2014跨考专业硕士书系

跨考教育 WWW.KUAKAO.COM 理工社

适用于MBA／MPA／MPAcc等专业硕士

管理类联考综合能力 60天攻克800题·数学

编著◎跨考考研专业硕士研究院

掌握一方法，搞定一类题

- 章节“题”系，一目了然
- 技巧汇总，以不变应万变
- 题目精选，解析详尽易懂

跨考教育 管综数学经典习题

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

适用于MBA/MPA/MPAcc等专业硕士

管理类联考综合能力
60天攻克800题·数学

编　著◎跨考考研专业硕士研究院

编委会◎刘京环　吕建刚　孟　俊

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目（CIP）数据

管理类联考综合能力60天攻克800题. 数学／跨考考研专业硕士研究院编著.
北京：北京理工大学出版社，2013.6

ISBN 978-7-5640-7807-2

Ⅰ.①管… Ⅱ.①跨… Ⅲ.①高等数学－研究生－入学考试－习题集
Ⅳ.①G643－44

中国版本图书馆CIP数据核字（2013）第124587号

出版发行／北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址／北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编／100081
电　　话／(010) 68914775（总编室）
　　　　　82562903（教材售后服务热线）
　　　　　68948351（其他图书服务热线）
网　　址／http://www.bitpress.com.cn
经　　销／全国各地新华书店
印　　刷／三河市文阁印刷厂
开　　本／787毫米×1092毫米　1/16
印　　张／14.25
字　　数／334千字
版　　次／2013年6月第1版　2013年6月第1次印刷
定　　价／32.80元

责任编辑／张慧峰
文案编辑／张慧峰
责任校对／周瑞红
责任印制／边心超

前言

FOREWORD

经过管理类联考数学教研室全体老师的共同努力,《管理类联考综合能力 60 天攻克 800 题·数学》终于跟大家见面了. 自 2009 年开始,参加管理类联考综合能力(以下简称为“管综”)考试的学生人数呈现逐年增加的趋势. 鉴于此,跨考考研专业硕士研究院在《管理类联考综合能力核心教程》《管理类联考综合能力核心笔记·数学》的基础上,推出了相应的习题参考书——《管理类联考综合能力 60 天攻克 800 题·数学》,以满足考生在不同复习阶段的具体要求.

一、管综数学怎么考

首先,对于管理类联考综合能力测试来说,它并不是一个知识型的考试,而是通过数学基础、逻辑和写作,考查考生的推理、逻辑思维及解决问题的能力. 因此,考生在复习备考过程中,一定要注意将知识转化为能力. 在数学基础的考试内容里,有很多是考生在初、高中已学习过的,但是其考试重难点、目的已与初、高中数学截然不同. 初、高中数学学得好,不一定能考好管综. 当然,数学不好,也不代表管综数学就差.

总的来说,管综数学基础的考试特征具体如下:

1. 考试时间短,题量大

对于整张试卷来说,三个科目,答题时间分别为 1 小时,除去涂卡时间,每个科目的具体答题时间也就不足 1 小时. 管综数学题量:15 个问题求解题(即选择题)和 10 个条件充分性判断题. 这样一来,均分给每一个题目的答题时间不超过 3 分钟. 数学一、数学二、数学三的答题时间为 3 小时,大概有 23～24 道题,也就是说,只要考生会做这道题,就绝对有时间答题. 但是管综数学不是这样的,它对考生掌控时间的能力要求很高,考生不仅要“会”,更要熟练,否则必然答不完题.

2. 知识内容的系统性差,考点较单一

管综数学共有 25 道题,没有综合性的大题,故不会出现一个题目需要结合十几个知识点才能解出的情况,所以管综数学的系统性很差,考点特别散,考生只要复习到这个考点就能解决此类问题. 因此,考生的复习一定要全面. 但是,如果考生复习得较晚,可以选择性地放弃一些较难、考试频率比较低的考点,抓住常考点也能取得相对较高的分数.

3. 考题的灵活性强

考题重在考查考生解决问题的能力,故不要死记硬背公式、定理,而应该灵活应用. 考生在学习某定理时,除了记忆定理之外,还要掌握定理是如何得来的.

余式定理是关于代数式之间的除法的定理,由数与数拓展出来:

比如:多项式 $f(x)=x^4+3x^3-2x^2+x-5$ 除以多项式 $x+1$.

$$\begin{array}{r}
x^3+2x^2-4x+5 \\
x+1\overline{\big)x^4+3x^3-2x^2+x-5} \\
\underline{x^4+x^3} \\
2x^3-2x^2 \\
\underline{2x^3+2x^2} \\
-4x^2+x \\
\underline{-4x^2-4x} \\
5x-5 \\
\underline{5x+5} \\
-10
\end{array}$$

由以上除法可得：多项式 $f(x)=x^4+3x^3-2x^2+x-5$ 除以多项式 $x+1$，商式为 x^3+2x^2-4x+5，余式为 -10.

可得等式：$x^4+3x^3-2x^2+x-5=(x+1)(x^3+2x^2-4x+5)+(-10)$.

若求多项式 $f(x)=x^{40}$ 除以多项式 $x+1$ 的余式，由以上除法显然很复杂，故可从所求出发，余式即除得的多项式的次数低于除式，故除式为 $x+1$，余式为常数，因此可得等式：$x^{40}=Q(x)(x+1)+b$，对于等式来说，$x\in R$，等号恒成立，因此若想求得 b，需给 x 赋值，例：$x=1\Rightarrow 1^{40}=Q(1)\cdot(1+1)+b$，但是无从得知 $Q(1)$，故若想求得余式 b，仅需 $(x+1)=0\Rightarrow x=-1\Rightarrow(-1)^{40}=Q(-1)\cdot 0+b\Rightarrow b=1$，因此余式可求得.

由此可得到余式定理：多项式 $f(x)$ 除以多项式 $(ax+b)$ 所得余式为 $f\left(-\frac{b}{a}\right)$.

用同样的方法也可以解决同类问题，例：求解多项式 $f(x)=x^{40}$ 除以 x^2-1 的余式，从所求出发，除式为 x^2-1，余式必为 $kx+b$ 的形式，故可得等式：$x^{40}=Q(x)(x^2-1)+kx+b$，欲求 k,b，需在两个等式中加减消元，故需给 x 赋两个值，即

$$x^2-1=0\Rightarrow\begin{cases}f(1)=k+b=1^{40},\\ f(-1)=-k+b=(-1)^{40}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k=0,\\ b=1,\end{cases}$$

即余式为 1.

二、管综数学考什么

管综数学涉及的数学知识范围有：

一、算术	1. 整式
1. 整数	(1)整式及其运算
(1)整数及其运算	(2)整式的因式与因式分解
(2)整除、公倍数、公约数	2. 分式及其运算
(3)奇数、偶数	3. 函数
(4)质数、合数	(1)集合
2. 分数、小数、百分数	(2)一元二次函数及其图像
3. 比与比例	(3)指数函数、对数函数
4. 数轴与绝对值	4. 代数方程
二、代数	(1)一元一次方程

(2)一元二次方程	(3)两点间距离公式与点到直线的距离公式
(3)二元一次方程组	四、数据分析
5. 不等式	1. 计数原理
一元一次不等式(组)、一元二次不等式、简单绝对值不等式、简单分式不等式	(1)加法原理、乘法原理
6. 数列、等差数列、等比数列	(2)排列与排列数
三、几何	(3)组合与组合数
1. 平面图形	2. 数据描述
(1)三角形	(1)平均值
(2)四边形(矩形、平行四边形、梯形)	(2)方差与标准差
(3)圆与扇形	(3)数据的图表表示
2. 空间几何体	直方图、饼图、数表
(1)长方体	3. 概率
(2)柱体	(1)事件及其简单运算
(3)球体	(2)加法公式
3. 平面解析几何	(3)乘法公式
(1)平面直角坐标系	(4)古典概型
(2)直线方程与圆的方程	(5)贝努利概型

近几年大纲的明细程度发生一定的变化.

2010 年大纲,较简略,详细内容为:实数的概念、性质、运算及应用;整式、分式及其运算;方程(一元一次方程、一元二次方程、二元一次方程组)的解法及应用;不等式(一元一次不等式、一元二次不等式)的解法和应用;等差数列、等比数列、排列组合、概率初步;常见平面图形(三角形、四边形、圆);平面直角坐标系及直线与圆的方程.

目前最新的大纲是 2011 年改革后的较详细的大纲,所涉及的考点更为明确. 自 2009 年起,管理类联考综合考试面向本科应届毕业生招生,人群的增加促使大纲在内容上更为详尽. 2011 年新增了三个考点:对数、指数函数;方差、标准差;空间几何体. 2012 年大纲则是微调,将几何中的空间几何体部分的"圆柱体"变为"柱体". 2013 年的数学考试大纲同 2012 年完全相同,大纲相对稳定,考生可以针对现有大纲进行综合复习.

三、管综数学如何学

针对以上对于管综数学的分析,我们建议考生根据以下方面安排复习:

1. 重视各章节的框架,针对考试题型进行有效复习

结合各章节的框架"题"系,并针对各章节的考查题型,进行全面、系统复习. 通过掌握相应题型的解题方法,达到"掌握一方法,搞定一类题"的复习效果.

2. 依据大纲和真题,进行模块化、递进式的学习

考生的复习切记要结合大纲和真题,核心考点的考试频率均可从真题中看出,对每年必考的考点进行重点复习,非重要的考点在时间精力有限的情况下可忽略,切忌复习时追求高难试题,每年考试的 25 道题中难题最多 3 个,故考生完全可以把精力重点放在能够把握住

的中等或简单题上，在方法运用纯熟的情况下再去理解高难度的题目，切忌眼高手低.

3. 重视练习的质与量，不搞题海战术

要想学好数学，练习是必不可少的，这其中，练习的质与量是两个关键的指标：不足量则不足以引起质变，无法实现对具体方法的熟练掌握；而低质量的例题和练习题不仅浪费考生时间，更有可能打乱考生的复习思路，将考生的复习引上“歧途”.

因此，我们在编写本书时，首先注意保证例题和练习题的质量，严格依据考试大纲和最新真题的具体要求精选适合管理类联考考生的经典题目. 在保证质量的基础之上，我们配备了数量可观的练习题，以保证考生达到考试所需的练习量. 我们建议考生在使用本书时，要先做一遍，再与解答过程对照.

附录：条件充分性判断

【说明】书中所有的条件充分性判断的选项不再一一列举，只在此统一说明.

解题说明：

本大题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中陈述的结论. 阅读条件(1)和条件(2)后，请在答题卡上将所选项的字母涂黑.

(A)条件(1)充分，但条件(2)不充分

(B)条件(2)充分，但条件(1)不充分

(C)条件(1)和(2)单独都不充分，但条件(1)和条件(2)联合起来充分

(D)条件(1)充分，条件(2)也充分

(E)条件(1)和条件(2)单独都不充分，条件(1)和条件(2)联合起来也不充分

解题方法：

(1)若题干和条件均可用集合的形式来表达时，条件是题干的子集，即充分；条件不是题干的子集，即不充分.

【例】2012 年：

$x^2+bx+1=0$ 有两个不同的根.

(1)$b<-2$.　　　　(2)$b>2$.

【答案】(D)

【考点分析】考查一元二次方程根的判别式.

【解析】考查二次方程根的个数问题，$\Delta=b^2-4>0\Rightarrow b>2$ 或 $b<-2$，条件(1)(2)都可以推出结论，所以答案为(D).

(2)若条件涉及确切值时，只需将条件中的值带回题干进行验证.

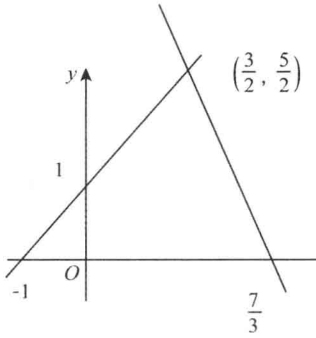
【例】2008 年 17 题：

两直线 $y=x+1$，$y=ax+7$ 与 x 轴所围成的面积是 $\frac{27}{4}$.

(1)$a=-3$.　　　　(2)$a=-2$.

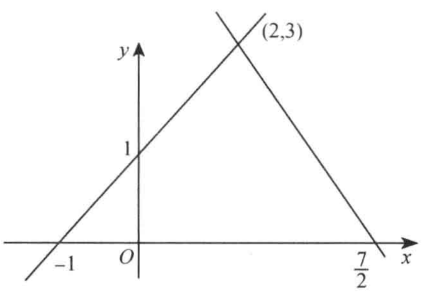
【解析】

条件(1)：当 $a=-3$ 时，直线 $y=x+1$，$y=-3x+7$ 与 x 轴所围成图形如下.



$S=\frac{1}{2}\times\frac{10}{3}\times\frac{5}{2}=\frac{25}{6}$,不充分.

条件(2):当 $a=-2$ 时,直线 $y=-2x+7$,$y=x+1$ 与 x 轴所围成图形如下.



$S=\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\times 3=\frac{27}{4}$,充分.

条件(1)不充分,条件(2)充分,选(B).

(3)推导论证型的条件充分性判断,从条件入手结合题干中的已知条件推导题干中的结论.

【注】题干的形式"若…,则…","若"后面是已知,"则"后面是需推导的结论.

【例】2012 年:

已知三种水果平均 10 元/千克,则三种水果单价均不超过 18 元/千克.

(1)这三种水果中最低单价为 6 元/千克.

(2)买三种水果各 1 千克,1 千克,2 千克,共花费 46 元.

【答案】(D)

【考点分析】考查不定方程.

【解析】设三种水果的单价依次为 x,y,z.

条件(1):可知 $x+y+z=30(x\geqslant y\geqslant z=6)\Rightarrow x+y=24(x\geqslant y\geqslant 6)\Rightarrow x_{\max}=18$,充分.

条件(2):可知 $\begin{cases}x+y+z=30,\\x+y+2z=46\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y=14,\\z=16\end{cases}\Rightarrow x,y,z>18$,充分.

故答案是(D).

编 者

2013.5

目录

CONTENTS

第一章

实 数

第一节 章节框架"题"系

- 实数
  - 数据处理技巧
  - 实数的运算
  - 整数的性质
    - 奇偶分析
    - 整除分析
    - 不定方程
  - 循环小数化分数
- 绝对值
  - 定义
  - 三角不等式
- 比和比例
  - 利用比例求值
  - 比例的定理
  - 比的增减性
- 均值

第二节 经典题型归类与习题精练

一、数据处理技巧

解题方法点拨

解决数据处理的问题，可将题目分成三种形式，通过形式决定方法，实现轻松解题.

(1)多个分数和的形式(裂项相消)

具体解法：

若均为整数，则裂项相消. 写出这一列数的通项公式，对通项公式进行裂项，例如

$$\frac{1}{n(n+d)}=\frac{1}{d}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+d}\right);$$

若存在无理数,则进行分母有理化.

(2)多个括号积的形式

具体解法:

若括号中有分数,则分子分母相消;

若括号中没有分数,则利用平方差公式进行求解.

(3)数列的形式

利用等差、等比数列的求和公式.

习题精练

1. $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{2\,008\times2\,009}+\frac{1}{2\,009\times2\,010}=($　　$)$.

(A)$\frac{2\,007}{2\,008}$　(B)$\frac{2\,007}{2\,009}$　(C)$\frac{2\,007}{2\,010}$　(D)$\frac{2\,008}{2\,010}$　(E)$\frac{2\,009}{2\,010}$

2. $x=2$ 成立.

(1)$x=\dfrac{2\,009+\left(\frac{1}{2\,008\times2\,009\times2\,010\times2\,011}\right)^0}{(2\,010+2\,008+2\,006+\cdots+4+2)-(2\,009+2\,007+2\,005+\cdots+3+1)}$.

(2)$x=\left(1+\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{2\,010\times2\,011}\right)\times\frac{4\,022}{4\,021}$.

3. $1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+2\,010}=($　　$)$.

(A)$\frac{4\,020}{2\,011}$　(B)$\frac{2\,009}{2\,011}$　(C)$\frac{4\,019}{2\,010}$　(D)$\frac{4\,017}{2\,010}$　(E)$\frac{2\,009}{2\,010}$

4. $\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\left(1-\frac{1}{25}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{99^2}\right)=($　　$)$.

(A)$\frac{50}{97}$　(B)$\frac{52}{97}$　(C)$\frac{47}{98}$　(D)$\frac{47}{99}$　(E)$\frac{50}{99}$

5. $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{624}+\sqrt{625}}=($　　$)$.

(A)23　(B)24　(C)25　(D)26　(E)以上都不对

6. $1-\frac{2}{1\times(1+2)}-\frac{3}{(1+2)(1+2+3)}-\frac{4}{(1+2+3)(1+2+3+4)}-\cdots-\frac{10}{(1+2+\cdots+9)(1+2+\cdots+10)}=($　　$)$.

(A)$\frac{1}{45}$　(B)$\frac{1}{55}$　(C)$\frac{7}{60}$　(D)$\frac{1}{65}$　(E)$\frac{7}{75}$

7. $11+22\frac{1}{2}+33\frac{1}{4}+44\frac{1}{8}+\cdots+77\frac{1}{64}=($　　$)$.

(A)$306\frac{1}{64}$　(B)$307\frac{63}{64}$　(C)308　(D)$308\frac{1}{64}$　(E)$308\frac{63}{64}$

8. 已知 $A=(1+2)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8)\cdots(1+2^{64})$，那么 A 的个位数等于（　　）.

(A)2　　(B)3　　(C)4　　(D)5　　(E)6

二、实数的运算

解题方法点拨

(1)实数的乘方(开方)运算

$$a^0=1,a^n\cdot a^m=a^{n+m},a^n\div a^m=a^{n-m},(a^n)^m=a^{n\cdot m},a^{-n}=\frac{1}{a^n}.$$

(2)实数的四则运算

①有理数加减乘除有理数得到的必为有理数；

②无理数加减乘除无理数不一定得到无理数；

③无理数加减有理数得到的必为无理数；

④有理数(除 0 外)乘除无理数一定得到无理数.

习题精练

9. 以下命题正确的一个是（　　）.

(A)两个数的和为正数，则这两个数都是正数

(B)两个数的差为负数，则这两个数都是负数

(C)两个数中较大的一个其绝对值也较大

(D)加上一个负数，等于减去这个数的绝对值

(E)一个数的两倍大于这个数本身

10. $a=b=0$.

(1)$ab\geqslant 0$，$\left(\frac{1}{2}\right)^{a+b}=1$.

(2)a,b 是有理数，α 是无理数，$a+\alpha b=0$.

11. 定义运算“⊛”的运算法则为：$x ⊛ y=\dfrac{1}{\sqrt{2\,008}+\sqrt{2\,008+y-x}}$，则 2 010 ⊛ 2 011 按四舍五入取近似值的结果等于（　　）.

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)3　　(E)4

12. 定义运算“@”的运算法则为：$x@y=\sqrt{xy+4}$，则 $(2@6)@8=$（　　）.

(A)2　　(B)3　　(C)4　　(D)5　　(E)6

13. 设 $a=2^0,b=(-3)^2,c=\sqrt[3]{-9},d=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$，则 a,b,c,d 按由小到大的顺序排列正确的是（　　）.

(A)$c<a<d<b$　　(B)$b<d<a<c$

(C)$a<c<d<b$　　(D)$b<c<a<d$

14. 已知 x 是无理数，且 $(x+1)(x+3)$ 是有理数，则：(1) x^2 是有理数；(2) $(x-1)(x-3)$ 是无理数；(3) $(x+1)^2$ 是有理数；(4) $(x-1)^2$ 是无理数，以上正确的命题有(　　)个.

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)3　　(E)4

15. 设 x,y 都是有理数，λ 为无理数，且满足方程 $\left(\frac{1}{2}+\frac{\lambda}{3}\right)x+\left(\frac{1}{3}+\frac{\lambda}{2}\right)y-4-\lambda=0$，那么 $x-y$ 的值等于(　　).

(A)12　　(B)-6　　(C)6　　(D)18

(E)以上结论均不正确

三、奇偶分析

解题方法点拨

奇偶分析，从两个角度来进行考查：两个数的奇偶分析和多个数的奇偶分析.

(1)两个数的奇偶分析(±，×)

奇数±奇数=偶数；奇数±偶数=奇数；

偶数±偶数=偶数；奇数×奇数=奇数；

偶数×偶数=偶数；偶数×奇数=偶数.

(2)多个数的奇偶分析(±)

多个偶数的和(差)得到的仍是偶数；

奇数个奇数的和(差)得到的是奇数；

偶数个奇数的和(差)得到的是偶数.

习题精练

16. 一班同学围成一圈，每位同学的一侧是一位同性同学，而另一侧是两位异性同学，则这班的同学人数(　　).

(A)一定是4的倍数　　(B)不一定是4的倍数

(C)一定不是4的倍数　　(D)一定是2的倍数，不一定是4的倍数

(E)以上结论均不正确

17. 一个小于200的奇数，它的各位数字之和为奇数，且它可以表示为两个两位数之积，则这个数为(　　).

(A)121　　(B)143　　(C)187　　(D)169　　(E)195

四、整除分析

解题方法点拨

①若 $a|b,a|c$,则 $a|(kb\pm mc)(k,m\in\mathbf{Z})$;
②若 $a|(b+c),a|b$,则 $a|c$;
③若 $a|(b+c),a\nmid b$,则 $a\nmid c$,且 b,c 除以 a 的余数和为 a.

习题精练

18. $\frac{n}{14}$是一个整数.

(1)n 是一个整数,且$\frac{3n}{14}$也是一个整数.

(2)n 是一个整数,且$\frac{n}{7}$也是一个整数.

19. $\frac{21+n}{24}\in\mathbf{Z}$.

(1)若 $n\in\mathbf{Z},\frac{n+21}{4}\in\mathbf{Z}$.　　(2)若 $n\in\mathbf{Z},\frac{n+27}{6}\in\mathbf{Z}$.

20. n^2-1 是 8 的倍数.

(1)n 是偶数.　　(2)n 是奇数.

21. 用$\overline{ab}$表示十位是 a,个位是 b 的一个两位数,有$\overline{ab}:\overline{ba}=(a+1):(b+1)$成立.

(1)$\overline{ab}$是 3 的倍数.　　(2)$\overline{ab}$是 9 的倍数.

22. $(m+1)^3-(m+1)(m^2-m+1)(m\in\mathbf{N}^+)$,则(　　).

(A)不能被 3 整除　　(B)能被 3 整除,不能被 6 整除
(C)能被 6 整除　　(D)能被 2 整除,不能被 6 整除
(E)以上结论均不正确

五、不定方程

解题方法点拨

不定方程:等式的数量<未知数的数量,如二元一次方程、二元二次方程等.
(1)二元一次不定方程的解法
确定一个未知数的值,解一元一次求得另一个未知数的值.
具体解题步骤:奇偶分析;通过系数定范围.
例　求方程 $14x+5y=93(x,y\in\mathbf{N})$的解.
奇偶分析:两个数的和为奇数 93,$14x$ 为偶数,故 $5y$ 为奇数,故 y 为奇数.

通过系数定范围：$14x\geqslant 0$，$5y\geqslant 0$，故可知：$14x\leqslant 93\Rightarrow x\leqslant 6$，因此 $x=1,2,3,4,5,6$ 代入方程，可解得 y，若 y 为自然数，则满足题意；不满足则舍掉.

【注】也可根据数的特性，由个位出发，$5y$ 为奇数，则个位是 5，故 $14x$ 的个位是 8，故 $x=2$，其余值舍掉，因此解得 $y=13$.

(2)二元二次不定方程的解法

将方程整理成：因式×因式=常数，对常数分解因数即可解得两个未知数.

具体解题步骤：变形，将未知数前面的系数交叉放入两个因式；求值.

例　求方程 $xy=2x+y+1(x,y\in\mathbf{Z}^+,x>y)$ 的解.

变形：$xy-2x-y=1\Rightarrow(x-1)(y-2)=3$.

求值：分解因数，$1\times3=3\Rightarrow\begin{cases}x-1=1,\\y-2=3\end{cases}\Rightarrow x=2,y=5,x<y$，舍掉；

$$3\times1=3\Rightarrow\begin{cases}x-1=3,\\y-2=1\end{cases}\Rightarrow x=4,y=3,x>y.$$

故方程的解为 $x=4,y=3$.

习题精练

23. 若干只六脚蟋蟀和八脚蜘蛛，共有 46 只脚，则蟋蟀和蜘蛛各有多少只？

24. 用 16 元钱买面值为 20 分、60 分、1 元的三种邮票共 18 枚，每枚邮票至少买 1 枚，共有多少种不同的买法？

25. 若 $a,b\in\mathbf{Z}^+$，且满足方程 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{2}$，则 a,b 的几何平均值为(　　).

六、循环小数化分数

解题方法点拨

(1)纯循环小数化分数

一个循环节做分子，分母是这个纯循环小数中一个循环节数字个数相同的 9.

如：$0.347\,347\,347\cdots=0.\dot{3}4\dot{7}=\frac{347}{999}$.

(2)混合循环小数化分数

分子是第二个循环节前小数点后的数减去小数点后不循环的部分，分母是和一个循环节数字个数相同的 9，后面加与小数点后不循环数字个数相同的 0.

如：$0.213\,474\,747\cdots=0.213\,\dot{4}\dot{7}=\frac{21\,347-213}{99\,000}=\frac{21\,134}{99\,000}$.

习题精练

26. 有一个非零自然数，当乘以 $2.\dot{1}2\dot{6}$ 时，由于误乘 2.126，使答案差 1.4. 则这个自然数是(　　).

27. 10^k 除以 m 的余数为 1.

(1)既约分数$\dfrac{n}{m}$满足 $0<\dfrac{n}{m}<1$.

(2)分数$\dfrac{n}{m}$可以化为小数部分的一个循环节有 k 位数字的纯循环小数.

七、绝对值

解题方法点拨

(1)绝对值的定义

$$|a|=\begin{cases}a, & a\geqslant 0,\\ -a, & a\leqslant 0.\end{cases}$$

(2)绝对值的自比性

$$\frac{|a|}{a}=\frac{a}{|a|}=\begin{cases}1, & a>0,\\ -1, & a<0.\end{cases}$$

讨论 a 的正负性,通过两个途径:和或者积.

习题精练

28. a,b,c 在数轴上的位置如图 1-1 所示,且 $|a|=|b|$,则 $|c-a|+|c-b|+|a+b|$ $=$(　　).

(A)$a-b$　　(B)$2b$　　(C)0　　(D)$c-a$　　(E)以上都不对

图 1-1

29. 已知 $|a|=5$,$|b|=7$,$ab<0$,则 $|a-b|=$(　　).

(A)2　　(B)12　　(C)-2　　(D)-12　　(E)无法确定

30. 实数 a,b 满足 $|a|(a+b)>a|a+b|$.

(1)$a<0$.　　(2)$a>-b$.

31. 若非零实数 a,b,c 满足方程 $a+b+c=0$,则$\dfrac{a}{|a|}+\dfrac{b}{|b|}+\dfrac{c}{|c|}=$(　　).

32. 若非零实数 a,b,c 满足方程$\begin{cases}a+b+c>0,\\ abc>0,\end{cases}$则$\dfrac{a}{|a|}+\dfrac{b}{|b|}+\dfrac{c}{|c|}=$(　　).

33. $\dfrac{b+c}{|a|}=\dfrac{a+c}{|b|}=\dfrac{a+b}{|c|}=1$.

(1)实数 a,b,c 满足 $a+b+c=0$.

(2)实数 a,b,c 满足 $abc>0$.

八、三角不等式

解题方法点拨

$||a|-|b||\leqslant|a\pm b|\leqslant|a|+|b|$.

对于 $a,b\in\mathbf{R}$,三角不等式恒成立.

关于等号的成立:

要么 $a\cdot b\geqslant0$,要么 $a\cdot b\leqslant0$,可以代入具体数值来判断. 如:$|a+b|=|a|+|b|$ 等号何时成立?将 $a=1,b=1$ 代入,等号成立,故要使得 $|a+b|=|a|+|b|$ 成立,需 $a\cdot b\geqslant0$.

习题精练

34. x,y 是实数,$|x|+|y|=|x-y|$.

(1)$x>0,y<0$.　　(2)$x<0,y>0$.

35. 使得方程 $|x-1|+|2x-3|=|3x-4|$ 的等号成立的未知数 x 的取值范围是(　　).

36. 已知 $|a|\neq|b|$,$m=\dfrac{|a|-|b|}{|a-b|}$,$n=\dfrac{|a|+|b|}{|a+b|}$,则 m,n 之间的大小关系为(　　).

37. $\dfrac{|a-b|}{|a|+|b|}\geqslant1$.

(1)$ab>0$.　　(2)$ab<0$.

九、利用比例求值

解题方法点拨

已知等式求代数式的值,若已知等式为不定方程,所求代数式为分式且齐次的形式,说明此题需利用比例求值.

(1)含有两个未知数

分解因式求的是两个未知数的比,见比设 k,求值.

(2)含有三个未知数

加减消元求的是三个未知数的比,见比设 k,求值.

习题精练

38. 已知 $\dfrac{1}{a}=\dfrac{3}{b+c}=\dfrac{5}{c+a}$,那么 $\dfrac{a-2b}{2b+c}$ 的值等于(　　).

(A)$\dfrac{1}{2}$　(B)$\dfrac{3}{2}$　(C)$\dfrac{2}{3}$　(D)$\dfrac{3}{5}$　(E)$\dfrac{5}{3}$

39. 已知 $3a^2+ab-2b^2=0$,求代数式 $\dfrac{a}{b}-\dfrac{b}{a}-\dfrac{a^2+b^2}{ab}$ 的值.