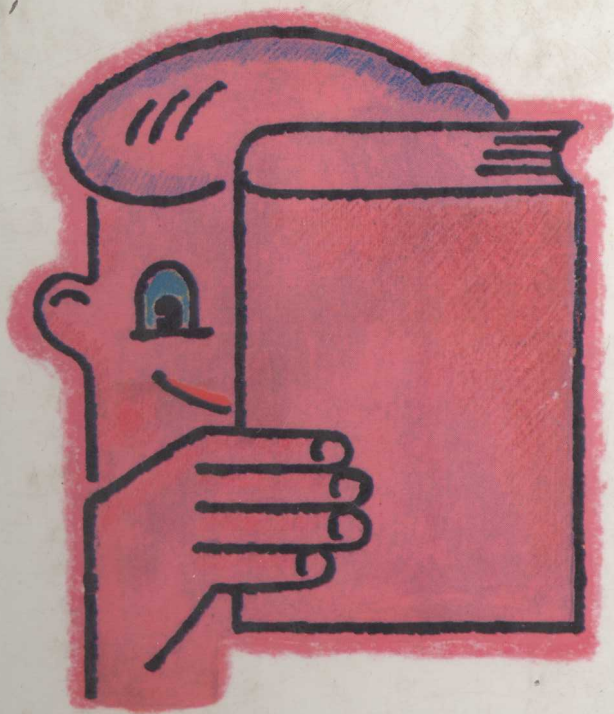


主编 烟学敏 刘玉翹

中学数学解题精典

初中代数



人民日报出版社

中学数学解题精典

初中代数

人民日报出版社

主 编 烟学敏 刘玉翹

副主编 余凤冈 王连笑 阚士刚

编 委(以下按姓氏笔划为序)

于大中	王培德	王连笑	王平梅
王毓筠	尹继民	刘玉翹	刘 勋
匡天椿	吕学林	余凤冈	李果民
李淑娟	张鼎言	张温慈	郁林生
郝昌盛	烟学敏	唐玉铎	高淑馨
徐学乾	梁汝芳	郭菊英	窦广生
阚士刚	蔡锡弟		

前 言

这套《中学数学解题精典》，是以现行中学数学教学大纲为依据，对涉及大纲中的必学内容按章、节顺序同步编纂的填补我国空白的一套大型工具书。是一大批特级、高级、一级教师多年心血的共同结晶。

为使广大中学、中专师生能够从中获益，这套大型工具书按内容分为初中代数、平面几何、高中代数(上、下)、三角、平面解析几何、立体几何共七卷。

这套大型工具书充分展现了以下几个特点：

类型全面：书中各单元均包括选择题、填空题、解答题等多种题型；

题目新颖：囊括了近十几年来国内外所见的各种最新题目；

筛选精心：在编纂过程中，精心研究了近些年全国各学校教学中和各类考试中所出现的各种题目，并从中精选出那些更具典型性、代表性、启发性的题目，使这套工具书成为当今中学数学优秀题目的精品库；

解法灵活：全书不少题给出一题多解，并注意点拨思路、启迪思维、揭示规律，使读者通过解题掌握方法和规律，从而不断提高自身的数学能力。

由于水平所限，虽经努力，但疏漏之处在所难免，欢迎读者批评指正。

编 者

1992年10月

目 录

第一章 数的性质	1
知识要点	1
§ 1 数的性质	5
选择题(第 1—17 题)	5
填空题(第 18—25 题)	9
解答题(第 26—69 题)	10
第二章 有理数	28
知识要点	28
§ 1 有理数的有关概念	31
选择题(第 1—24 题)	31
填空题(第 25—39 题)	36
解答题(第 40—68 题)	42
§ 2 有理数的有关运算	56
选择题(第 69—129 题)	56
填空题(第 130—158 题)	71
解答题(第 159—225 题)	86
第三章 整式的加减	124
知识要点	124
§ 1 整式	128
选择题(第 1—50 题)	128
填空题(第 51—109 题)	144
解答题(110—149 题)	166
§ 2 整式的加减	185
选择题(第 150—186 题)	185
填空题(第 187—200 题)	198
解答题(201—216 题)	204
第四章 一元一次方程	213
知识要点	213

§ 1 一元一次方程	216
选择题(第 1—34 题)	216
填空题(第 35—47 题)	231
解答题(第 48—165 题)	236
第五章 一元一次不等式	299
知识要点	299
§ 1 一元一次不等式	303
选择题(第 1—49 题)	303
填空题(第 50—64 题)	318
解答题(第 65—126 题)	325
第六章 二元一次方程组	355
知识要点	355
选择题(第 1—6 题)	356
填空题(第 7—9 题)	357
解答题(第 10—12 题)	358
§ 2 二元一次方程组	360
选择题(第 13—14 题)	360
填空题(第 15—16 题)	360
解答题(第 17—18 题)	361
§ 3 用代入法解二元一次方程组	362
选择题(第 19 题)	362
填空题(第 20 题)	362
解答题(第 21—22 题)	363
§ 4 用加减法解二元一次方程组	366
选择题(第 23 题)	366
填空题(第 24 题)	366
解答题(第 25—41 题)	367
§ 5 三元一次方程组的解法	377
选择题(第 42—43 题)	377
填空题(第 44—46 题)	378
解答题(第 47—51 题)	379
§ 6 二元一次方程组的应用	383
选择题(第 52—53 题)	383

填空题(第 54 题)	384
解答题(第 55—74 题)	384
第七章 整式的乘除	396
知识要点	396
§ 1 整式的乘法	398
选择题(第 1—5 题)	398
填空题(第 6—8 题)	398
解答题(第 9—21 题)	399
§ 2 乘法公式	405
选择题(第 22—25 题)	405
填空题(第 26—30 题)	405
解答题(第 31—71 题)	407
§ 3 整式的除法	428
选择题(第 72—74 题)	428
填空题(第 75—77 题)	428
解答题(第 78—97 题)	429
第八章 因式分解	443
知识要点	443
§ 1 因式分解的意义和提取公因式法	446
选择题(第 1—4 题)	446
填空题(第 5—7 题)	447
解答题(第 8—11 题)	448
§ 2 公式法	451
选择题(第 12—16 题)	451
填空题(第 17 题)	452
解答题(第 18—33 题)	454
§ 3 公组分解法	465
选择题(第 34—36 题)	465
填空题(第 37 题)	465
解答题(第 38—58 题)	466
§ 4 十字相乘法	475
选择题(第 59—63 题)	475
填空题(第 64—67 题)	476

解答题(第 68—80 题)	477
第九章 分式	485
知识要点	485
§ 1 分式	486
选择题(第 1—12 题)	486
填空题(第 13—17 题)	491
解答题(第 18—104 题)	494
第十章 数的开方	549
知识要点	549
§ 1 数的开方	551
选择题(第 1—16 题)	551
填空题(第 17—38 题)	555
解答题(第 39—67 题)	559
第十一章 二次根式	579
知识要点	579
§ 1 二次根式	580
选择题(第 1—20 题)	580
填空题(第 21—29 题)	586
解答题(第 30—68 题)	591
第十二章 一元二次方程	624
知识要点	624
§ 1 一元二次方程	626
选择题(第 1—15 题)	626
填空题(第 16—19 题)	632
解答题(第 20—76 题)	633
§ 2 一元二次方程的根与系数的关系	671
选择题(第 77—87 题)	671
填空题(第 88—97 题)	676
解答题(第 98—122 题)	678
§ 3 可化为一元二次方程的方程	698
选择题(第 123—136 题)	698
填空题(第 137—141 题)	703
解答题(第 142—201 题)	705

§ 4 简单的二元二次方程组	745
选择题(第 202—210 题)	745
填空题(第 211—212 题)	752
解答题(第 213—252 题)	752
第十三章 指数	779
知识要点	779
§ 1 指数	780
选择题(第 1—17 题)	780
填空题(第 18—24 题)	786
解答题(第 25—60 题)	789
第十四章 常用对数	809
知识要点	809
§ 1 常用对数	810
选择题(第 1—27 题)	810
填空题(第 28—39 题)	818
解答题(第 40—85 题)	821
第十五章 函数及其图象	850
知识要点	850
§ 1 平面直角坐标系及函数	854
选择题(第 1—9 题)	854
填空题(第 10—16 题)	856
解答题(第 17—23 题)	858
§ 2 正比例函数与反比例函数	861
选择题(第 24—29 题)	861
填空题(第 30—32 题)	863
解答题(第 33—37 题)	863
§ 3 一次函数	866
选择题(第 38—43 题)	866
填空题(第 44—52 题)	869
解答题(第 53—64 题)	871
§ 4 二次函数	876
选择题(第 65—76 题)	876
填空题(第 77—84 题)	880

解答题(第 85—109 题)	883
§ 5 不等式组及一元二次不等式	900
选择题(第 110—113 题)	900
填空题(第 114—115 题)	901
解答题(第 116—142 题)	902
第十六章 解三角形	917
知识要点	917
§ 1 三角函数	921
选择题(第 1—9 题)	921
填空题(第 10—16 题)	924
解答题(第 17—24 题)	927
§ 2 解直角三角形	931
选择题(第 25—34 题)	931
填空题(第 35—41 题)	934
解答题(第 42—56 题)	937
§ 3 解斜三角形	944
选择题(第 57—68 题)	944
填空题(第 69—79 题)	949
解答题(第 80—129 题)	953
第十七章 统计初步	983
知识要点	983
§ 1 总体、样本和平均数	984
选择题(第 1—7 题)	984
填空题(第 8—12 题)	986
解答题(第 13—26 题)	988
§ 2 方差和频率分布	994
选择题(第 27—28 题)	994
填空题(第 29—31 题)	995
解答题(第 32—38 题)	996

第一章 数的性质

〔知识要点〕

1. 自然数: 我们把 $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ 这些数叫做正整数, 又叫做自然数.

(1) 奇数: 不能被 2 整除的数叫做奇数. 如, $1, 3, 5, 7, \dots$.

(2) 偶数: 能被 2 整除的数叫做偶数. 如 $2, 4, 6, 8, \dots$.

(3) 质数: 一个大于 1 的正整数, 只能被 1 和它本身整除, 不能被其它正整数整除, 这样的正整数叫做素数, 又叫做质数.

例如: $2, 3, 5, 7, 11, 13$, 都是质数.

(4) 质因数分解: 将整数表示为质数积的形式, 叫做分解质因数. 此时的各质数叫做质因数. (因数和约数意义相同)

$$\begin{array}{rcl} \text{例如: } 100 & = & 2 \times 2 \times 5 \times 5 \\ & = & 2^2 \times 5^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 100} \\ \underline{2} \\ 2 \overline{) 50} \\ \underline{2} \\ 5 \overline{) 25} \\ \underline{5} \\ 5 \end{array}$$

注: 质因数分解是以从小的质数开始依次除下去.

(5) 合数: 一个正整数除了能被 1 和本身整除以外, 还能被另外的正整数整除, 这样的正整数叫做复合数, 又叫做合数.

例如: $4, 6, 8, 9, 10, 12$ 都是合数.

注: 由质数与合数的定义可知, 全体正整数可分为三类:

(i) 1 这个数,

(ii) 全体质数,

(iii) 全体合数.

(6) 约数: 如果数 a 能被非 0 的数 b 整除, 那么 b 叫做 a 的约数.

例如: 6 能被 2 整除, 则 2 是 6 的约数.

注: 一个数的约数是有限个的, 其中最小的约数是 1, 最大的约数是它本身.

例如:6的约数是1,2,3,6四个.

(i) 公约数:几个数公有的约数,叫做这几个数的公约数.

例如:8的约数是1,2,4,8;

12的约数是1,2,3,4,6,12.

所以8和12的公约数是1,2,4.

(ii) 最大公约数:几个数的公约数中,其中最大的一个,叫做这几个数的最大公约数.

例如:求36,48,60的最大公约数.

解一

$$\begin{aligned} 36 &= \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times 3 \\ 48 &= \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times 4 \\ 60 &= \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times 5 \end{aligned}$$

此三个数共有的质因数的积为 $2 \times 2 \times 3 = 12$.

所以,36,48,60的最大公约数是12.

解二 将各数用它们的共有质因数去除,直到只有公约数1为止.

2	36	48	60
2	18	24	30
3	9	12	15
	3	4	5

所以,它们最大约数是 $2 \times 2 \times 3 = 12$.

注:几个数的最大公约数,系指几个数的全部共有的质因数之积.

(iii) 互质:公约数只有1的两个或两个以上的数,叫做互质数,简称互质.

例如:2与3, 5与7, 4与27等.

(7) 倍数:如果数 a 能被非0的数 b 整除,那么 a 叫做 b 的倍数.

例如:42是7的倍数;

5的倍数是0,10,15,20,25…….

注:一个数的倍数的个数是无限的,最小的倍数(除零外)是它本身,0是所有整数的倍数.

(i) 公倍数:几个数公有的倍数,叫做这几个数的公倍数.

例如:2的倍数是0,2,4,6,8,10……;

4 的倍数是 0, 4, 8, 12, 16, ……;

因此, 2 与 4 的公倍数是 0, 4, 8, …….

(ii) 最小公倍数: 几个数的公倍数中, 除 0 以外的最小的一个, 叫做这几个数的最小公倍数.

例如: 求 18 和 30 的最小公倍数.

解一 把 18 和 30 分解质因数.

$$\begin{aligned} 18 &= \boxed{2} \times \boxed{3} \times 3 \\ 30 &= \boxed{2} \times \boxed{3} \times 5. \end{aligned}$$

因此, 它们的最小公倍数, 应是它们公有的质因数与各自独有的质因数之积.

即为: $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$,

所以, 18 和 30 的最小公倍数是 90.

解二 用这两个数的公约数连续去除, 一直除到所得的商是互质数为止.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 18 & 30 \\ \hline 3 & 9 & 15 \\ \hline & 3 & 5 \end{array}$$

18 和 30 的最小公倍数是 $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$.

注: 如果较大的数是较小的数的倍数, 那么较大的数就是这两个数的最小公倍数.

如果两个数是互质数, 那么这两个数的积就是它们的最小公倍数.

例如: 16 和 4 的最小公倍数是 16;

3 和 5 的最小公倍数是 15.

(8) 数的整除: 如果数 a 除以数 b , 所得的商正好是整数而没有余数, 那么我们说, a 能被 b 整除.

例如: $20 \div 4 = 5$. 我们就说, 20 能被 4 整除.

注: 判定整除的规律因数而异.

只有末一位是 2 的倍数的数才能被 2 整除.

而被 3 整除的数, 需要其各位数字之和能被 3 整除.

末二位是 4 的倍数时, 此数才能被 4 整除.

末位是 0 或者 5 的数, 此数才能被 5 整除.

被 6 整除的数, 需要其各位数字之和是被 3 整除的偶数.

被 7 整除的数,若此数去掉末位数,剩下的数减去末位数的 2 倍其差是 7 的倍数,那么这个数能被 7 整除.

末三位数是 8 的倍数时,此数才能被 8 整除.

被 9 整除的数,需是此数各位数字之和能被 9 整除.

2. 分数:把单位“1”平均分成若干份,表示这样的一份或者几份的数,叫做分数.

(1) 真分数:分子比分母小的分数叫做真分数.

(2) 假分数:分子比分母大或者分子和分母相等的分数,叫做假分数.

(3) 带分数:一个整数和一个真分数合成的数,叫做带分数.

例如: $2\frac{2}{3}$, $3\frac{1}{4}$, 都是带分数.

(4) 约分:把一个分数化成同它相等但是分子、分母都比较小的分数,叫做约分.

(5) 最简分数:分子、分母是互质数的分数,叫做最简分数.

(6) 通分:把异分母分数分别化成和原来分数相等的同分母分数,叫做通分.

公分母是几个分母的最小公倍数.

3. 小数:

(1) 分数与小数的互化:

(i) 分数化为小数,用分子除以分母.

(ii) 小数化为分数,分子、分母同时扩大 10 的若干倍.

例如: $0.1 = \frac{1}{10}$, $0.3 = \frac{3}{10}$, $0.05 = \frac{5}{100}$.

(2) 循环小数:

(i) 将纯循环小数化为分数:循环节作分子,分母是并列和循环节数字个数相同的 9.

例如: $0.4 = \frac{4}{9}$, $0.21 = \frac{21}{99}$,

$$0.314 = \frac{314}{999}.$$

(ii) 混循环小数改为分数:

例如: $0.12 = \frac{12-1}{90} = \frac{11}{90}$,

$$0.235 = \frac{235-2}{990} = \frac{233}{990}.$$

§ 1 数的性质

选择题

1. 在自然数中,下列语句正确的是()

- (A) 所有的偶数都是合数.
- (B) 所有的质数都是奇数.
- (C) 最小的自然数是 0.
- (D) 1 不是质数,也不是合数.

〔解〕(D).

因为 2 是偶数,但不是合数,所以,可排除(A).

因为 2 是质数,但不是奇数,所以,可排除(B).

因为最小的自然数是 1,所以,可排除(C).

故应选(D).

2. 最小的质数与最小的合数的乘积是()

- (A) 2. (B) 4.
- (C) 6. (D) 8.

〔解〕(D).

由于最小的质数是 2,最小的合数是 4,所以,它们的积为 $2 \times 4 = 8$.

故应选(D).

3. 下列各组数中是互质数的是()

- (A) 两个质数. (B) 2 和另一个自然数.
- (C) 2, 50, 6. (D) 126 和 42.

〔解〕(A).

由于 2, 50, 6 有公约数,则可排除(C),同理排除(D), (B).

故应选(A).

4. 零是()

- (A) 奇数. (B) 偶数.
- (C) 质数. (D) 合数.

〔解〕(B). 因为 $0 \div 2 = 0$.

5. 最小的自然数,最小的质数,最小的合数,它们的最大公约数是(),最小公倍数是()

- (A) 1. (B) 2.
(C) 4. (D) 8.

〔解〕(A), (C).

最小的自然数是 1, 最小的质数是 2, 最小的合数是 4.

则 1、2、4 的最大公约数是 1, 最小公倍数是 4.

6. 在四位数 $3 \square 45$ 中的空格中, 填上下列哪个数此四位数能被 3 整除()

- (A) 3. (B) 6.
(C) 3 或 6. (D) 以上都不是.

〔解〕(C).

欲使此四位数能被 3 整除, 只须满足

$$3 + \square + 4 + 5 = A,$$

A 能被 3 整除即可.

所以有 $3 + 3 + 4 + 5 = 15$,

$$3 + 6 + 4 + 5 = 18.$$

15, 18 均能被 3 整除.

故应选 (C).

7. 若两个数互质, 则这两个数()

- (A) 最大公约数是 1.
(B) 没有公约数.
(C) 一定都是质数.
(D) 只有公约数是两数乘积.

〔解〕(A).

8. 下面四个除式中能整除的是()

- (A) $8 \div 3$. (B) $9 \div 3$.
(C) $0.8 \div 3$ (D) $9 \div 2$.

〔解〕(B).

9. 24 的约数有()

- (A) 8. (B) 7.
(C) 6. (D) 5.

〔解〕(A).

约数为:1,2,3,4,6,8,12,24.

10. 甲乙两个数都是自然数,且甲数大于乙数,它们的最小公倍数
()甲数.

(A) 小于. (B) 大于.
(C) 不小于. (D) 不大于.

〔解〕(C). 用特殊值法.

如果有 $7 > 2$, 那么 7 与 2 的最小公倍数是 $14 > 7$.

如果 $2 > 1$, 那么 2 与 1 的最小公倍数是 $2 = 2$.

所以,应取大于或等于的结果,即不小于.

故应选 (C).

11. 将 252 分解质因数,其中不同的质因数个数是()

(A) 2 个. (B) 3 个.
(C) 5 个. (D) 7 个.

〔解〕(B).

由 $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$

可知 不同的质因数是 2,3,7.

故应选 (B).

12. 一个合数至少有约数()

(A) 4 个. (B) 3 个.
(C) 2 个. (D) 1 个.

〔解〕(B).

若 a 是合数,且 $a = bc$, 则 a 的约数至少有 1, b, c, a . 当 $b = c$ 时约数最少为 3 个.

最小的合数是 4, 它的约数有 3 个.

故应选 (B).

13. 在自然数中,凡是 7 的倍数的数,它们()

(A) 都是奇数. (B) 都是偶数.
(C) 有偶数也有奇数.
(D) 即不是偶数也不是奇数.

〔解〕(C).

是 7 的倍数的数有