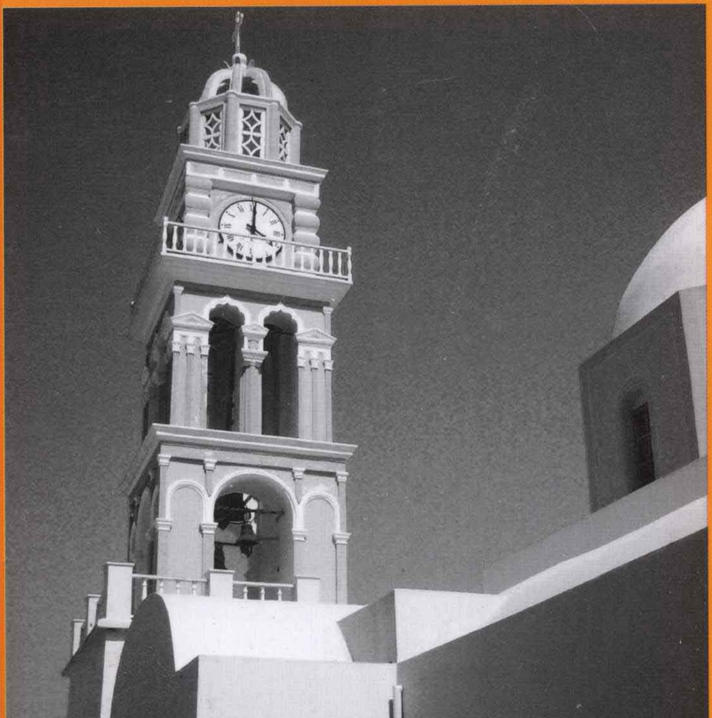
普通高等教育基础课规划教材

A CONCISE COURSE IN HIGHER MATHEMATICS

高等数学简明教程

（上册）



赵显曾　主编
蹇小平　尹文双　副主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育基础课规划教材

高等数学简明教程

上 册

主　编　赵显曾
副主编　蹇小平　尹文双

机 械 工 业 出 版 社

本书是别具特色的高等数学新颖教材，是笔者从教多年的总结．本书与众不同，别开生面，内容精炼，顺应了科学发展与进步．体系严谨、表述准确，文字流畅，富有启发性和创新气息．

本书共八章，分上、下两册．上册包括极限与连续、一元函数微分学、一元函数积分学、微分方程；下册包括无穷级数、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、多元函数积分学．

图书在版编目（CIP）数据

高等数学简明教程．上册/赵显曾主编．—北京：机械工业出版社，2012.11
普通高等教育基础课规划教材
ISBN 978-7-111-40044-8

Ⅰ.①高…　Ⅱ.①赵…　Ⅲ.①高等数学-高等学校-教材　Ⅳ.①O13

中国版本图书馆CIP数据核字（2012）第246155号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号　邮政编码100037）
策划编辑：郑　玫　责任编辑：郑　玫　李　乐
版式设计：霍永明　责任校对：刘秀丽
封面设计：张　静　责任印制：张　楠
北京京丰印刷厂印刷
2013年1月第1版·第1次印刷
169mm×239mm·18.25印张·352千字
标准书号：ISBN 978-7-111-40044-8
定价：33.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
社服务中心：(010)88361066	教材网：http://www.cmpedu.com
销售一部：(010)68326294	机工官网：http://www.cmpbook.com
销售二部：(010)88379649	机工官博：http://weibo.com/cmp1952
读者购书热线：(010)88379203	**封面无防伪标均为盗版**

前　　言

本书是别具特色的本科高等数学新颖教材，是根据笔者从教多年讲授高等数学的备课笔记总结而成的. 高等数学是一门重要的基础课，不仅为后续课程提供必要的数学工具，而且对培养理性思维起着举足轻重的作用. 本书与众不同，别开生面，内容精炼，顺应了科学发展与进步，体系结构严谨，概念表述准确，文字流畅，富有启发性和创新的气息. 本书特别具有以下几个特点：

1. 行文深入浅出，注意与中学数学教学的衔接；注重数学概念的几何背景和物理背景，启迪发散型思维. 作为极限的应用，讲了曲线的渐近线；作为例题证明了利用对称性计算重积分的方法.

2. 顺应科学发展与进步，用导数定义微分，用偏导数定义全微分，用第一型线、面积分定义第二型线、面积分，内容精炼.

3. 重点突击，难点分散，例题剖析透彻，思路清新，循循善诱，或一题多解，提高认知程度和分析能力，学会学习理论联系实际，以利于应用.

4. 习题丰富、题型较多，并附有习题答案与题解，是全书不可缺少的一个组成部分. 因此，本书为教和学提供了一本对口适用的教科书或教学参考书，也是数学工作者的参考书。

由于编者水平所限，谬误和不当之处在所难免，恳请读者不吝赐教.

本书由赵显曾主编，蹇小平、尹文双任副主编，参加编写的还有李艳丽、杨毅、李晓芳.

编　者

2010 年 10 月 12 日

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第 1 章　极限与连续

极限是高等数学（或微积分）分析论证的基础，它是研究函数分析性质的有力工具，也是高等数学区别于初等数学的主要标志．连续函数是高等数学中一类重要而且基本的函数，是高等数学的主要研究对象之一．

1.1　预备知识

这里将一些中学数学教材中讲过的，但是强调不够，而在高等数学中却经常使用的集合、区间、邻域等概念，以及绝对值不等式、极坐标和参数方程，作为预备知识，统一列举如下，以便复习和参考．

1.1.1　集合

集合是数学中一个原始的概念，它是无法明确定义、只能描述的基本概念．把具有某种共同属性，并又可以相互区别的事物的全体称为**集合**．构成集合的每一个事物，称为该集合的**元素**．常用大写字母 A，B，C 等表示集合，用小写字母 a，b，c 等表示集合的元素．设 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A，记为 $a\in A$；若 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记为 $a\notin A$.

常用的数集有：

$\mathbf{N}=\{0,1,2,\cdots,n,\cdots\}$，自然数集合；

$\mathbf{Z}=\{0,\pm1,\pm2,\cdots,\pm n,\cdots\}$，整数集合；

$\mathbf{Q}=\left\{\dfrac{p}{q}\,\middle|\,p,q\text{ 为互质整数，}q\neq0\right\}$，有理数集合；

$\mathbf{R}=\{x\mid x\text{ 为实数}\}$，实数集合.

不含任何元素的集合称为**空集**，记为$\varnothing$．例如，

$$\{x\mid x^2+1=0,\ x\in\mathbf{R}\}=\varnothing.$$

设 A 和 B 是两个集合，凡是 $x\in A$ 都是 $x\in B$，则称 A 是 B 的**子集**，记为 $A\subset B$ 或 $B\supset A$，读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”．例如，有

$$\mathbf{N}\subset\mathbf{Z}\subset\mathbf{Q}\subset\mathbf{R}.$$

并规定空集$\varnothing$为任何集合的子集.

由于实数与数轴上的点可以建立一一对应关系，所以有时为了突出几何直观，就把数 x 称为点 x，把数集称为点集，不再加以区别.

注 今后在本课程中，凡所说的数均指实数，除特别声明之外.

1.1.2 绝对值与常用不等式

设 x，y 为实数. 数 x 的绝对值

$$|x| = \begin{cases} x, & x\geqslant 0, \\ -x, & x<0. \end{cases}$$

绝对值不等式：

$$-|x| \leqslant x \leqslant |x|, \quad 0\leqslant |x| \pm x \leqslant 2|x|.$$

三角形不等式：

$$|x+y| \leqslant |x| + |y|, \quad ||x| - |y|| \leqslant |x-y|.$$

平均值不等式：

$$|xy| \leqslant \frac{x^2+y^2}{2}, \quad \sqrt{|xy|} \leqslant \frac{|x|+|y|}{2}.$$

1.1.3 区间与邻域

区间是在高等数学中用得较多的一类特殊的实数集合. 设 a 和 b 是两实数，且 $a<b$，数集 $\{x|a<x<b\}$ 称为**开区间**，记为 (a, b)，即

$$(a, b) = \{x|a<x<b\};$$

数集 $\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为**闭区间**，记为 $[a, b]$，即

$$[a, b] = \{x|a\leqslant x\leqslant b\};$$

数集 $\{x|a\leqslant x<b\}$ 与 $\{x|a<x\leqslant b\}$ 都称为**半开区间**（或**半闭区间**），分别记为 $[a, b)$ 与 $(a, b]$，即

$$[a, b) = \{x|a\leqslant x<b\},$$
$$(a, b] = \{x|a<x\leqslant b\}.$$

并称 a 和 b 为各个**区间的左端点**、**右端点**，$b-a$ 为该**区间的长度**. 这里“开”与“闭”的差别仅限于是否包括该端点. 这些区间在数轴上的直观表示如图 1.1 所示，它们都是一有限的线段. 因此，统称为**有限区间**.

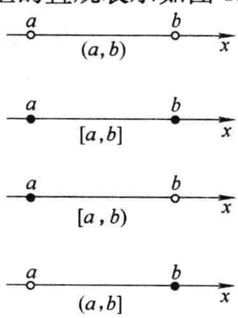


图 1.1

此外，还有**无限区间**. 为此引进记号 $+\infty$ 与 $-\infty$，规定任意实数 x 满足：

$$-\infty < x < +\infty$$

于是，实数集合 $\mathbf{R}$ 也记为 $(-\infty, +\infty)$，即

$$\mathbf{R} = (-\infty, +\infty)$$

为一无限区间；另外还有

$$[a, +\infty) = \{x|x\geqslant a\},$$
$$(-\infty, b] = \{x|x\leqslant b\},$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

$$(a,\ +\infty) = \{x \mid x > a\},$$
$$(-\infty,\ b) = \{x \mid x < b\}$$

等无限区间.

在今后的论述中，若对不同类型区间都适用，为了方便起见，统称为区间 I.

注意，区间具有连通性，区间与数集的异同.

所谓**邻域**是指以某点 x_0 为中心，长度为 $2\delta(\delta > 0)$ 的对称开区间$(x_0 - \delta,\ x_0 + \delta)$，记为 $N(x_0,\ \delta)$，即

$$N(x_0,\ \delta) = \{x \mid x_0 - \delta < x < x_0 + \delta\},$$

或

$$N(x_0,\ \delta) = \{x \mid |x - x_0| < \delta\}.$$

去掉邻域的中心点 x_0 的集合，称为**去心邻域**，记为 $\mathring{N}(x_0,\ \delta)$，即

$$\mathring{N}(x_0,\ \delta) = \{x \mid 0 < |x - x_0| < \delta\}.$$

在讲到邻域时，δ 的大小往往无关紧要，只要 $\delta > 0$ 即可，这时常把邻域和去心邻域写成 $N(x_0)$和$(\mathring{N})(x_0)$.

1.1.4　函数

函数是高等数学(或微积分)的研究对象. 在中学的代数课中，曾讨论过许多具体函数，如幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数等. 今后，除了经常遇到这些函数外，还要研究一般的函数，形式多种多样.

定义　设 D 是一非空的实数集合，f 是一确定的对应规律. 若对每一个 $x \in D$，通过 f 都存在唯一的实数 $f(x)$ 与之对应，则称 f 为定义于 D 上的一个**函数**. 数集 D 称为该函数 f 的**定义域**，x 称为**自变量**；称集合$\{y \mid y = f(x),\ x \in D\}$为该函数的**值域**，$y$ 为**因变量**.

以下几点要特别注意：

(1) $f(x)$ 是函数 f 在点 x 的函数值. 习惯上常说“函数 $y = f(x)$ 或 $f(x)$”，应理解为对每一个所允许的 x，通过关系 $y = f(x)$ 都有唯一一个确定的数 y 与之对应，这样也就定义妥帖了一个函数 f.

(2) 一个函数是由对应规律和定义域完全确定的，通常称为函数的两个要素. 至于函数的值域，可由其两个要素的给定而确定.

(3) 设函数 f 与 g 都定义于数集 D 上，对每一个 $x \in D$，都有

$$f(x) = g(x),$$

则称这两个函数相等，记为 $f = g$.

(4) 若对某个 $x \in D$，对应的数值 $f(x)$ 不止一个，则 f 不是定义于数集 D 上的函数.

例 1　**常值函数** $y = C$(C 为常数)的定义域 $D = (-\infty,\ +\infty)$，值域为独点集

$\{C\}$，它的图形是过点(O, C)的一条平行于 x 轴的直线.

例 2　符号函数

$$f(x)=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0\end{cases}$$

的定义域 $D=(-\infty, +\infty)$，值域为数集$\{-1, 0, 1\}$，它的图形如图 1.2 所示.

例 3　狄利克莱(Dirichlet)**函数**

$$D(x)=\begin{cases}1, & x\ 为有理数,\\ 0, & x\ 为无理数.\end{cases}$$

它的定义域为全体实数集 $\mathbf{R}$，值域为数集$\{0, 1\}$，但无法画出其图形.

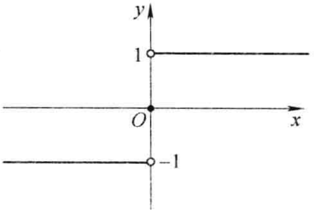


图　1.2

像例 2 和例 3，有些函数在其定义域的不同部分，对应规律是用不同的方式表达的，这种函数称为**分段函数**. 注意，分段函数是一个函数，而不是几个函数. 分段函数在实际问题中经常遇到.

1.1.5　函数的简单性质

(1) **函数的有界性**　设函数 $f(x)$ 定义于数集 D 上. 若存在一常数 A，对任意 $x\in D$，都有 $A\leqslant f(x)$，则称 $f(x)$ 在 D 上**有下界**；若存在一常数 B，对任意 $x\in D$，都有 $f(x)\leqslant B$，则称 $f(x)$ 在 D 上**有上界**. 若 $f(x)$ 在 D 上既有下界又有上界，则称 $f(x)$ 在 D 上**有界**；否则，就称 $f(x)$ 在 D 上**无界**.

关于函数的有界性，经常采用下述定义：设函数 $f(x)$ 定义于数集 D 上. 若存在正数 M，对任意 $x\in D$，都有

$$|f(x)|\leqslant M,$$

则称 $f(x)$ 在 D 上**有界**.

试问：有界函数的"界数"唯一吗？请读者自己证明两个有界性定义是等价的.

例如，$\sin x$、$\arctan x$ 在$(-\infty, +\infty)$上是有界函数；$\dfrac{1}{x}$在$[1, +\infty)$上是有界函数，但在$(0, +\infty)$上却是无界的.

(2) **函数的单调性**　设函数 $f(x)$ 定义于区间 I 上. 若对任意 $x_1, x_2\in I$，当 $x_1<x_2$ 时，都有

$$f(x_1)\leqslant f(x_2)\ \ (或\ f(x_1)<f(x_2)),$$

则称 $f(x)$ 在 I 上**单调增**(或**严格单调增**)；若对任意 $x_1, x_2\in I$，当 $x_1<x_2$ 时，都有

$$f(x_1)\geqslant f(x_2)\ \ (或\ f(x_1)>f(x_2)),$$

则称 $f(x)$ 在 I 上**单调减**(或**严格单调减**). 单调增函数和单调减函数, 统称为**单调函数**.

(3) **函数的奇偶性**　设函数 $f(x)$ 定义于对称区间 $(-a, a)$ 上, $a>0$. 若对任意 $x\in(-a, a)$, 都有

$$f(-x)=-f(x),$$

则称 $f(x)$ 为 $(-a, a)$ 上的**奇函数**; 若对任意 $x\in(-a, a)$, 都有

$$f(-x)=f(x),$$

则称 $f(x)$ 为 $(-a, a)$ 上的**偶函数**.

奇函数的图形关于坐标原点 O 对称; 偶函数的图形关于 y 轴对称.

例 4　设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 都是 I 上的奇函数, 则 $f(x)+g(x)$ 是 I 上的奇函数, $f(x)\cdot g(x)$ 是 I 上的偶函数.

证　由题设可知, 任给 $x\in I$, 有

$$f(-x)=-f(x),\ g(-x)=-g(x),$$

于是

$$f(-x)+g(-x)=-[f(x)+g(x)],$$
$$f(-x)\cdot g(-x)=f(x)\cdot g(x),$$

可见 $f(x)+g(x)$ 是奇函数, $f(x)\cdot g(x)$ 是偶函数.

(4) **函数的周期性**　设函数 $f(x)$ 定义于 D 上. 若存在一常数 $T>0$, 使对任意 $x\in D$, 都有 $x+T\in D$, 且

$$f(x+T)=f(x),$$

则称 $f(x)$ 是**周期函数**, T 称为此函数的一个周期.

设 $f(x)$ 是以 T 为周期的函数, 显然, 对任意正整数 n, nT 也是其周期. 如果周期函数的所有周期中有最小数, 则称它为该函数的最小正周期, 简称为**周期**.

最常见的周期函数是三角函数. 例如, $y=\sin(\omega x+\varphi_0)$ $(\omega>0)$ 的周期是 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$, 这里 ω 称为**圆频率**, φ_0 为**初位相**.

注意, 并非所有周期函数都有最小正周期. 例如, 狄利克莱函数 $D(x)$ 是一个没有最小正周期的周期函数. (你知道为何吗?)

1.1.6　函数的运算

通过对已知函数进行四则运算、求反函数及复合函数的运算, 可以产生新的函数.

(1) **函数的四则运算**　设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 都定义于 D 上, 则 $f(x)\pm g(x)$、$f(x)\cdot g(x)$、$\dfrac{f(x)}{g(x)}(g(x)\neq 0)$ 都构成了定义于 D 上的新函数.

注意，只有在两个函数共同的定义域上，两个函数才能进行四则运算. 例如，$y=x^2+\frac{1}{x^2}$是函数 x^2 与$\frac{1}{x^2}$的和，它们共同的定义域为 $x\neq0$，也是和函数 $x^2+\frac{1}{x^2}$的定义域. $y=x^2+\frac{1}{x^2}$是偶函数，因为

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2\geqslant2,$$

所以它的最大下界为 2，但该函数无上界.

再如，函数 $f(x)=x+\sqrt{x}$与 $g(x)=x-\sqrt{x}$，其共同的定义域为$[0,+\infty)$，则和函数$f(x)+g(x)=2x$ 的定义域为$[0,+\infty)$，而不是$(-\infty,+\infty)$.

（2）**反函数**　设函数 $y=f(x)$定义于 A 上，值域为 B. 若对每一个 $y\in B$，都有唯一的 $x\in A$ 满足关系$f(x)=y$，从而得一个定义于 B 上的新函数，称这个新函数是 $y=f(x)$的**反函数**，记为 $x=f^{-1}(y)$. 反函数的定义域为 B，值域为 A. 相对于反函数 $x=f^{-1}(y)$来说，称 $y=f(x)$为**正函数**(或**直接函数**).

一般地，给定一个函数 $y=f(x)$，不一定有反函数. 根据反函数的定义可知，若自变量 x 与因变量 y 是一一对应的，则必有反函数 $x=f^{-1}(y)$. 也就是说，若对每一个 $y\in B$，方程 $y=f(x)$在 A 中的解 $x=g(y)$都是唯一的，则 f 的反函数存在，且 $f^{-1}=g$；否则，没有反函数.

习惯上，自变量用 x 表示，因变量用 y 表示，把 $x=f^{-1}(y)$改记为 $y=f^{-1}(x)$，并说 $y=f^{-1}(x)$是 $y=f(x)$的反函数. 正函数 $y=f(x)$与其反函数 $y=f^{-1}(x)$的图形关于直线 $y=x$ 对称. 因为，若点(a,b)在曲线 $y=f(x)$上，则有 $b=f(a)$，因此 $a=f^{-1}(b)$，即点(b,a)必在曲线 $y=f^{-1}(x)$上.

反函数存在定理　严格单调函数$f(x)$有反函数 $f^{-1}(x)$，而且 $f^{-1}(x)$与 $f(x)$同序单调，即二者同为严格单调增(或减).

例 5　设$f(x)=(x-2)^2+1$ $(x\geqslant2)$，则$f(x)$有反函数，并求 $f^{-1}(x)$.

证　由题设可知，$f(x)$的定义域 $A=[2,+\infty)$，值域 $B=[1,+\infty)$. 任给 x_1，$x_2\in A$，且 $x_1<x_2$，则

$$\begin{aligned}f(x_1)-f(x_2)&=(x_1-2)^2-(x_2-2)^2\\&=(x_1+x_2-4)(x_1-x_2)<0,\end{aligned}$$

即$f(x_1)<f(x_2)$，$f(x)$在 A 上严格单调增，所以$f(x)$的反函数存在，且也严格单调增. 对于 $y\in B$，由方程

$$y=(x-2)^2+1$$

解得 $x=\sqrt{y-1}+2$，即 $g(y)=\sqrt{y-1}+2$. 于是，得

$$f^{-1}(x)=\sqrt{x-1}+2\ (x\geqslant1).$$

由方程 $y=x^2$，$y=\sin x$ 解得

$$x=\pm\sqrt{y},\ x=\mathrm{Arcsin}y$$

分别是双根和无穷多个根，所以它们的反函数是不存在的；如果的确需要讨论它们的“反函数”时，就要视具体情况，取其一个有意义的单值支考虑. 例如，取

$$x=-\sqrt{y},\ x=\arcsin y,$$

即 $y=-\sqrt{x}$，$y=\arcsin x$ 来讨论. 其实，这里都是由限制了正函数 $f(x)$ 的定义域 A 而得到的.

（3）**复合函数** 设函数 f 与 g 分别定义于数集 B 与 A 上，且 g 的值域为 B 的子集. 因此，对于每一个 $x\in A$，通过 $g(x)\in B$，都有唯一的 $f(g(x))$ 与之对应. 这就在 A 上定义了一个新函数，称该新函数为 f 与 g 的**复合函数**，记为 $f\circ g$. 它的定义域是 A，在 $x\in A$ 的函数值是 $f(g(x))$，即

$$f\circ g(x)=f(g(x)).$$

若记 $u=g(x)$，则复合函数 $y=f(g(x))$ 可看成是由 $y=f(u)$、$u=g(x)$ 复合而成的，并称 u 是**中间变量**.

复合函数俗称为函数的函数，函数的复合运算也就是函数套函数，可以推广到多个函数的情况. 利用复合函数的概念，可以把一些看起来较复杂的函数拆成几个简单函数的复合，这对于函数的研究和运算是十分重要的，要很好地学习.

注意，尽管函数的复合运算是构成新函数的一种重要方法，但并非任何两个函数都可构成复合函数.

1.1.7 初等函数

下面的六类函数统称为**基本初等函数**：

常值函数 $y=C$（C 为常数）.

幂函数 $y=x^{\alpha}$（α 为常数）.

当 α 为自然数时，幂函数的定义域是 $(-\infty,+\infty)$；当 α 为负整数时，其定义域是 $x\neq 0$；当 α 为任意常数时，定义域是 $x>0$.

指数函数 $y=a^x$（常数 $a>0$ 且 $a\neq 1$）.

对数函数 $y=\log_a x$（常数 $a>0$ 且 $a\neq 1$）.

三角函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$，$y=\sec x$，$y=\csc x$.

反三角函数

$y=\arcsin x$，定义域为 $[-1,1]$，值域为 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$；

$y=\arccos x$，定义域为 $[-1,1]$，值域为 $[0,\pi]$；

$y=\arctan x$，定义域为 $(-\infty,+\infty)$，值域为 $\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$；

$y=\operatorname{arccot}x$，定义域为$(-\infty,+\infty)$，值域为$(0,\pi)$.

由基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合运算而构成的函数，称为**初等函数**. 不是初等函数的其他函数，称为**非初等函数**. 例如，

$$y=\frac{x^3-2x+1}{x^4+2x^2+2},$$

$$y=\lg(2+\sin x),$$

$$y=\sin|x|,$$

$$y=\arcsin(\sin x),$$

$$y=x^x\ (x>0)$$

都是初等函数，而符号函数 $\operatorname{sgn}x$ 和狄利克莱函数 $D(x)$ 等都是非初等函数. 非初等函数的表示形式比较特殊，但应当指出的是分段函数不一定都是非初等函数；而且用一个解析表达式表示的函数，也未必是初等函数.

初等函数在实际中有着极广泛的应用，也是高等数学的主要研究对象，当然也经常遇到一些非初等函数.

例 6　求函数 $y=\sqrt{1-|x^2-4|}$ 的定义域.

分析　因为 $y=\sqrt{1-|x^2-4|}$ 是初等函数，求其定义域也就是求其存在域，所以要解绝对值不等式

$$1-|x^2-4|\geqslant 0,\ \text{即}\ |x^2-4|\leqslant 1.$$

解　欲要 $|x^2-4|\leqslant 1$，由绝对值的定义，即要

$$-1\leqslant x^2-4\leqslant 1,\ \text{即}\ 3\leqslant x^2\leqslant 5.$$

于是，便得所求函数的定义域为

$$x\in[-\sqrt{5},-\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3},\sqrt{5}].$$

1.1.8　极坐标系

在平面上取定一点 O 作为**极点**，由极点 O 为起点引一条有向射线 Ox 作为**极轴**，并规定长度单位和计算角度的正方向(通常取逆时针方向为正向)，这就构成了**极坐标系**. 建立了极坐标系的平面，称为**极坐标平面**. 对于极坐标平面内任一点 M，用 ρ 表示线段 $\overline{OM}$ 的长度，φ 表示从 Ox 到 $\overline{OM}$ 的角度. ρ 称为点 M 的**极径**，φ 称为点 M 的**极角**，有序实数对(ρ,φ)为点 M 的**极坐标**，如图 1.3 所示.

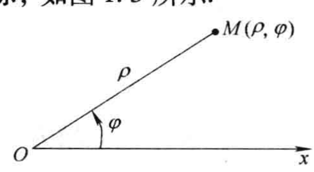


图　1.3

由于极角的多值性，点 M 的极坐标并不唯一. 如果限定 $\rho>0$，$\varphi\in[0,2\pi)$，则点 M 与其极坐标一一对应. 今后，如无特殊说明，认为 $\rho>0$.

(1) **极坐标与直角坐标的关系**　在平面上，若将极坐标系的极点与直角坐标系的原点重合，将极

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com