



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

材料力学(I)

第2版

金忠谋 主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

材料力学 (I)

第2版

主编 金忠谋

参编 李红云 孙雁

陶昉敏 王国庆

主审 蔡怀崇 赵社成



机械工业出版社

《材料力学 (I)》和《材料力学 (II)》是根据教育部对材料力学课程的教学基本要求编写而成的。《材料力学 (I)》包括材料力学的基本部分,涉及杆件基本变形的强度和刚度问题,以及压杆的稳定性问题;《材料力学 (II)》包括材料力学的加深与扩展部分,涉及杆件的组合变形、复杂应力应变分析、能量法等。

本书是《材料力学 (I)》,内容包括绪论、轴向拉伸与压缩、剪切、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、压杆稳定性等八章和有关截面图形的几何性质的附录。带有 * 号的内容供教师和读者根据需要决定取舍。

本教材适用于高等理工科院校船舶及海洋工程、动力工程、机械工程、工程力学、土建工程等专业,也可供高等专科学校、高等职业学院和成人教育学院师生及有关工程技术人员参考。

为便于教师讲授本教材,配套编制了电子教案,教师可通过机工教材网 (www.cmpedu.com) 注册后,免费下载使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学 (I) / 金忠谋主编. —2 版. —北京: 机械工业出版社, 2008. 12

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

ISBN 978-7-111-16268-1

I. 材... II. 金... III. 材料力学—高等学校—教材 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 173508 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 季顺利 责任编辑: 任正一

版式设计: 霍永明 责任校对: 张晓蓉

封面设计: 姚毅 责任印制: 乔宇

北京中兴印刷有限公司印刷

2009 年 1 月第 2 版第 1 次印刷

169mm×239mm · 18.25 印张 · 354 千字

标准书号: ISBN 978-7-111-16268-1

定价: 30.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

销售服务热线电话: (010) 68326294

购书热线电话: (010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话: (010) 88379729

封面无防伪标均为盗版

前 言

材料力学是理工科高等院校机械、土建、航空、造船、汽车、水利等工程专业必修的技术基础课程，也是固体力学专业中结构力学、弹性塑性力学的先修课程。材料力学初步提供了分析工程结构和构件强度方面的基本概念、基础理论和计算方法，为工程设计问题的解决打下基础。本书是在编者尽力体察领会工科力学课程应面向 21 世纪的改革精神，按照教育部对材料力学课程的教学基本要求，在原有教学基础上编写而成的。近几年来，本教材在上海交通大学等院校使用，取得了良好教学效果。

全书共十五章及附录，分《材料力学（I）》和《材料力学（II）》两册。《材料力学（I）》自第一章至第八章均为基本内容，包括绪论、拉伸（压缩）、剪切、扭转、弯曲四种基本变形，压杆稳定性，附录——截面图形的几何性质。《材料力学（II）》自第九章至第十五章，包括应力应变分析基础、强度理论、组合变形强度计算、变形能法、超静定系统、动载荷、交变应力。基本内容部分，重视材料力学的基本概念、理论和方法，阐述论证力求清晰、简明扼要，并采用逐步加深、多次反复的叙述方法，在讲清基本理论的同时，注重联系实际。为便于学生练习和课后复习，书中配有大量的习题，并附有习题答案。

当前多数专业为材料力学课程安排的教学时数较为紧张，这就要求教师在巩固基础、有利教学、举一反三的原则下，注意精选教学内容，妥善处理。某些扩大深度和广度的内容可供自学研读之用。至于教材的前后次序可按各自的教学经验作适当的变动。

本教材承西安交通大学蔡怀崇教授和上海交通大学赵社成教授审阅，提出了许多精辟而中肯的意见。谨此表示感谢。

限于编者的水平，本书难免存在不少疏漏或欠妥之处，敬请广大教师和读者批评指正，以便今后修订时改进。

编 者
于上海交通大学

目 录

前言

第一章 绪 论

第一节 材料力学的任务	1
第二节 变形固体的基本假设	2
第三节 外力及其分类	4
第四节 内力、截面法与应力的概念	4
第五节 线应变与切应变	8
第六节 杆件变形的基本形式	9
习题	11

第二章 轴向拉伸与压缩

第一节 轴向拉伸与压缩的概念和实例	14
第二节 轴向拉伸与压缩时横截面上的内力与应力	15
第三节 轴向拉伸与压缩时斜截面上的应力计算	18
第四节 低碳钢材料拉伸时的力学性能	19
第五节 其他材料拉伸时的力学性能	25
第六节 压缩时材料的力学性能	27
第七节 安全系数及许用应力	29
第八节 拉伸(压缩)构件的强度计算	31
第九节 拉伸变形能	36
第十节 应力集中的概念	38
第十一节 温度、时间和加载速度对材料力学性能的影响	39
第十二节 拉伸与压缩的超静定问题	41

第十三节 装配应力和温度应力	46
第十四节 应力-应变曲线	51
第十五节 真应力和真应变	53
习题	54

第三章 剪切实用计算

第一节 剪切概念和剪切实用计算	64
第二节 挤压概念和挤压实用计算	66
第三节 纯剪切概念	70
第四节 纯剪切应变能	72
习题	72

第四章 扭 转

第一节 扭转概念与实例	76
第二节 外力偶矩计算 扭矩和扭矩图	77
第三节 圆轴扭转的应力和变形	79
第四节 圆轴扭转的强度条件与刚度条件	84
第五节 扭转圆轴表层斜截面上的应力 扭转破坏分析	88
第六节 圆轴扭转变形能	90
第七节 非圆截面杆扭转的概念	91
第八节 圆柱形密圈螺旋弹簧	93
第九节 圆轴的塑性扭转	98
习题	99

第五章 弯曲内力

第一节 梁弯曲的概念和实例 平面弯曲	107
第二节 梁的载荷和支座	109

第三节	剪力和弯矩	110	第七节	虚梁法（共轭梁法）	203
第四节	剪力方程和弯矩方程 剪力 图和弯矩图	114	第八节	提高梁弯曲刚度的一些 措施	209
第五节	载荷集度、剪力和弯矩间 的关系	119	习题		211
第六节	叠加法作弯矩图	125	第八章 压杆稳定性		
第七节	平面刚架的内力图	128	第一节	构件稳定性的概念	217
习题		130	第二节	细长压杆的临界载荷 ——欧拉公式	219
第六章 弯曲应力			第三节	杆端约束对临界力的 影响	221
第一节	纯弯曲时梁横截面上 的正应力	136	* 第四节	压杆偏心载荷的计算	228
第二节	横力弯曲时梁的正应力 正 应力强度条件	140	第五节	欧拉公式的应用范围 临界 应力的经验公式	230
第三节	弯曲切应力计算	144	第六节	压杆的稳定性校核	234
第四节	弯曲切应力的强度校核	153	第七节	压杆稳定校核的折减系 数法	237
第五节	开口薄壁截面的弯曲 中心	155	第八节	提高压杆稳定性的措施	238
第六节	提高抗弯强度的一些 措施	159	* 第九节	能量法求临界力	240
* 第七节	非对称截面梁的纯弯曲	164	* 第十节	纵横弯曲概念	244
* 第八节	剪力对梁正应力计算的 影响	166	习题		248
* 第九节	梁的塑性弯曲	169	附录 A 截面图形的几何性质		
* 第十节	残余应力的概念	173	A-1	静矩	253
习题		175	A-2	惯性矩 极惯性矩 惯 性积	255
第七章 弯曲变形			A-3	平行移轴公式	258
第一节	工程实际中的弯曲变形 问题	182	A-4	转轴公式 主惯性轴 主惯 性矩	260
第二节	梁的挠曲线近似微分方 程式	183	习题		264
第三节	挠曲线近似微分方程式的 积分 积分法	185	附录 B 型钢表		268
第四节	梁的刚度校核	190	附录 C 习题答案		280
第五节	梁挠曲线的初参数方程	192	参考文献		286
第六节	叠加法确定梁弯曲变形	197			

第一章 绪 论

第一节 材料力学的任务

机械或工程结构的每一个组成部分一般称为构件。当机械或工程结构承受载荷（或传递运动）时，要求各个构件能正常工作，以保证整个机械或结构的正常运转或安全使用。构件是由一定的材料加工制造而成。在载荷的作用下，构件的形状和尺寸发生了一定的改变，称为变形，同时，在构件内部产生一定的内效应（即内力）。材料力学（Mechanics of Materials）首先研究作用于构件的载荷与其产生的内效应（内力）和变形之间的关系。再者，每一构件都应有足够的能力承受所作用的载荷，简称为承载能力，它与内力和变形相关联，通常可从以下三方面来衡量：

（1）构件应有足够的强度（strength） 例如，起重机的吊索在起吊重物时不能被拉断（图 1-1a）；齿轮上的齿在啮合传动时不能断裂；机器传动轴在传动时不允许被扭裂。这说明构件必须具有足够抵抗断裂破坏的能力，即应有足够的强度。

（2）构件应有足够的刚度（stiffness） 有时，某些构件虽不发生断裂，但由于变形过大也不能保证它正常工作。例如，机床主轴在运转时受载荷作用而弯曲，若它的弯曲变形超过了一定的限度，就会影响工件的加工精度以及造成轴承的不均匀磨损（图 1-1b）。因此，对某些构件还应要求它受力后所产生的变形在一定的允许范围内，也就是构件应具有一定的抵抗变形能力，即应有足够的刚度。

（3）构件应有足够的稳定性（stability） 对于承受压缩的细长直杆，如内燃机中的挺杆（图 1-1c）、千斤顶的螺杆，随着压缩力的增加，杆件会突然屈曲而丧失工作能力，通常称为丧失稳定性或失稳。桁架结构中某一压杆的失稳会导致整个结构的破坏，所以对这类受力构件要求它们在原有几何状态下保持其平衡，细长直杆受压后应有保持其直线平衡形式的能力，也就是构件应有足够的稳定性。

根据构件所承受的载荷及其工作情况，选择所用材料，确定它的截面形状和尺寸，使其具有足够的承载能力，这是材料力学的基本任务。

为了提高构件的承载能力，保证工作时安全可靠，往往需要增大构件的截面尺寸或选用较优质的材料；但从经济角度来说，节约材料的消耗量，采用价格较低廉的材料，才能降低成本或减轻自重，由此可看出在设计过程中存在着安全与经济之间的矛盾。我们应按照材料力学的理论和方法设计构件，合理地解决安全与经济之间的矛盾，力求使设计出来的构件既安全可靠又能符合经济节约的要求。

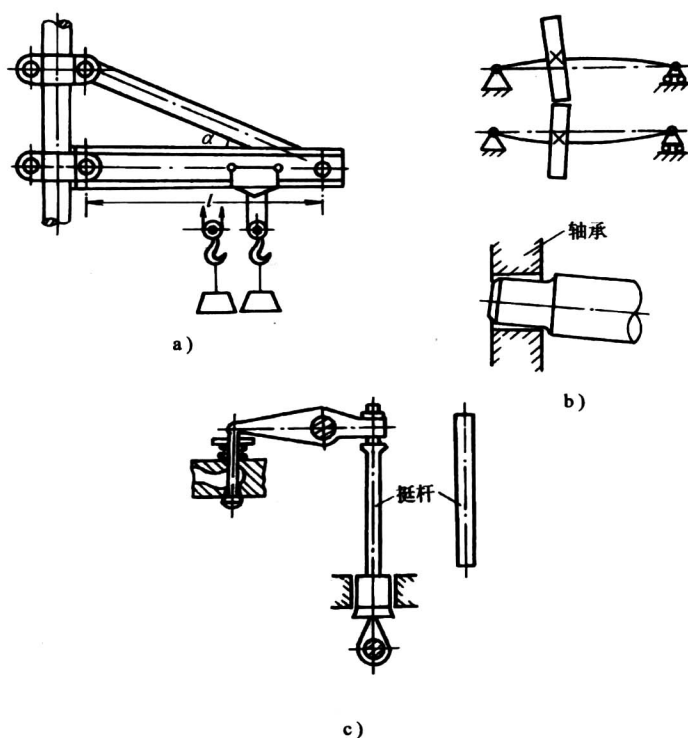


图 1-1

对于某些特殊构件，往往还有不同的要求。例如，为了保证机器不致超载，当载荷达到某一极限值时，要求安全销立即断裂，达到撤除载荷的目的。又如，各种缓冲弹簧（车辆上），在保证强度的前提下，要求有较大的变形，由此可吸收较多的能量，发挥其缓冲作用。

构件的强度、刚度和稳定性与所用材料的力学性能（旧称机械性能）有关，而材料的力学性能通常经过试验进行测定。此外，工程上有些实际问题，用理论分析所得的结果是否可靠，也有待于试验的验证。对某些几何外形较复杂的构件，考虑它的强度时，理论分析往往不易着手，只能用实验方法进行测定。综上所述，理论分析和试验研究是完成材料力学任务的必需手段。

第二节 变形固体的基本假设

制成各种构件的材料一般均为固体。在外力作用下产生变形的固体，统称为变形固体。变形固体的性质是多方面的，但从材料力学的角度去研究问题时，我们

把变形固体抽象为一种理想模型，根据其主要性质作某些假设，略去其次要性质，便于着手进行分析，作出简化计算。材料力学中对变形固体所采取的基本假设有：

(1) 连续性假设 此假设认为物质是毫无空隙地充满了整个物体的几何容积，其结构是密实的。变形固体从物质结构来说虽有不同程度的空隙，微观上并不连续，然而这些空隙与构件的尺寸相比极其微小，故可忽略不计，这样就可认为物质在整个几何容积内是连续的。

(2) 均匀性假设 该假设认为物体内各处的性质均完全相同。如从物体内截取任意部分不论其大小及所在部位，其力学性能都是完全一样的。就工程上常用的金属材料而言，组成金属的各个晶粒的力学性能并不完全相同。但材料力学所研究的构件（或截取的部分）包含着无数的晶粒，且是无规则地错综排列着，其力学性能是所有晶粒力学性能的统计平均值，所以从宏观上可认为构件各部分的力学性能是均匀的。

(3) 各向同性假设 该假设认为物体在各个方向上具有完全相同的力学性能。具备这种属性的材料称为各向同性（isotropic）材料。在工程上常用的金属，就其一个单晶粒来说，其力学性能是有方向性的，在不同方向上，其力学性能并不一致，但物体包含有数量极多的晶粒，这些晶粒是无规则地排列着，在各个方向上的力学性能就接近相同。铸钢、铸铜、玻璃等可认为是各向同性材料。

实践证明，在工程计算所要求的精确度范围内，将实际材料抽象为均匀连续的变形固体，所得计算结果是令人满意的。同时，材料力学所涉及的变形固体，都假设为各向同性。

在各个方向上具有不同力学性能的材料称为各向异性（anisotropic）材料，如木材、胶合板、复合材料、纤维织品等。

(4) 小变形条件 材料力学所研究的构件在外力作用下，其变形与构件原始尺寸相比较通常甚小，运算时可作为数学上的微量处理。因此，在考虑构件的平衡或运动时，可略去其

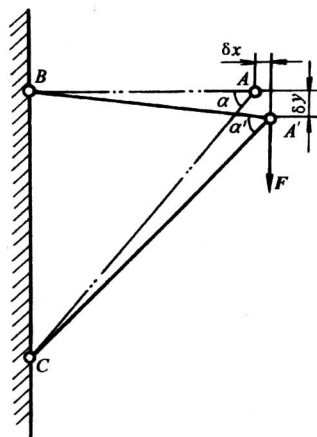


图 1-2

变形。按它变形前的原始尺寸作受力分析计算。例如，图 1-2 所示的支架，各杆因受力而变形，引起几何形状和外力作用点 A 位置的变化。但由于 A 的位移 δx 与 δy 均远小于杆件的原始尺寸，所以在计算各杆的受力时，仍可用支架在受力变形前的几何形状和尺寸（即考虑铰在 A 处而不是 A' 处的平衡，可视为 $\alpha' = \alpha$ ）。

今后小变形概念经常要用到，它使分析计算简化。如构件变形较大，接近构件原来尺寸的量级，则称为有限变形，其计算相当复杂，一般不属于初级材料力

学的研究范围。

工程上各种常用材料在承受外力时产生变形。试验指出，如外力在一定限值内，绝大多数材料在外力撤除后可恢复其原状。又若外力超过了一定限值，则外力撤除后，有一部分变形消失，但另一部分变形则不消失而遗留下来。随外力撤除而消失的变形称为弹性变形；在外力去除后不能消失的变形称为塑性变形，也称残余变形或永久变形。对一般工作情况，要求构件受载时只发生弹性变形，而不允许发生塑性变形。

第三节 外力及其分类

作用于构件上的外力 (external force) 包括载荷与支反力，按其作用方式可分为体积力和表面力。体积力连续分布于物体的整个容积内部，例如物体的自重就是体积力，运动时的惯性力也是体积力。体积力的单位是牛/米³，符号为 N/m³。表面力是作用于接触表面上连续分布的力，例如作用于液压缸内壁的油压力，作用于船体上的水压力等均为分布力。分布力的单位是牛/米² 或兆牛/米²，符号分别为 N/m² 或 MN/m²。线分布力按其沿杆长的分布情况，可分为均匀分布、线性变化和非线性变化三类。例如，等截面直梁的自重属于均匀分布力，容器所受的侧向水压力是线性分布力。若外力的分布面积远小于物体的整体尺寸，或沿杆件轴线分布力的长度远小于杆件长度，这些力就可看作是作用在一点上的集中力。集中力的单位是牛或千牛，符号分别为 N 或 kN。

按载荷随时间变化的情况，可把载荷分为静载荷和动载荷。若载荷缓慢地由零增加到某一定值以后即保持不变，或变动很不显著，即为静载荷。例如，把机器缓慢地置放在基础上时，机器的重量对基础作用便是静载荷。动载荷则指的是随时间改变的载荷。按其随时间变化的方式，动载荷又可分为交变载荷与冲击载荷。交变载荷是随时间作周期性变化的载荷，例如当齿轮转动时作用于每一个齿上的力都是随时间按周期性变化的。冲击载荷则是物体的运动在瞬时发生突然变化所引起的载荷，例如气锤杆在锻压时所受的载荷。

在静载荷和动载荷两种情况下，材料所表现的力学性能颇不相同，分析方法也有差异。因静载荷问题比较简单，而且静载荷下的计算方法是解决动载荷问题的基础，因此我们先研究构件在静载荷作用下的问题。

第四节 内力、截面法与应力的概念

一、内力

物体受外力而变形时，在它体内各部分之间因相对位置的改变而引起的相互

作用力，就是内力。实际上物体即使不受外力作用，其内部质点间依然存在着相互作用的内力，这些内力使质点保持一定的间距，使物体保持一定形状。但在材料力学中的内力是指外力作用下各部分间相互作用力的变化量，也就是物体内部由于外力而引起的附加相互作用力，即所谓“附加内力”，简称“内力”（internal forces）。构件的内力随外力的增加而加大，到达某一限度时就会引起构件的破坏。这就是内力与强度相关联，用不同材料制成的构件，其内力有不同的限度，也就是不同的强度。

二、截面法

为了显示出构件在外力作用下任一截面 $m-n$ 上的内力，我们应用截面法（method of section）处理这一问题。如整个构件在某外力系（ $F_1, F_2, F_3, \dots, F_{n-1}, F_n$ ）的作用下处于平衡（图 1-3a），用截面 $m-n$ 假想把构件截为左右两部分 A 和 B。任取其中一部分，

如以左部分 A 作为研究对象，在 A 部分上作用有外力 F_1, F_2, F_3 ，欲使 A 部分保持平衡，则 B 部分对 A 部分在截面 $m-n$ 上必定有作用力与 A 部分所受外力平衡，如图 1-3b 所示。根据作用与反作用定律，A 部分必定也以大小相等、方向相反的力作用在 B 部分上，上述 A 部分与 B 部分之间的相互作用力就是构件在 $m-n$ 截面上的内力。根据变形固体的连续性假设，内力是遍布在整个 $m-n$ 截面上的连续分布力，

成为一分布力系。这个分布力系向截面形心简化后得到的主矢和主矩称为截面 $m-n$ 上的内力。

由此对构件的截取部分 A 来说，此部分在外力 F_1, F_2, F_3 与 $m-n$ 截面上的内力作用下保持平衡，内力即可作为外力来处理，故可应用静力平衡条件确定 $m-n$ 截面上的内力。

如取截面的右部分 B 作为研究对象，则由作用与反作用定律，可知 B 部分在截面 $m-n$ 上的内力与前述部分上的内力等值而反向（图 1-3c），应用静力平衡条件可得同样结果。

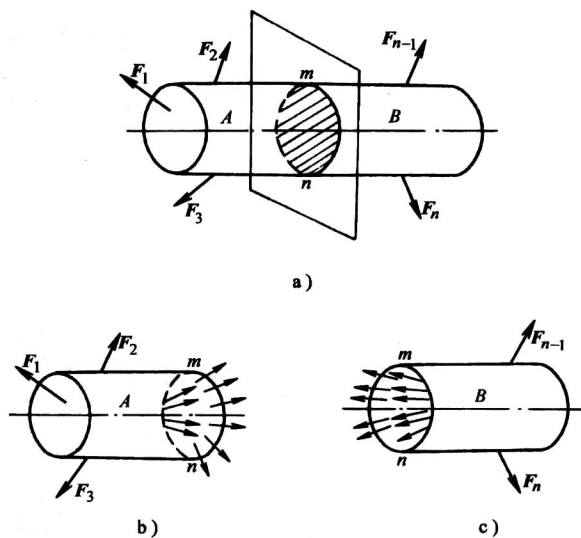


图 1-3

物理过程 描述、分析

这种用一假想截面把构件截分为两部分，任取其一部分通过建立静力平衡条件确定截面上的内力的方法称为截面法。它的过程一般可归纳为下列三个步骤：

- 1) 在构件需求内力的截面处，假想用一截面把构件截分为两部分，保留其中一部分，并弃去另一部分。
- 2) 将弃去部分对保留部分的作用力用截面上的内力来代替。
- 3) 对保留部分建立静力平衡方程式，确定截面上的内力。

现通过下面的例题作具体说明。

例 1-1 图 1-4 所示气动夹具，在气压 p （单位： N/m^2 ）的作用下，活塞杆带动压块将工件压紧（图 1-4a）。活塞的直径为 D ，活塞杆的直径为 d ，试求活塞杆横截面上的内力。

解 (1) 沿截面 $m-n$ 处假想把活塞杆切开，分为 A、B 两部分。

(2) 如选取 A 部分作为研究对象，如图 1-4b 所示。

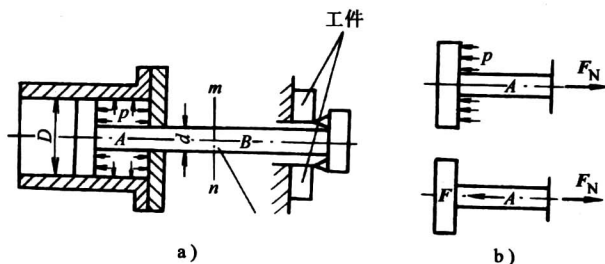


图 1-4

(3) 画出 A 部分的示力图。外力 $F^\ominus$ 作用在活塞上，其合力为： $F = p \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$ 。使 A 部分保持平衡，截面 $m-n$ 上应作用有内力 F_N ， F_N 沿杆轴线方向，通过杆截面的形心，称为轴力。

(4) 由静力平衡方程式，杆截面上的轴力

$$\sum F_x = 0, F_N - F = 0$$

$$F_N = F = p \frac{\pi (D^2 - d^2)}{4}$$

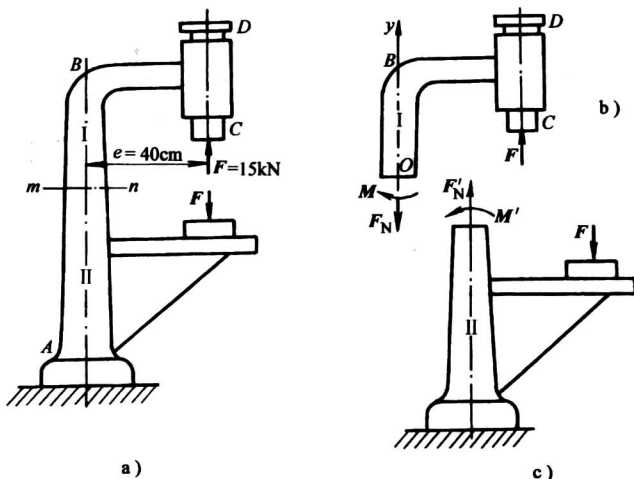


图 1-5

例 1-2 在零件上钻孔时，钻床的心柱 CD（图 1-5a）受到轴向反力 $F = 15\text{kN}$ 的作用。试求钻床

○ 文中 F 、 M 多处指力及力矩的大小，所以均统一简用明体。

立柱在 AB 截面 $m-n$ 上的内力。作用力 F 至立柱截面形心 O 的偏心距 $e=40\text{cm}$ 。

解 沿 $m-n$ 截面假想把钻床截分为两部分，如取截面 $m-n$ 以上部分作研究对象（图 1-5b），并以立柱截面形心 O 作为原点选取坐标，如图 1-5 所示。

外力 F 将使 I 部分沿 y 轴向移动，并绕 O 点转动， $m-n$ 截面以下的部分 II 必然以内力 F_N 与 M 作用在截面上以保持 I 部分的平衡。

由静力平衡方程式

$$\sum F_y = 0, F - F_N = 0$$

$$\sum M_O = 0, Fe - M = 0$$

$$F_N = F = 15\text{kN}$$

$$M = Fe = 15 \times 0.4\text{kN} \cdot \text{m} = 6\text{kN} \cdot \text{m}$$

F_N 与 M 的方向如图 1-5b 所示。

如取 $m-n$ 截面以下的部分 II 作研究对象（图 1-5c），同理也可求得该截面上的内力 F_N' 与 M' ，显然 F_N 与 F_N' 、 M 与 M' ，分别等值反向，互为作用与反作用。

在研究内力时，外力的作用点应给定，不允许应用力的可传性原理。这可从下列实例中来了解。图 1-6a 所示的等截面直杆在自由端受集中力 F 的作用，由截面法可算出它任一横截面 $m-n$ 上的内力 $F_N=F$ （图 1-6b）。若将 F 力的作用点沿其作用线移到杆的 B 处（图 1-6c），则由截面法知，杆的右半段 AB 各截面上的内力均等于零（图 1-6d），左半段 CB 各截面上的内力 $F_N=F$ （图 1-6e）。由此

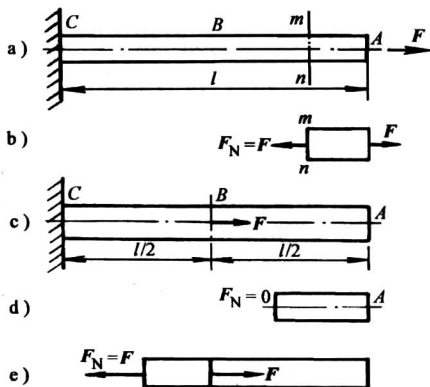


图 1-6

可见，如将外力沿作用线移动，受力杆件的内力就改变了。此外，在分析计算内力时，也不允许将构件上的载荷先用一个与它相当的等效力系来代替。

三、应力

上述内力是构件在某整个截面上分布内力系向截面形心简化后得到的主矢和主矩，用它可说明构件在截面 $m-n$ 上的内力和作用在这部分的外力间的平衡关系，但不能说明分布内力系在截面上某一点处的强弱程度。为此，引入内力集度的概念，籍此可判断构件的强度。设在某一受力构件的截面 $m-n$ 上，围绕某点 K 取微面积 ΔA （图 1-7a），作用于 ΔA 上内力的合力为 ΔF ，这样在 ΔA 上的内力的平均集度定义为

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

p_m 称为截面在 K 点处 ΔA 上的平均应力，它是随所取 ΔA 的大小而不同，所以它还不能真实地表明内力在 K 点处的强弱程度。为消除 ΔA 面积大小的影响，当 ΔA 趋近于零时，其极限值为

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1-1)$$

即为截面上 K 点处的内力集度，称为 K 点处的应力 (stress)。对于截面 $m-n$ 上 K 点处应力， p 是一个矢量，称为全应力 (total stress)。通常把全应力 p 分解为垂直于截面的分量 σ 和相

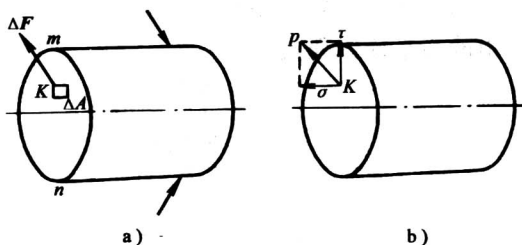


图 1-7

切于截面的分量 τ (图 1-7b)。垂直于截面的应力分量 σ 称为正应力或法向应力 (normal stress)，与截面相切的分量 τ 称为切应力 (shearing stress)。应力的常用单位是兆牛/米²，符号为 MN/m²。每一牛/米² (N/m²) 称为 1 帕 [斯卡]，符号为 Pa，故应力单位也可用兆帕，即 MPa 表示。在工程计算中还曾常用单位公斤力每平方厘米或公斤力每平方毫米，符号分别为 kgf/cm² 或 kgf/mm² 表示，我国规定这些单位是非法定单位，不能采用。

第五节 线应变与切应变

为了研究构件截面上内力的分布规律，必须研究构件内各点处的变形。设想把构件分割成无数微小的正六面体，研究在外力作用下这些微小正六面体各棱边长度的变化和棱边与棱边间夹角的变化。

在构件内 A 点处取一很小的正六面体 (图 1-8a)，设其沿 x 轴方向 AB 边的

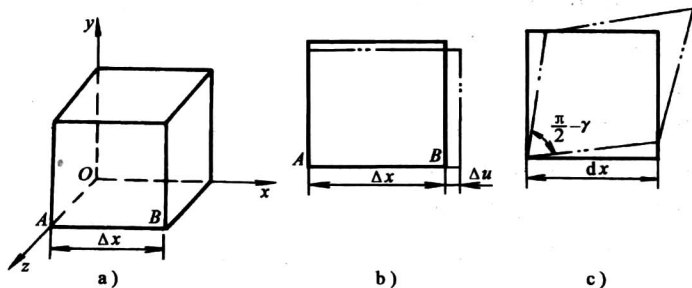


图 1-8

原长为 Δx ，在变形后 AB 的长度变为 $(\Delta x + \Delta u)$ ， Δu 称为线段 AB 的绝对变形 (deformation) (图 1-8b)。由于 Δu 的大小与原长 Δx 的长短有关，它不能完全表明 AB 的变形程度。如沿线段 AB 上各点处的变形程度相同，则比值

$$\epsilon = \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

ϵ 表示线段 AB 上每单位长度的伸长或缩短，称为线应变 (linear strain) 或相对变形。如 AB 线段内各点处的变形程度并不同，则以上比值表示 AB 一段内的平均线应变。若使微小正六面体的边长无限缩小，当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时，极限值

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1-2)$$

即为 A 点处沿 x 向的线应变。线应变表明受力构件内沿某一方向长度改变的程度，在小变形的前提下，线应变 ϵ 是一微量。

若将上述正六面体的边长缩到无限小时，即称它为单元体。单元体每一棱边上各点处的线应变可认为是相同的。

另一方面，物体中相互垂直的两棱边其所夹直角也发生变化 (图 1-8c)，角度的改变量 γ 称为切应变或角应变 (shearing strain)。 γ 也是一个微量，用弧度 (rad) 来度量。

线应变 ϵ 和切应变 γ 是度量构件内一点处变形程度的两个基本量。它们都是量纲为 1 的量。以后可看到线应变 ϵ 与正应力 σ ，切应变 γ 与切应力 τ 相联系，在确定构件的应力分布规律时，首先要研究 ϵ 和 γ 的变化规律。

第六节 杆件变形的基本形式

材料力学所研究的构件大多属于杆件。杆件的特征是物体纵向 (长度方向) 尺寸远比横向 (垂直于长度方向) 尺寸要大得多。杆件的几何因素为轴线与横截面。轴线为直线的杆称为直杆，等截面的直杆通常简称为等直杆。传动轴、梁、柱等均属于直杆。杆的轴线为曲线时称为曲杆，其轴线与横截面也是相互垂直的，如吊环、吊钩等。在材料力学中所研究的杆件多数为等直杆，通常作为一维问题来考虑。

除杆件外，工程中常用的构件还有平板和壳体。这类构件一般在高等材料力学和应用弹性力学中予以讨论。材料力学仅涉及一些简单壳体。

杆件在外力作用下其尺寸和形状都将有改变，由于杆的两个主要几何因素是轴线和横截面，在一般情况下，杆的主要变形可用轴线上一点 (即横截面的形心) 的线位移和横截面的角位移来度量，如图 1-9 所示，一端固定的直杆在横向力 F 作用下，除固定端外，其轴线上各点均发生线位移，各横截面则发生角位

移。杆自由端点 A 的线位移 f_A 和端面的角位移 θ_A 可用以度量此杆的变形。在分析杆内的应力分布和计算杆的刚度时应考虑到它的位移与变形。

作用在杆上的外力是多种多样的，杆件相应产生的变形也有各种形式。经过分析，杆的变形可归纳为四种基本变形的形式，或是某几种基本变形的组合。四种基本变形的形式如下：

(1) 拉伸或压缩 (tension and compression) 这类变形是由大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的一对力所引起的，表现为杆件的长度发生伸长或缩短，杆的任意两横截面仅产生相对的纵向线位移。图 1-10a 表示一简易起重吊车，在载荷 F 的作用下， AC 杆承受拉伸而 BC 杆承受压缩 (图 1-10b、c)。此外，起吊重物的吊索、桁架结构中的杆件、千斤顶的螺杆等都属于拉伸或压缩变形的杆件。

(2) 剪切 (shear) 这类变形是由大小相等、方向相反、作用线垂直于杆的轴线且距离很近的一对横力引起的，其变形表现为杆件两部分沿外力作用方向发生相对的错动。图 1-11a 表示一铆钉联接，铆钉穿过钉孔将上下两板联接在一起，板在拉力 F 作用下，而铆钉本身承受横向力产生剪切变形 (图 1-11b)。机械中常用的联接件如键、销钉、螺栓等均承受剪切变形。

(3) 扭转 (torsion) 这类变形是由大小相等、转向相反、两作用面都垂直于

轴线的两个力偶引起的，变形表现为杆件的任意两横截面发生绕轴线的相对转动 (即相对角位移)，在杆件表面的直线扭曲成螺旋线。图 1-12a 所示的汽车转向轴 AB 在运动时发生扭转变形。此外，汽车传动轴、电动机与水轮机的主轴等，都

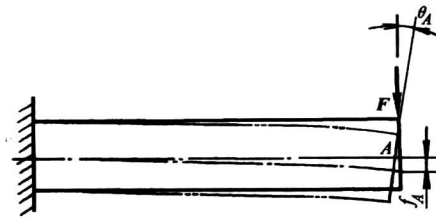


图 1-9

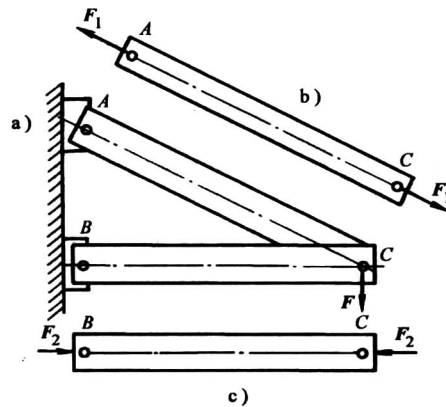


图 1-10

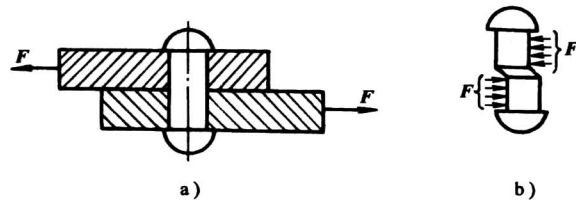


图 1-11

是受扭转的杆件。

(4) 弯曲 (bending) 这类变形是由垂直于杆件的横向力, 或由作用于包含杆轴的纵向平面内的一对大小相等、转向相反的力偶所引起的, 表现为杆的轴线由直线变为曲线。图 1-13a 所示的机车轮轴所产生的变形即为弯曲变形。工程上, 杆件产生弯曲变形是最常遇到的, 如桥式起重机的大梁、各种传动轴、船舶结构中的肋等都属于弯曲变形杆件。

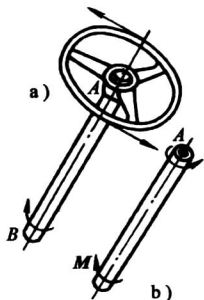


图 1-12

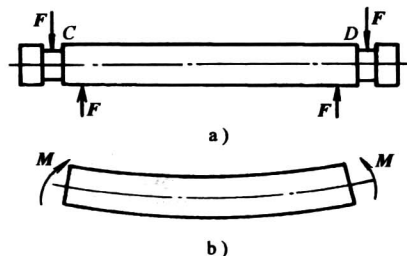
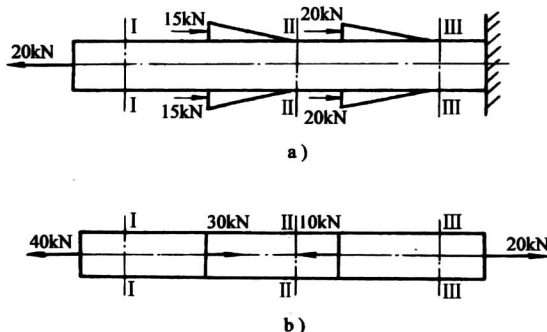


图 1-13

机械中的零部件大多数同时承受几种基本变形, 例如机床的主轴工作时承受弯曲、扭转与压缩三种基本变形的组合, 钻床主柱同时承受拉伸与弯曲变形的组合, 这种情况称为组合变形。我们先依次分别讨论杆件在四种基本变形下的强度和刚度问题, 然后再讨论组合变形时的强度和刚度问题。

习 题

1-1 求题 1-1 图所示杆在各截面 I、II、III 上的内力, 并说明它的性质。



题 1-1 图

1-2 已知 F 、 M_0 、 l 、 a , 分别求出题 1-2 图所示各杆指定截面 I、II 上的内力。图 b 中截面 II 无限接近力 F 作用点, 图 c 中截面 II 无限接近 M_0 。