

序

哈尔滨工业大学出版社策划的“应用型本科院校规划教材”即将付梓,诚可贺也。

该系列教材卷帙浩繁,凡百余种,涉及众多学科门类,定位准确,内容新颖,体系完整,实用性强,突出实践能力培养。不仅便于教师教学和学生学,而且满足就业市场对应用型人才的迫切需求。

应用型本科院校的人才培养目标是面对现代社会生产、建设、管理、服务等一线岗位,培养能直接从事实际工作、解决具体问题、维持工作有效运行的高等应用型人才。应用型本科与研究型本科和高职高专院校在人才培养上有着明显的区别,其培养的人才特征是:①就业导向与社会需求高度吻合;②扎实的理论基础和过硬的实践能力紧密结合;③具备良好的人文素质和科学技术素质;④富于面对职业应用的创新精神。因此,应用型本科院校只有着力培养“进入角色快、业务水平高、动手能力强、综合素质好”的人才,才能在激烈的就业市场竞争中站稳脚跟。

目前国内应用型本科院校所采用的教材往往只是对理论性较强的本科院校教材的简单删减,针对性、应用性不够突出,因材施教的目的难以达到。因此亟须既有一定的理论深度又注重实践能力培养的系列教材,以满足应用型本科院校教学目标、培养方向和办学特色的需要。

哈尔滨工业大学出版社出版的“应用型本科院校规划教材”,在选题设计思路认真贯彻教育部关于培养适应地方、区域经济和社会发展需要的“本科应用型高级专门人才”精神,根据黑龙江省委书记吉炳轩同志提出的关于加强应用型本科院校建设的意见,在应用型本科试点院校成功经验总结的基础上,特邀请黑龙江省9所知名的应用型本科院校的专家、学者联合编写。

本系列教材突出与办学定位、教学目标的一致性和适应性,既严格遵照学科

讲授理论,做到“基础知识够用、实践技能实用、专业理论管用”。同时注意适当融入新理论、新技术、新工艺、新成果,并且制作了与本书配套的PPT多媒体教学课件,形成立体化教材,供教师参考使用。

“应用型本科院校规划教材”的编辑出版,是适应“科教兴国”战略对复合型、应用型人才的需求,是推动相对滞后的应用型本科院校教材建设的一种有益尝试,在应用型创新人才培养方面是一件具有开创意义的工作,为应用型人才的培养提供了及时、可靠、坚实的保证。

希望本系列教材在使用过程中,通过编者、作者和读者的共同努力,厚积薄发、推陈出新、细上加细、精益求精,不断丰富、不断完善、不断创新,力争成为同类教材中的精品。

黑龙江省教育厅厅长



2010年元月于哈尔滨

前 言

随着微电子技术的迅速发展和电子计算机的广泛应用,系统理论的基本概念和研究方法几乎毫无例外地进入了电子科学技术领域,包括网络理论、通信工程、信息工程、自动控制以及计算机技术等学科。不同学科之间相互影响、相互渗透、相互促进、共同发展是现代科学技术发展的重要特点。实际上,系统理论的引入已经使上述学科发生了深刻的变化。新概念、新理论、新方法和新技术的大量涌现,推动了电子科学技术的巨大发展。信号与系统就是在上述学科发展基础上建立起来的一门理论课程,目前已成为电子科学技术领域各学科共同的理论基础课程。

本课程主要研究信号与系统理论的基本概念和基本分析方法。初步让学生建立信号与系统的数学模型,用适当的数学分析方法求解,对所得结果给以物理解释。

学习本教材,读者应有一定的数学基础和电路基础。教材中涉及到的数学内容主要包括微分方程、复变函数、线性代数等。本课程与先修课程电路分析联系密切,虽然有一些重复,但是分析问题的重点不同。

通过本课程的学习,希望能够激发学生对信号与系统学科方面的学习兴趣,使学生有信心适应这一领域日新月异发展的需求。本课程先修课程有模拟电子技术、电路分析、通信原理、自动控制、数字信号处理等等。

全书共包括九章。其中第1章讲述信号和系统的概念和分类,第2章讲述连续时间系统的时域分析,第3章、第4章讲述连续信号和连续系统的频域分析,第5章讲述连续系统的复频域分析,第6章讲述系统函数域系统特性分析,第7章讲述离散系统的时域分析,第8章讲述离散系统在 z 域分析,第9章讲述离散傅里叶变换。

本书附录附有信号与系统实验内容,可以根据所学理论知识做相关的实验巩固理论。

本书由赵建新任主编并统稿。第1章由王朋编写,第2章与吴和静编写,第3、4章由谭克竹编写,第5、6章由赵建新编写,第7~9章由郑灿香、张炯编写,实验及附录由胡金龙、张格森编写。

由于编写水平有限,错误和疏漏之处在所难免,希望各位专家、读者批评指正。

编 者

2010年12月

目 录

第1章 概 论	1
1.1 引言	1
1.2 信号的基本概念	2
1.3 信号的基本运算	7
1.4 系统的基本概念	9
1.5 线性时不变系统的性质	12
第2章 连续时间系统的时域分析	15
2.1 引言	15
2.2 微分方程的建立与求解	16
2.3 起始点的跳变——从 0_- 到 0_+ 的转换	19
2.4 零输入响应和零状态响应	23
2.5 冲激响应与阶跃响应	28
2.6 卷积	32
2.7 卷积的性质	34
2.8 用算子符号表示微分方程	36
2.9 以“分配函数”的概念认识冲激函数 $\delta(t)$	38
第3章 连续信号的频域分析	40
3.1 信号的正交函数表示法	40
3.2 傅里叶级数	44
3.3 周期信号的频谱分析	48
3.4 非周期信号的频谱分析——傅里叶变换	53
3.5 傅里叶变换的基本性质	59
3.6 周期信号的傅里叶变换	69
第4章 连续系统频域分析	73
4.1 引言	73
4.2 周期信号激励下系统的响应	74
4.3 非周期信号激励下系统的响应	76
4.4 系统函数	77
4.5 无失真传输及其条件	79
4.6 理想低通滤波器	82
4.7 抽样信号与抽样定理	85
4.8 调制与解调	88

第 5 章 连续系统的复频域分析	91
5.1 拉普拉斯变换	91
5.2 拉普拉斯变换的性质与应用	95
5.3 拉普拉斯反变换	98
5.4 LTI 系统的 s 域分析	102
第 6 章 系统函数与系统特性分析	108
6.1 系统函数 $H(s)$	108
6.2 系统函数的零、极点	111
6.3 连续系统的稳定性	113
第 7 章 离散系统的时域分析	116
7.1 离散时间信号	116
7.2 离散时间系统	118
7.3 常系数差分方程的求解	121
7.4 离散系统单位样值响应	123
7.5 离散卷积和	125
第 8 章 离散系统 z 域分析	130
8.1 引言	130
8.2 Z 变换的定义	130
8.3 Z 变换收敛域及典型序列 Z 变换	131
8.4 Z 变换的性质定理	136
8.5 逆 Z 变换	140
8.6 利用 Z 变换求解差分方程	142
8.7 Z 变换与拉普拉斯变换的关系	144
第 9 章 离散傅里叶变换	146
9.1 引言	146
9.2 离散傅里叶级数(DFS)	146
9.3 离散傅里叶变换(DFT)	150
9.4 离散傅里叶变换的性质	151
9.5 离散傅立叶变换与 Z 变换的关系	155
实验 1 函数信号发生器	156
实验 2 信号分解与合成	161
实验 3 信号的采样与恢复	165
实验 4 模拟滤波器分析	168
附录	172
参考文献	175

第 1 章

概 论

高等数学研究的对象都是变动的量,也就是研究的对象是函数,本章对中学学过的函数做一小结。

1.1 引 言

人们相互问讯、发布新闻、广播图像或传输数据,其目的都是要把某些消息通过一定的形式传出去。信号是消息的表现形式;消息则是信号的具体内容。

很久以来,人们寻求各种方法,以实现信号的传输。我国古代利用烽火传送边疆报警。以后希腊人也以火炬的位置表示字母符号。这种光信号的传输构成原始的光通信系统。利用击鼓鸣金可以报送时刻或传达命令,这是声信号的传输。以后又出现了信鸽、旗语、驿站等传送消息的方法。然而,这些方法无论在距离、速度或可靠性与有效性方面仍然没有得到明显的改善。19 世纪初,人们开始研究如何利用电信号传送消息;1837 年莫尔斯发明了电报,他利用点、划、空适当组合的代码表示字母和数字,这种代码称为莫尔斯电码;1876 年贝尔发明了电话,直接将声信号转变为电信号沿导线传送,这一时代为有线时代;19 世纪末,人们又致力于研究电磁波传送无线电信号。开始时,传送距离仅数百米,1901 年马可尼成功地实现了横渡大西洋的无线电通信。从此,传输电信号的通信方式得到了广泛应用和迅速发展。如今,无线电信号的传输不仅能够飞越高山海洋,而且可以遍及全球并通向宇宙。例如,以卫星通信技术为基础构成的“全球定位系统”(Global Positioning System, GSM)可以利用无线电信号的传输,测定地球表面和周围空间任意目标的位置,其精度可达数十米之内;我们从电视上可以很清楚地看到杨立伟和“神舟”五号上天的实时情况;我们可以使用手机在任何时间、任何地方都能够和世界上其他人进行语音、图像、数据等各种信号的传输。还有,我们上网用 QQ 聊天工具、MSN 聊天工具可以不分时间、不分地点和其他人进行信息交换。

要指出的是,现代通信系统的通信方式往往不是任意两点间信号的直接传输,而是要利用某些集中转换设备组成复杂的信息网络,经所谓“交换”的功能以实现任意两点之间的信号传输,如

手机→基站→卫星→基站→手机

信号传输、信号交换和信号处理相互密切联系(也可认为交换是属于传输的组成部

分),又各自形成了相对独立的学科体系。它们共同的理论基础之一是研究信号的基本性能(进行信号分析),包括信号的描述、分解、变换、检测、特征提取以及为适应指定要求而进行信号设计。

“系统”是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。

在信息科学与技术领域中,常常利用通信系统、控制系统和计算机系统进行信号的传输、交换与处理。实际上,往往需要将多种系统共同组成一个综合性的复杂整体,例如宇宙航行系统。

通常,组成通信、控制和计算机系统的主要部件中包括大量的、多种类型的电路。电路也称电网络或网络。

随着科学技术的发展,人工系统的规模日益庞大,内部结构也越来越复杂。人们致力于研究将系统理论用于系统工程设计,以期使较复杂的系统最佳地满足预定的要求。以此为背景,出现了一门边缘技术科学,这就是系统工程学。

在系统或网络理论研究中,包括系统分析与系统综合(网络分析与网络综合)两个方面。在给定系统的条件下,研究系统对于输入激励信号所产生的输出响应,这是系统分析问题。系统综合则是按某种需要先提出对于给定激励的响应,而后根据此要求设计(综合)系统。分析与综合二者关系密切,但又有各自的体系和研究方法,一般讲,学习分析是学习综合的基础。

本书的讨论范围着重系统分析。我们以通信系统和控制系统的基本问题为主要背景,研究信号经系统传输或处理的一般规律,着重基本概念和基本分析方法。

1.2 信号的基本概念

1.2.1 信号的定义及分类

1. 信号的定义

按照《现代汉语词典》的定义,信号是“用来传递信息或命令的光、电波、声音、动作等”。也就是说,信号是运载与传递信息的载体与工具。物质的一切运动或形态的变化,广义地说都是一种信号,即信号是物质运动的表现形式。例如,我国古代用烽火台上的烽火与狼烟传递敌军入侵的消息。

信号有两种定义:广泛地说,信号是物质运动的表现形式,在通信系统中,信号是传送各种消息的工具。例如钟摆,它在作运动时产生了力信号、位移信号和噪声信号;我们的大脑和心脏会产生脑电信号和心电信号,当我们在思考问题时,脑电波就会杂乱无章,且波形频率非常高,而当我们睡觉时,我们的脑电波就会呈现周期变化,且频率较低(不包括做梦时)。信号的第二个定义又引出了消息,消息是通过某种方式传递的声音、图像等信息。一般地说,信息是指具有新知识、新内容的消息,是排除消息中那些不确定性的东西。概括地说,信息与消息概念相同,但信息更抽象化。

在通信过程中,信号就是传送各种消息的工具。所谓消息,就是通过某种方式传送的声音、文字,图像、符号等。例如,电话中传送的声音是消息;电报中传送的电文是消息;电视系统中传送的图像是消息;雷达测出目标的距离、方位、速度等数据也是消息。通过各

种消息的传递,使受信者获取各种不同的信息。信息既不是物质,也不是能量,但它必须依附于物质,依附于能量。

通常,传送消息的信号形式都是随时间变化的。如温度信号、压力信号、光信号、电信号等,它们反映事物在不同时刻的变化状态。由于电信号处理起来比较方便,所以工程上常把非电信号转变为电信号进行传输。

2. 信号的分类

(1) 确定性信号与随机信号

若信号被表示为一确定的时间函数,对于指定的某一时刻,可确定一个相应的函数值,这种信号我们称为确定性信号或规则信号,如矩形波函数、指数函数、余弦函数等。

例如,对于一个正弦信号来说,只要给出一个确定的时间,就可以得到一个确定的函数值。可见,正弦信号是一个确定信号。

但是,实际传输的信号往往具有未可预知的不确定性,这种信号称为不确定信号或随机信号。如果通信系统中传输的信号都是确定信号,接收者就不可能由它得到任何新的信号,从而也就失去可通信的意义。所以对接收者而言,他所接收到的有用信号都是不确定信号。

此外,在信号的传输过程中,不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响,这些干扰和噪声都具有随机特性。可见,严格意义上的确定信号实际上是不存在的,因此,随机信号的研究具有极为重要的实际意义。

对于随机信号,不能用确定的实际函数来加以描述,只可能知道其在某一时刻取某一函数值的概率。

本书只讨论确定信号,但应该指出的是,随机信号及其通过系统的研究,是以本书所讨论的确定信号通过系统的理论为基础,图 1.1 给出了几种信号波形,其中图 1.1 (a) ~ (e) 所示为确定信号,图 1.1 (f) 所示为随机信号。

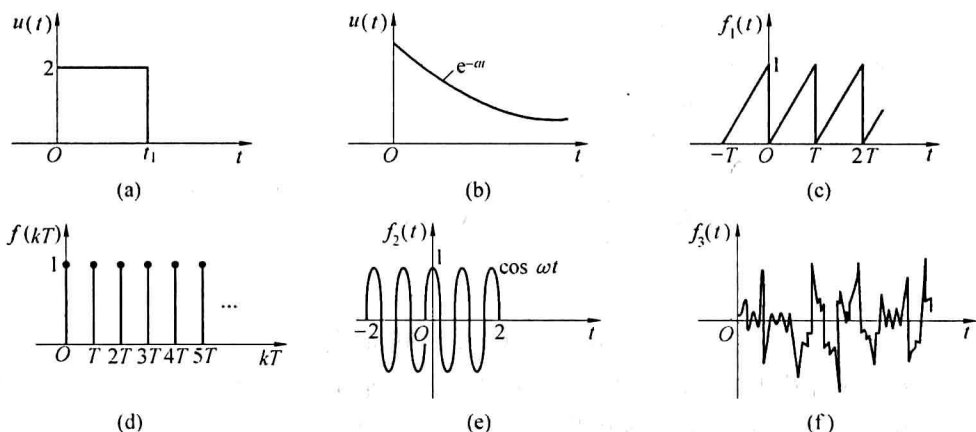


图 1.1 几种信号的波形

(2) 周期信号与非周期信号

在确定性信号中又可分为周期信号与非周期信号。依一定时间间隔周而复始,而且无始无终的信号,称为周期信号。可写为

$$f(t) = f(t + nT), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.1)$$

满足此关系的最小 T 值称为信号的周期,对于周期信号,只要给出此信号在任一周期内的变化过程,便可确定它在任意时刻的数值。

已知 $f(t)$ 的一个周期为 4,即 $T=4$,还知 $f(t)$ 在 $[0,2]$ 为 1;在 $(2,4)$ 为 0(图 1.2),求 $f(5)$ 的值。

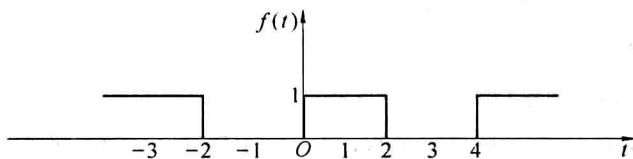


图 1.2 周期信号

$$f(5) = f(1 + 4) = f(1) = 1 \quad (1.2)$$

而非周期信号在时间上不具有周而复始的特性,若令周期信号的周期 T 趋于无限大,则称为非周期信号。

(3) 连续时间信号与离散时间信号

若信号在所有连续时间值上均有定义,则称为连续时间信号,简称为连续信号或模拟信号。反之,若信号的取值仅在一些离散时间点上才有意义,则称为离散时间信号,简称为离散信号。

我们所熟悉的正弦信号,其表达式为

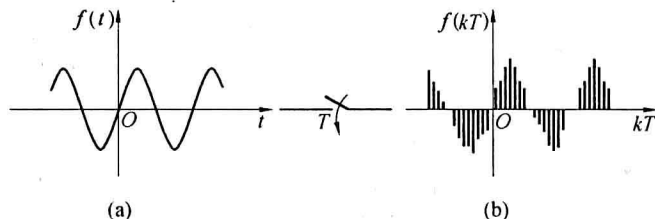
$$f(t) = \sin \omega t \quad (1.3)$$

显然,在时间 $-\infty < t < +\infty$ 内,它没有任何间断点,且在任意的确定时刻 t_0 ,都有确定的函数值 $\sin \omega t_0$ 。可见,正弦信号满足上述定义,因而是一个连续信号。

一个信号,如果只是在离散的时间瞬间才有确定的值,就称为离散时间信号,又简称为离散信号。将上述正弦信号通过一个开关,这个开关每隔时间 T 就合上,瞬间后又断开,就得到一个离散信号。

$$f(k) = f(kT) = \sin \omega kT, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.4)$$

如图 1.3 所示。



1.3 连续信号与离散信号

随着电子计算机的飞速发展与普及应用以及对连续时间信号进行采样的各种技术与器件的发展,离散信号与系统的分析具有越来越重要的地位。

应该指出的是,尽管连续信号的自变量是连续变化的,而离散信号的自变量是离散取值的,但它们的函数值都是连续变化的。我们称自变量与函数值都连续变化的信号为模拟信号。

1.2.2 阶跃信号与冲激信号

在信号与系统分析中,经常要遇到函数本身有不连续点(跳变点)或其导数与积分有不连续点的情况,这类函数统称为奇异函数或奇异信号。

通常,我们研究的典型信号都是一些抽象的数学模型,这些信号与实际信号可能有差距。然而,只要把实际信号按某种条件理想化,即可运用理想模型进行分析。本节将要介绍的奇异信号包括斜变、阶跃、冲激三种信号,其中,阶跃信号与冲激信号是两种最重要的理想信号模型。

1. 单位斜变信号

斜变信号也称斜坡信号或斜升信号。这是指从某一时刻开始随时间正比例增长的信号。如果增长的变化率是1,就称做单位斜变信号,其波形如图1.4所示,表示式为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ t & (t \geq 0) \end{cases} \quad (1.5)$$

如果将起始点移至 t_0 ,则应写做

$$f(t-t_0) = \begin{cases} 0 & (t < t_0) \\ t-t_0 & (t \geq t_0) \end{cases} \quad (1.6)$$

波形如图1.5所示。

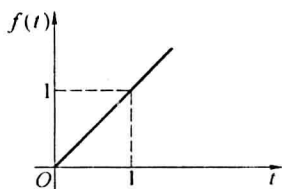


图 1.4 单位斜变信号

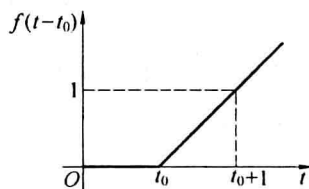


图 1.5 延迟的斜变信号

2. 单位阶跃信号

单位阶跃信号的波形如图1.6所示,通常以符号 $u(t)$ 表示

$$u(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t > 0) \end{cases} \quad (1.7)$$

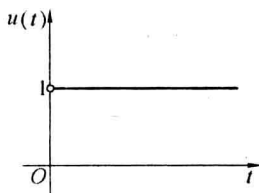


图 1.6 单位阶跃信号

在跳变点 $t=0$ 处,函数值未定义,或在 $t=0$ 处规定函数值 $u(0) = \frac{1}{2}$ 。

对于这样的阶跃信号,当 $t < 0$ 时,函数值为零,则称之为因果信号,否则称之为非因果信号。任何实际的物理信号总可以表示为一个因果信号。因为实际的信号总会有一个起始时间,如果把它的起始时间定为时间轴的零点,则它就是个因果信号。

任何非因果信号都可以乘以一个单位阶跃信号来变成因果信号。当 $t > 0$ 时,不改变

信号原有的任何特性;当 $t < 0$ 时,将原信号置为零,可以使其成为一个因果信号。按照周期信号的定义,因果信号不可能是周期的,因为因果信号都是有始的,而不像周期信号定义所要求的那样无始无终。图 1.7(a) 所示的周期正弦信号就是一个非因果信号,乘以单位阶跃信号之后,变成图 1.7(b) 中的因果信号。

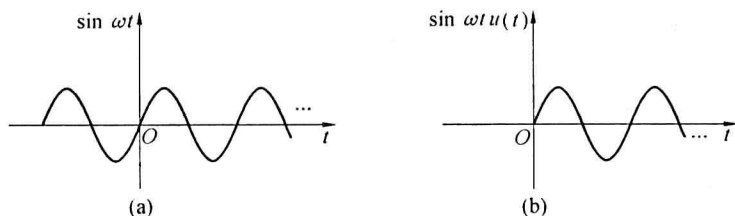


图 1.7 因果信号与非因果信号

3. 单位冲激信号

冲激函数的提出有着广泛的物理基础。例如,怎样描述钉子在一瞬间受到的加大作用力的过程? 打乒乓球时,如何描述运动员发球瞬间的作用力? 如何描述在极短时间内给电容以极大的电流充电情形? 如此等等,都需要定义一个理想函数以满足各种应用。冲激函数的概念就是以这类实际问题为背景而引出的。

冲激函数可由不同的方式来定义。首先分析矩形脉冲如何演变为冲激函数。图 1.8(a) 示出宽为 τ 、高为 $\frac{1}{\tau}$ 的矩形脉冲,当保持矩形脉冲面积 $\tau \cdot \frac{1}{\tau} = 1$ 不变,而使脉宽 τ 趋近于零时,脉冲幅度 $\frac{1}{\tau}$ 必趋于无穷大,此极限情况即为单位冲激函数,常记为 $\delta(t)$,又称为 δ 函数,如图 1.8(b) 所示。

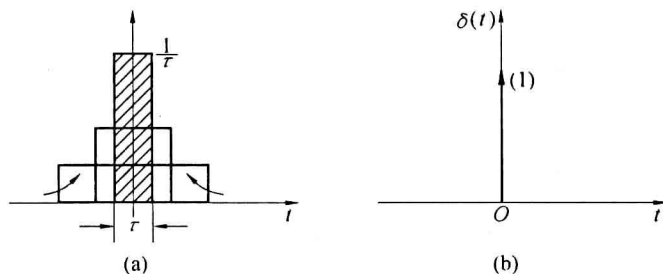


图 1.8 矩形脉冲变为冲激函数

$$\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \left[u\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - u\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right] \quad (1.8)$$

冲激函数用箭头表示,它表明 $\delta(t)$ 只在 $t=0$ 点有一“冲激”,在 $t=0$ 点以外各处,函数值都是零。

如果单位冲激信号 $\delta(t)$ 与一个在 $t=0$ 点连续的信号 $f(t)$ 相乘,则其乘积仅在 $t=0$ 处得到 $f(0)\delta(t)$,其余各点的乘积均为零,得到冲激函数有如下的性质

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) f(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) f(0) dt = f(0) \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = f(0) \quad (1.9)$$

如果对于延迟 t_0 的单位冲激信号有

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_0) f(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_0) f(t_0) dt = f(t_0) \quad (1.10)$$

以上两式表明了冲激函数的抽样特性(或称筛选特性)。连续时间信号 $f(t)$ 与单位冲激

信号 $\delta(t)$ 相乘并在 $-\infty$ 到 $+\infty$ 时间内取积分, 可以得到 $f(t)$ 在 $t=0$ 点(抽样时刻)的函数值 $f(0)$, 也即“筛选”出 $f(0)$ 。若将单位冲激移到 t_0 时刻, 则抽样值取 $f(t_0)$ 。

冲激函数还具有以下的性质

$$\delta(t) = \delta(-t) \quad (1.11)$$

δ 函数是偶函数, 可利用下式证明

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(-t) f(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\tau) f(-\tau) d(-\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\tau) f(0) d\tau = f(0) \quad (1.12)$$

冲激函数的积分等于阶跃函数,

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = 1 & (t > 0) \\ \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = 0 & (t < 0) \end{cases} \quad (1.13)$$

将式(1.13)与 $u(t)$ 的定义式比较, 就可得出

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t) \quad (1.14)$$

反之, 阶跃函数的微分应等于冲激函数, 即

$$\frac{d}{dt} u(t) = \delta(t) \quad (1.15)$$

阶跃函数在除 $t=0$ 以外的各点都取固定值, 其变化率都等于零。而在 $t=0$ 有不连续点, 此跳变的微分对应零点的冲激。

1.3 信号的基本运算

1. 加法(图 1.9)

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) \quad (1.16)$$

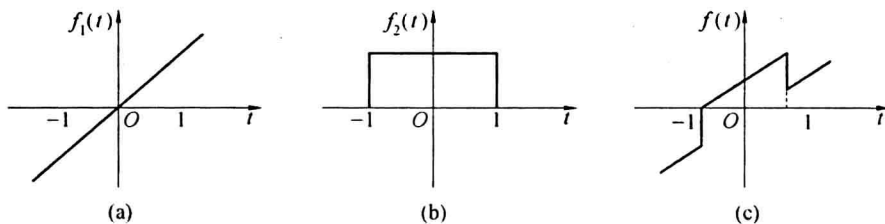


图 1.9 加法运算

2. 减法(图 1.10)

$$f(t) = f_1(t) - f_2(t) \quad (1.17)$$

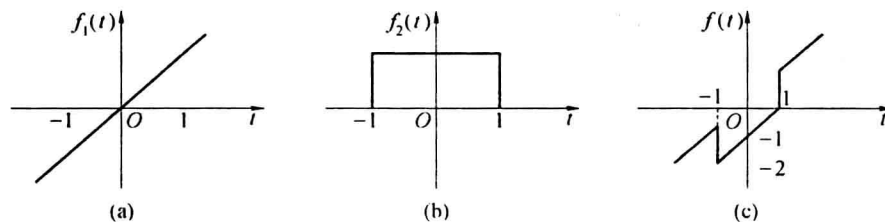


图 1.10 减法运算

3. 相乘(图 1.11)

$$f(t) = f_1(t) \cdot f_2(t) \quad (1.18)$$

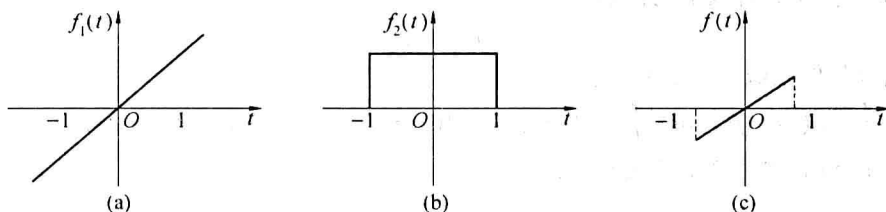


图 1.11 相乘运算

4. 信号的平移与翻转(图 1.12)

平移: $f_2(t) = f_1(t+1)$

翻转: $f_3(t) = f_1(-t)$

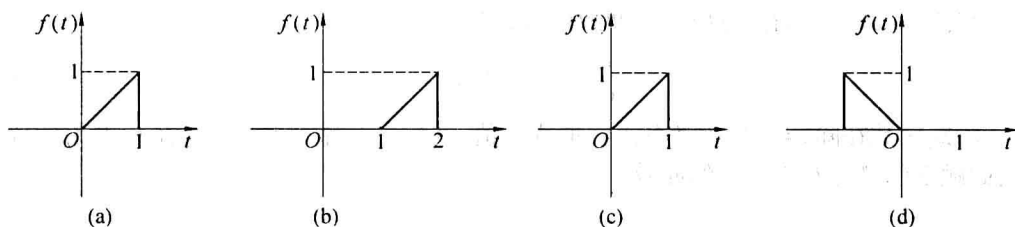


图 1.12 平移与翻转

【例 1.1】 已 $f(t)$ 波形如图 1.13(a) 所示, 求 $f(-t-1)$ 的图形。

解 结果如图 1.13(b) 所示。

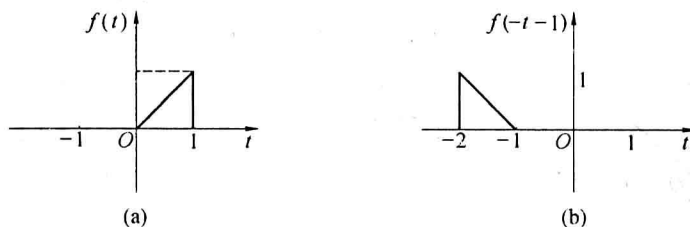


图 1.13 $f(-t-1)$ 图形

5. 尺度变换(图 1.14)

注意: 压缩或扩大时一定以 y 轴为中心。

定义: (1) 当 $a > 1$ 时, $f(at)$ 图形压缩为 $\frac{1}{a}$;

(2) 当 $0 < a < 1$ 时, $f(at)$ 图形扩大 a 倍。

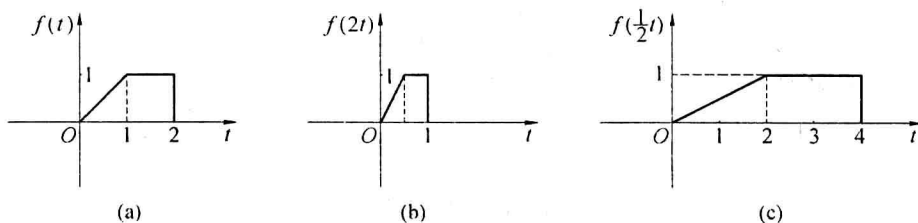


图 1.14 尺度变换