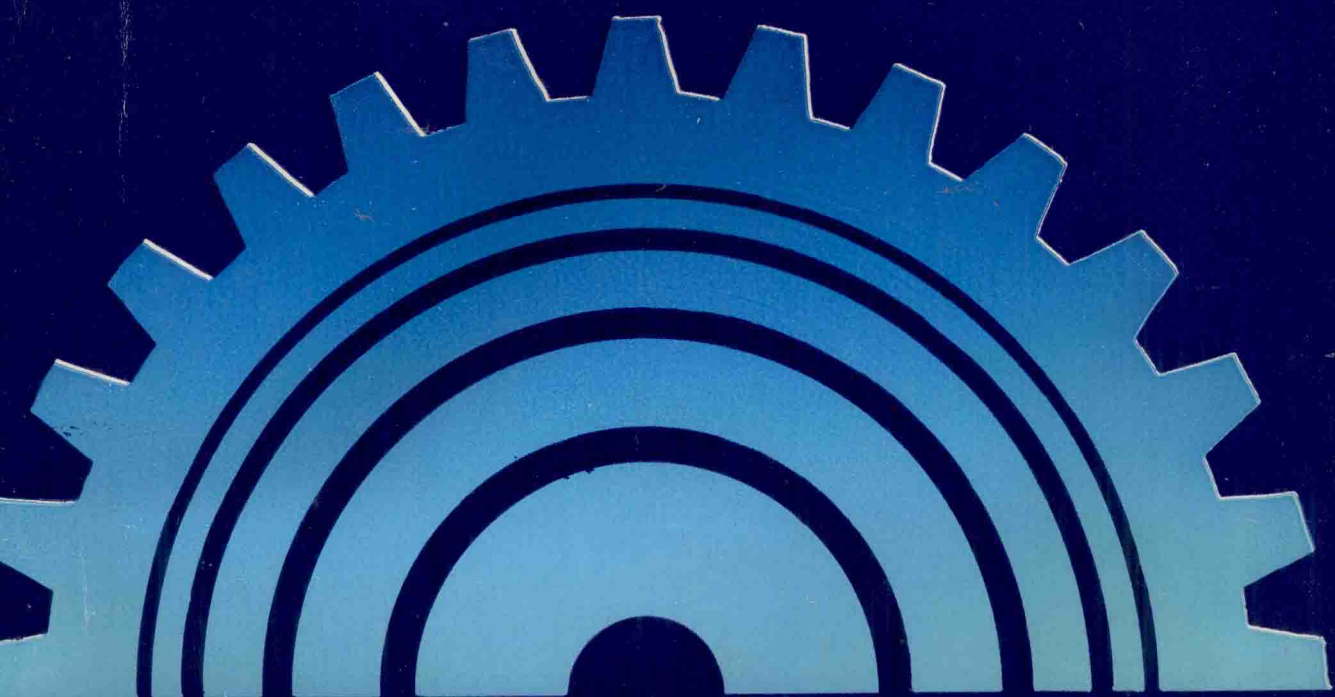


唐增宝 钟毅芳 编著



齿轮传动的 振动分析与 动态优化设计

华中理工大学出版社

唐增宝、钟毅芳
振动和噪声

齿轮传动的振动分析 与动态优化设计

唐增宝 钟毅芳 编著

江苏工业学院图书馆
藏书章

华中理工大学出版社

内 容 简 介

本书介绍了齿轮传动装置的动力学基本理论、动态分析、计算机仿真及动态优化设计等内容，主要包括：齿轮传动的轮齿变形计算和刚度计算，圆柱齿轮（直齿和斜齿）传动和多级齿轮传动系统的振动建模、振动微分方程求解、动态分析与仿真、动态优化设计，各种因素对齿轮振动的影响及降低齿轮振动的措施等，并附有计算实例。

本书可作为高等工科院校机械类专业的教师和硕士研究生的教学用书，也可供从事齿轮传动研究、设计和制造工作的工程技术人员参考。

董 敏 姜 焱 钟 毅 芳

齿轮传动的振动分析与动态优化设计

唐增宝 钟毅芳 编著

责任编辑 钟小珉

*

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山)

新华书店湖北发行所经销

武汉大学出版社印刷总厂印刷

*

开本：787×1092 1/16 印张：10 字数：230 000

1994年3月第1版 1994年3月第1次印刷

印数：1-2 000

ISBN 7-5609-0851-9/TH·71

定价：6.80元

(鄂)新登字第10号

前 言

随着科学技术的不断发展、机械工业的日新月异，机械的运转速度越来越高，从而人们对机械产品的动态性能提出了愈来愈高的要求。特别是出口的机械产品，对其动态性能要求更为突出。然而，各种机械在工作过程中所产生的振动，却使它们的动态性能严重恶化，从而大大影响其原有精度、生产效率和使用寿命。同时，机械振动所产生的噪声，又使生产环境受污染，影响人们的健康。机械的振动和噪声，其中大部分来自齿轮传动工作时产生的振动，因此机械产品对齿轮动态性能的要求就更为突出。目前，齿轮传动所用的常规分析和设计方法已满足不了动态性能方面的要求。要满足这一要求，就需要从振动角度来分析齿轮传动装置的运转情况，并按动态性能最佳的目标进行设计。因此，研究齿轮振动产生的机理，掌握齿轮振动发展和衰减的规律，研究降低齿轮振动的理论和措施，以及提高齿轮动态性能的设计方法，就成为工程技术人员面临的一个重要课题。但是，目前国内还缺乏比较系统地介绍齿轮振动分析和提高齿轮动态性能的设计方法的书籍。因此，编写出版这类书籍就成为当前十分急迫的任务。

本书较全面地阐述齿轮传动的振动基本理论、动态分析、计算机动态仿真和动态性能优化设计等内容。第一章主要介绍齿轮动力学的基础知识，即齿轮振动力学模型和振动微分方程的建立及微分方程的基本解法；第二章介绍直齿、斜齿圆柱齿轮轮齿变形和刚度的计算；第三章介绍齿轮误差在齿轮振动分析计算中的处理方法；第四、五章介绍直齿圆柱齿轮传动的振动分析；第六章介绍斜齿圆柱齿轮传动的振动分析；第七章介绍多级齿轮传动系统的动力学问题；第八章介绍齿轮误差、重合度、转速、载荷和齿轮参数等对齿轮振动的影响及相应的减振措施；第九章介绍齿形修整；第十章介绍齿轮传动的动态性能分析和计算机仿真；第十一章介绍提高齿轮动态性能的优化设计方法。在第一、七、十和十一章中都有计算实例。

本书的第一、二、六、七章由钟毅芳编写；第三、四、五章及第八至第十一章由唐增宝编写，并由唐增宝对全书进行统稿。本书是基于收集了国内外有关齿轮振动研究方面的最新资料以及编者多年来从事齿轮动态性能的研究成果和对硕士研究生的教学经验编写成的。

本书由华中理工大学余俊教授审阅，并提出了一些宝贵意见，在此表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，书中难免有缺点和错误，诚请读者批评指正。

编者

1992年12月
于华中理工大学

本书采用基本符号表

重合重合度 ε
 变系, 修正系 λ
 齿顶圆齿 σ
 代齿顶 σ_0
 代齿顶 σ_1
 同轴 γ
 直前 ϕ
 齿顶圆齿 [10]

A	功, 振幅, 系数	齿顶圆齿 [10]
a	振动加速度	齿顶圆齿 [10]
\bar{a}	振动加速度均方根值	齿顶圆齿 [10]
B	系数	齿顶圆齿 [10]
b	齿宽	
c	阻尼系数	
d	直径	
d'	节圆直径	
E	弹性模量, 动能	
e	齿轮误差	
e_n	法向修形量	
e_t	切向修形量	
e_m	齿轮误差最大值	
e_r	齿轮误差幅值	
F	作用力	
F_d	法向动载荷 (力)	
F_n	法向静载荷 (力)	
F_0	激振力幅	
f	频率	
f_n	固有频率	
f_z	啮合频率	
G	剪切弹性模量	
h	齿高	
I	轴惯性矩	
i	传动比	
J	转动惯量	
J_p	极惯性矩	
K	轮齿综合刚度	
k	单齿刚度, 轴的刚度	
K_n	静态啮合刚度	
K_d	动态啮合刚度	
K_o	动载系数	
K_b	轮齿弯曲变形影响函数	
K_c	轮齿接触变形影响函数	
L	长度, 运算符	
l	长度	
M	换算质量, 力矩	
m	模数, 质量	
N	数	
n	转速, 数	
p_n	单位齿宽上的法向作用力	

p_b	基节
Q	广义力
q	广义坐标
R, r	表面半径
R_z	粗糙度
s	齿厚, 影响系数, 复变数
S_H	接触强度安全系数
S_F	弯曲强度安全系数
T	周期, 转矩
T_z	啮合周期
t	时间
U	势能, 变量
u	变量, 位移, 参数
V	变量, 坐标
v	速度, 变量, 坐标
X	相对位移、变量, 向量
x, x'	坐标, 位移, 变量, 变位系数
x_s	静位移
Y	相对位移, 变量
y, y'	坐标, 位移, 变量
z	齿数, 坐标, 变量
α	齿形角, 压力角, 系数, 正则化因子
α'	节圆压力角
β	分度圆螺旋角, 系数
β_b	基圆螺旋角
γ	角度, 频率比, 系数
ω	圆频率, 角速度
ω_n	固有圆频率
ω_z	啮合圆频率
ω_d	等效角速度
φ	相位角, 偏转角, 角位移
θ	转角
ψ	相位角, 转角
μ	系数, 角度
ξ	位移, 坐标
ξ	无量纲加速度
ξ_{eff}	无量纲加速度均方根值
η	变量, 坐标
ζ	阻尼比, 坐标
δ	变形
ε_n	端面重合度

目 录

本书采用基本符号表

第一章 齿轮传动的动力学基础	(1)
§ 1.1 振动系统的动力学模型和运动微分方程	(1)
§ 1.2 振动系统的动力学等效参数计算	(9)
§ 1.3 齿轮传动振动系统分析的基本方法	(12)
第二章 轮齿的变形及刚度计算	(23)
§ 2.1 轮齿刚度及其对齿轮传动动态性能的影响	(23)
§ 2.2 轮齿变形的计算方法	(24)
§ 2.3 齿轮传动的静态啮合刚度和动态啮合刚度	(30)
§ 2.4 斜齿圆柱齿轮的轮齿刚度	(32)
第三章 齿轮误差在齿轮振动分析计算中的处理方法	(35)
§ 3.1 概述	(35)
§ 3.2 齿轮误差在齿轮振动分析计算中的处理方法	(36)
第四章 轮齿刚度为定值时直齿圆柱齿轮传动的振动分析	(40)
§ 4.1 无阻尼齿轮振动系统的振动	(40)
§ 4.2 有阻尼齿轮振动系统的振动	(42)
§ 4.3 齿轮振动系统在任意的周期激振力下的振动	(44)
第五章 轮齿刚度变化时直齿圆柱齿轮传动的振动分析	(46)
§ 5.1 轮齿综合刚度及其表达式	(46)
§ 5.2 直齿圆柱齿轮传动的扭转振动与动载	(48)
§ 5.3 直齿圆柱齿轮传动扭转振动的特征分析	(52)
§ 5.4 直齿圆柱齿轮传动的径向和轴向振动	(57)
§ 5.5 考虑侧隙时直齿圆柱齿轮传动的振动分析	(64)
第六章 斜齿圆柱齿轮传动的振动分析	(67)
§ 6.1 简化成单自由度振动的斜齿圆柱齿轮传动的运动微分方程	(67)
§ 6.2 考虑不同方向振动的斜齿圆柱齿轮传动的运动微分方程	(67)
§ 6.3 斜齿圆柱齿轮传动振动系统的固有频率和动态响应	(71)
第七章 多级齿轮传动系统的动力学问题	(73)
§ 7.1 多级齿轮传动系统的动力学模型	(73)
§ 7.2 多级齿轮传动系统的固有频率和振型矩阵以及动态响应	(76)
§ 7.3 多级齿轮传动系统振动微分方程的求解	(81)
第八章 诸因素对齿轮振动的影响及减振措施	(85)
§ 8.1 齿轮误差对齿轮振动的影响及减振措施	(85)
§ 8.2 重合度对齿轮振动的影响及减振措施	(91)
§ 8.3 转速和载荷对齿轮振动的影响及减振措施	(94)
§ 8.4 螺旋角和齿宽对齿轮振动的影响及减振措施	(98)
§ 8.5 齿数、齿形角和模数对齿轮振动的影响	(102)
§ 8.6 齿面粗糙度和润滑对齿轮振动的影响及减振措施	(103)
§ 8.7 其他减振措施	(105)

第一章 齿轮传动的动力学基础

§ 1.1 振动系统的动力学模型和运动微分方程

任何机械在工作时都可能产生振动。研究振动时，称振动的机械为振动系统。实际的振动系统往往是很复杂的，影响振动的因素很多，给振动的研究带来很多困难。处理工程实际问题时，应根据问题的实际情况，抓住主要因素，忽略次要因素，使复杂的振动系统得到简化和抽象，但应确保简化、抽象后的振动系统，其运动特性基本上与原系统等效。这种经简化、抽象而得到的振动系统，称之为原系统的“等效系统”。表示这个简化了的等效系统的图形，即为振动系统的动力学模型。下面介绍齿轮传动中常见的几种动力学模型。

一、单对齿轮传动系统振动的动力学模型和运动微分方程

1. 只考虑齿轮的扭转振动时

(1) 动力学模型

单对齿轮的啮合情况如图 1.1 (a) 所示。当轮齿的刚度远大于轴的扭转刚度时，可以忽略轴和轮体的扭转振动。因而，在只考虑齿轮扭转振动的情况下，图 1.1 (a) 所示的振动系统，可简化为图 1.1 (b) 所示的动力学模型。

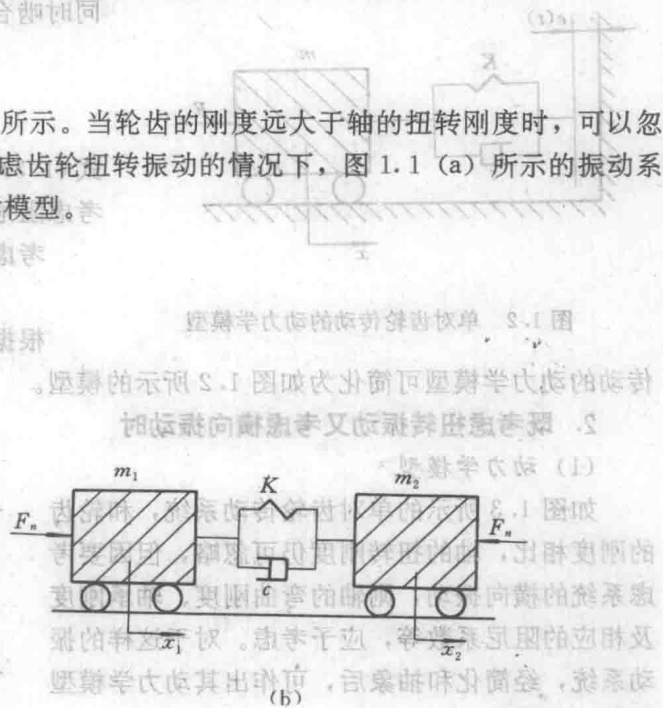
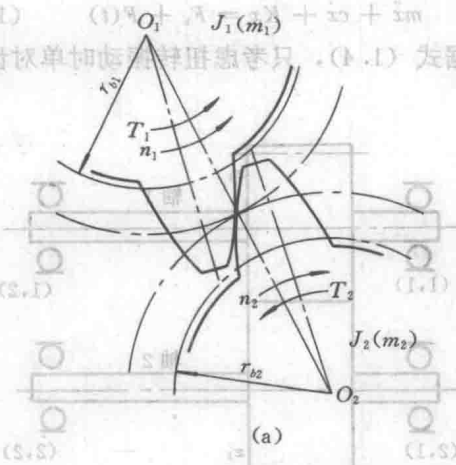


图 1.1 单对齿轮啮合和动力学模型

图 1.1 中， K 为轮齿的综合刚度； c 为阻尼系数； F_n 为作用于轮齿单位齿宽上的法向静载荷（力）； m_1 、 m_2 分别为两轮沿啮合线方向单位齿宽上的质量； J_1 、 J_2 分别为两轮的转动惯量； r_{b1} 、 r_{b2} 分别为两轮的基圆半径； T_1 、 T_2 分别为两轮传递的转矩； x_1 、 x_2 分别为两轮沿啮合线方向的位移。

(2) 运动微分方程 对于如图 1.1 所示的动力学模型，若暂不考虑阻尼，则可列出：

$$m_1 \ddot{x}_1 = F_n - F_d \quad (1.1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = F_d - F_n \quad (1.2)$$

式中, F_d 为作用于轮齿单位齿宽上的法向动载荷(力)。

式(1.1) 乘上因子 $m_2/(m_1+m_2)$, 式(1.2) 乘上因子 $m_1/(m_1+m_2)$, 得:

$$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \ddot{x}_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} (F_n - F_d) \quad (a)$$

$$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \ddot{x}_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} (F_d - F_n) \quad (b)$$

令 $m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$, 称为换算到啮合线上的合成质量(或称等价质量); 令 $x = x_1 - x_2$, 称为啮合线上的相对位移。将式(a)与式(b)相减得:

$$m \ddot{x} = F_n - F_d$$

其中, 动载荷 F_d 用下式表示:

$$F_d = \sum_{i=1}^I k_i [x - e_i(t)]$$

式中, $e_i(t)$ 为齿轮误差; k_i 为单对齿刚度; I, II 为同时啮合的第 1 和第 2 齿对(下同)。由此, 得:

$$m \ddot{x} + Kx = F_n + F(t) \quad (1.3)$$

$$K = \sum_{i=1}^I k_i; F(t) = \sum_{i=1}^I k_i e_i(t)$$

式(1.3)即为单对齿轮传动只考虑扭转振动而不考虑阻尼时的运动微分方程。

考虑阻尼时, 式(1.3)可写成:

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + Kx = F_n + F(t) \quad (1.4)$$

根据式(1.4), 只考虑扭转振动时单对齿轮

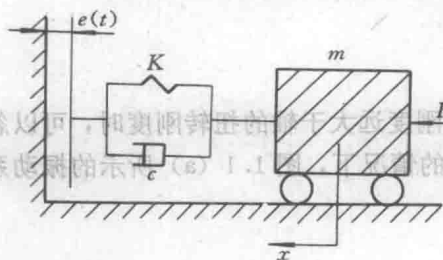


图 1.2 单对齿轮传动的动力学模型

传动的动力学模型可简化为如图 1.2 所示的模型。

2. 既考虑扭转振动又考虑横向振动时

(1) 动力学模型

如图 1.3 所示的单对齿轮传动系统, 和轮齿的刚度相比, 轴的扭转刚度仍可忽略, 但因要考虑系统的横向振动, 则轴的弯曲刚度、轴承刚度及相应的阻尼系数等, 应予考虑。对于这样的振动系统, 经简化和抽象后, 可作出其动力学模型如图 1.4 所示。

在图 1.4 中, x_i 和 y_i 分别为齿轮 i ($i=1, 2$) 在 x 、 y 方向的位移; k_{xi} 、 c_{xi} 分别为轴 i ($i=1, 2$)

的弯曲刚度和阻尼系数; k_{xibj} 、 c_{xibj} 分别为轴承 i 、 j

($i, j=1, 2$) 在 x 方向的刚度和阻尼系数; k_{yibj} 、 c_{yibj}

分别为轴承 i 、 j ($i, j=1, 2$) 在 y 方向的刚度和阻尼系数; K_i 、 c_i 分别为轮齿的啮合刚度和阻尼系数; m_i 、 J_i 分别为齿轮 i ($i=1, 2$) 的质量和转动惯量; T_1 、 T_2 分别为输入转矩和负荷转矩; r_{b1} 、 r_{b2} 分别为齿轮 1、2 的基圆半径; θ_i 为齿轮 i ($i=1, 2$) 的转角。

(2) 运动微分方程

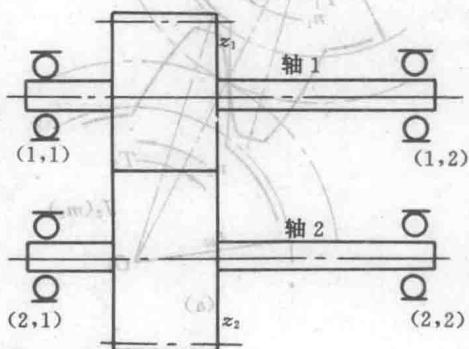


图 1.3 单对齿轮传动系统

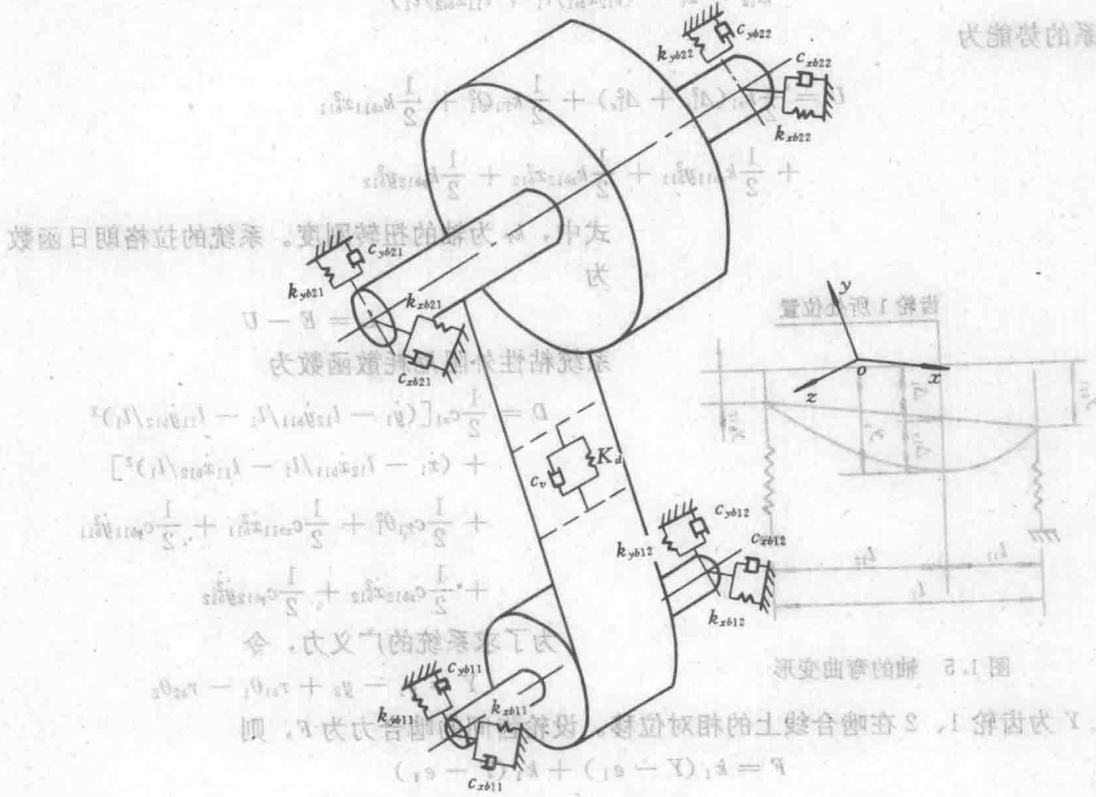


图 1.5 直齿圆柱齿轮传动系统的动力学模型

(2.1)

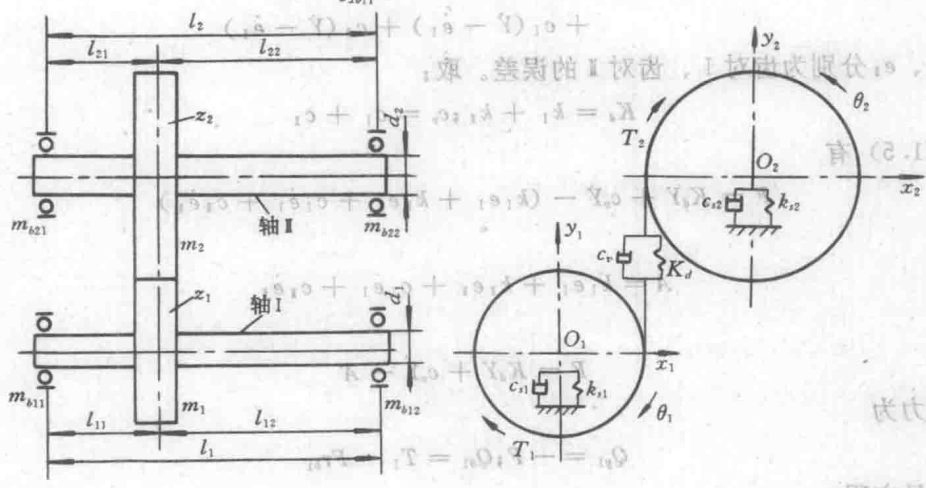


图 1.4 直齿圆柱齿轮传动系统的动力学模型

在图 1.4 中, 轴系 \$i\$ (\$i=1, 2\$) 的系统动能为

(2.1)

$$E = \frac{1}{2} m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) + \frac{1}{2} J_i \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} m_{bi1} (\dot{x}_{bi1}^2 + \dot{y}_{bi1}^2) + \frac{1}{2} m_{bi2} (\dot{x}_{bi2}^2 + \dot{y}_{bi2}^2)$$

轴沿 \$y\$ 方向的弯曲变形如图 1.5 所示, 图中的 \$\Delta_1\$ 可按下面关系求得:

$$\Delta_1 = l_{12} y_{b11} / l_1 + l_{11} y_{b12} / l_1$$

$$\Delta_{1y} = y_i - \Delta_1 = y_i - (l_{12} y_{b11} / l_1 + l_{11} y_{b12} / l_1)$$

同理，轴沿 x 方向的弯曲变形 Δ_{1x} 为

$$\Delta_{1x} = x_i - (l_{12}x_{b11}/l_1 + l_{11}x_{b12}/l_1)$$

则轴系的势能为

$$U = \frac{1}{2}k_{s1}(\Delta_{1y}^2 + \Delta_{1x}^2) + \frac{1}{2}k_{T1}Q_1^2 + \frac{1}{2}k_{sb11}x_{b11}^2 + \frac{1}{2}k_{sb11}y_{b11}^2 + \frac{1}{2}k_{sb12}x_{b12}^2 + \frac{1}{2}k_{sb12}y_{b12}^2$$

式中， k_T 为轴的扭转刚度。系统的拉格朗日函数为

$$L = E - U$$

系统粘性外阻尼耗散函数为

$$D = \frac{1}{2}c_{s1}[(\dot{y}_1 - l_{12}\dot{y}_{b11}/l_1 - l_{11}\dot{y}_{b12}/l_1)^2 + (\dot{x}_1 - l_{12}\dot{x}_{b11}/l_1 - l_{11}\dot{x}_{b12}/l_1)^2] + \frac{1}{2}c_{T1}\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}c_{sb11}\dot{x}_{b11}^2 + \frac{1}{2}c_{sb11}\dot{y}_{b11}^2 + \frac{1}{2}c_{sb12}\dot{x}_{b12}^2 + \frac{1}{2}c_{sb12}\dot{y}_{b12}^2$$

为了求系统的广义力，令

$$Y = y_1 - y_2 + r_{b1}\theta_1 - r_{b2}\theta_2$$

其中， Y 为齿轮 1、2 在啮合线上的相对位移。设轮齿间的啮合力为 F ，则

$$F = k_1(Y - e_1) + k_1(Y - e_1) + c_1(\dot{Y} - \dot{e}_1) + c_1(\dot{Y} - \dot{e}_1) \quad (1.5)$$

式中， e_1 、 e_1 分别为齿对 I、齿对 II 的误差。取：

$$K_d = k_1 + k_1; c_v = c_1 + c_1$$

代入式 (1.5) 有

$$F = K_d Y + c_v \dot{Y} - (k_1 e_1 + k_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + c_1 \dot{e}_1)$$

令

$$A = k_1 e_1 + k_1 e_1 + c_1 \dot{e}_1 + c_1 \dot{e}_1$$

则有

$$F = K_d Y + c_v \dot{Y} - A$$

系统广义力为

$$Q_{y1} = -F; Q_{\theta 1} = T_1 - Fr_{b1}$$

由拉格朗日方程：

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} = Q_q \quad (i=1)$$

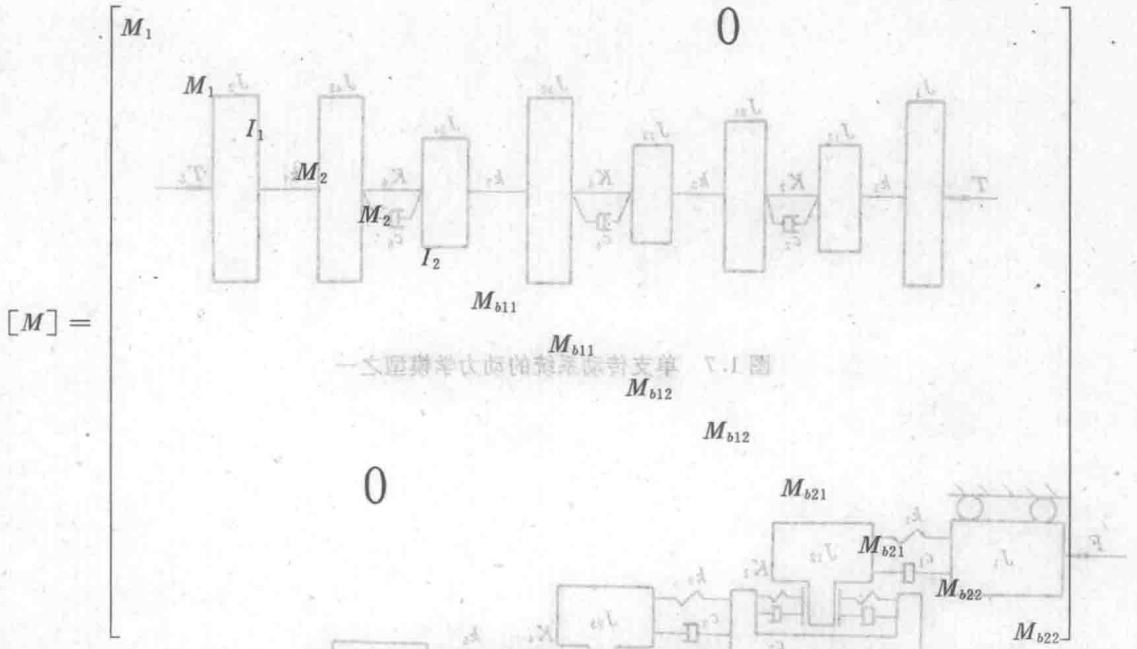
可求得系统的运动微分方程为

$$[M]\{\ddot{\eta}\} + [C]\{\dot{\eta}\} + [K]\{\eta\} = \{F\} \quad (1.6)$$

式中，

$$\{F\} = [A \ 0 \ A + Fr_{b1} \ A \ 0 \ A - Fr_{b2} \ 0 \ \dots \ 0]^T$$

$$\{\eta\} = [Y_1 \ X_1 \ \theta_1 \ Y_2 \ X_2 \ \theta_2 \ Y_{b1} \ X_{b1} \ Y_{b12} \ X_{b12} \ Y_{b21} \ X_{b21} \ Y_{b22} \ X_{b22}]^T_{14 \times 1}$$



这里, $[K]$ 、 $[C]$ 都是对称矩阵, 且 $[K]$ 、 $[C]$ 、 $\{F\}$ 都是时间函数矩阵, 而 $[K]$ 不是对角矩阵。因此, 系统中存在弹性耦合。

式 (1.6) 中的 η 、 F 均为时间 t 的函数, 现令 $\tau=t/T$ (T 为啮合周期), 使 η 、 F 均改为无量纲 τ 的函数, 则得无量纲的系统运动微分方程为

$$[M]\{\ddot{\eta}\} + T[C]\{\dot{\eta}\} + T^2[K]\{\eta\} = T^2\{F\} \quad (1.7)$$

二、多级齿轮传动系统

常见的多级齿轮传动系统, 有单支传动系统和多支传动系统。

1. 单支传动系统的动力学模型

图 1.6 所示为一单支齿轮传动系统。若只考虑系统的扭转振动, 则其动力学模型, 可简化成图 1.7 或图 1.8 所示的形式。

图中, k_1 、 k_3 、 k_5 、 k_7 分别为各轴段的扭转刚度; K_2 、 K_4 、 K_6 分别为各级齿轮轮齿的综合刚度; J_{12} 、 J_{21} 、 J_{23} 、 J_{32} 、 J_{34} 、 J_{43} 分别为各级齿轮的转动惯量; J_1 、 J_2 分别为电动机和负载的转动惯量; m_{12} 、 m_{21} 、 m_{23} 、 m_{32} 、 m_{34} 、 m_{43} 分别为各级齿轮换算到啮合线上的质量; m_1 、 m_2 分别为电动机和负载的质量; c_1 、 \dots 、 c_7 为相应各部分的阻尼系数; $F(T)$ 、 $F_L(T_L)$ 分别为电动机和负载的作用力 (转矩)。

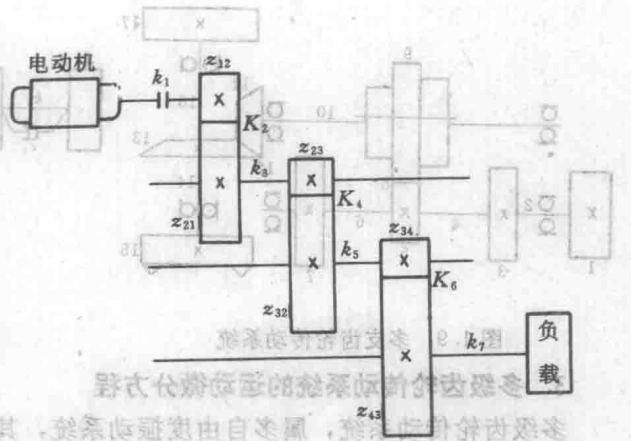


图 1.6 单支齿轮传动系统

2. 多支传动系统的动力学模型

图 1.9 所示为一多支齿轮传动系统。当主要考虑系统的扭转振动时, 该系统的动力学模

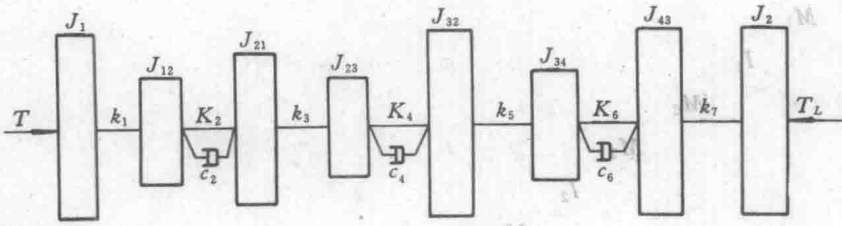


图 1.7 单支传动系统的动力学模型之一

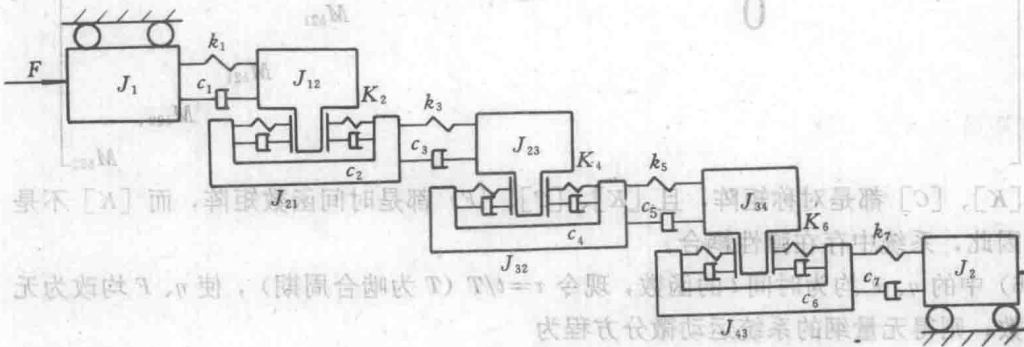


图 1.8 单支传动系统的动力学模型之二

型如图 1.10 所示。

图中各符号的含义，可参考图 1.6 至图 1.8 去理解，这里从略。

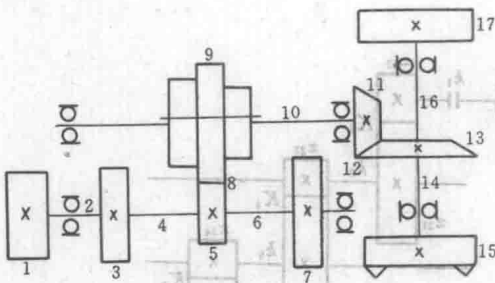


图 1.9 多支齿轮传动系统

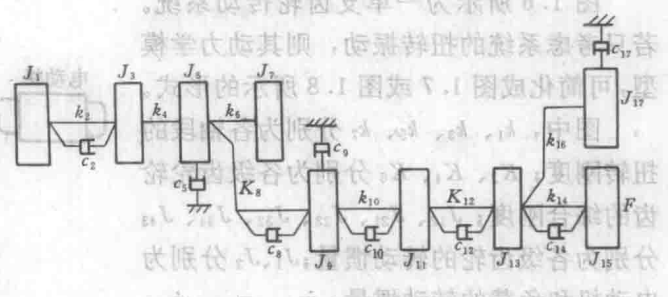


图 1.10 多支传动系统的动力学模型

3. 多级齿轮传动系统的运动微分方程

多级齿轮传动系统，属多自由度振动系统，其运动微分方程的一般形式为

$$[m]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (1.8)$$

或

$$[J]\{\ddot{\theta}\} + [C]\{\dot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = \{T_0\} \quad (1.9)$$

式中， $[m]$ 为质量矩阵；

$$[m] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix}$$

$[J]$ 为转动惯量矩阵:

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & \cdots & J_{1n} \\ J_{21} & J_{22} & \cdots & J_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{n1} & J_{n2} & \cdots & J_{nn} \end{bmatrix}$$

$[C]$ 为阻尼矩阵:

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

$[K]$ 为刚度矩阵:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix}$$

$\{x\}$ 为位移列阵, $\{\theta\}$ 为角位移列阵:

$$\begin{aligned} \{x\} &= \{x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n\}^T \\ \{\theta\} &= \{\theta_1 \quad \theta_2 \quad \cdots \quad \theta_n\}^T \end{aligned}$$

$\{\dot{x}\}$ 为速度列阵, $\{\dot{\theta}\}$ 为角速度列阵:

$$\begin{aligned} \{\dot{x}\} &= \{\dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad \cdots \quad \dot{x}_n\}^T \\ \{\dot{\theta}\} &= \{\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \cdots \quad \dot{\theta}_n\}^T \end{aligned}$$

$\{\ddot{x}\}$ 为加速度列阵, $\{\ddot{\theta}\}$ 为角加速度列阵:

$$\begin{aligned} \{\ddot{x}\} &= \{\ddot{x}_1 \quad \ddot{x}_2 \quad \cdots \quad \ddot{x}_n\}^T \\ \{\ddot{\theta}\} &= \{\ddot{\theta}_1 \quad \ddot{\theta}_2 \quad \cdots \quad \ddot{\theta}_n\}^T \end{aligned}$$

$\{F\}$ 为干扰力列阵, $\{T_\theta\}$ 为干扰力矩列阵:

$$\begin{aligned} \{F\} &= \{F_1 \quad F_2 \quad \cdots \quad F_n\}^T \\ \{T_\theta\} &= \{T_{\theta 1} \quad T_{\theta 2} \quad \cdots \quad T_{\theta n}\}^T \end{aligned}$$

§ 1.2 振动系统的动力学等效参数计算

根据等效系统与原系统运动等效的条件, 简化后, 要求等效系统中各有关参数, 如转动惯量 (或质量)、刚度、角位移 (或线位移)、力矩 (或力) 等, 与原系统中各相应参数具有相同的功和能。为此, 简化振动系统时, 可用功、能守恒原理, 进行原系统向等效系统的转化计算。

质量 (或转动惯量) 和刚度在振动过程中分别产生动能与积蓄势能, 转化时, 应使质量