物 理 实 验（高职）

谢 银 月　林 伟 民　编 著

同濟大學 出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

物　理　实　验

（高职）

谢银月　林伟民　编著

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书是根据高职院校物理实验教学的特点，结合上海医疗器械高等专科学校多年的物理实验教学改革经验编写而成的. 全书包括测量误差和数据处理、物理实验基本仪器、基本实验、拓展实验、附录等内容.

本书可作为高职院校理工类各专业的物理实验教材，也可供相关教师或人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

物理实验：高职/谢银月，林伟民编著. --上海：同济大学出版社，2013.4

ISBN 978-7-5608-5138-9

Ⅰ. ①物… Ⅱ. ①谢… ②林… Ⅲ. ①物理学—实验—高等职业教育—教材 Ⅳ. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 068094 号

物理实验(高职)

谢银月　林伟民　编著

责任编辑　李小敏　　责任校对　徐春莲　　封面设计　潘向蓁

出版发行　同济大学出版社　　www.tongjipress.com.cn

（地址：上海市四平路 1239 号　邮编：200092　电话：021-65985622）

经　　销　全国各地新华书店

印　　刷　同济大学印刷厂

开　　本　787mm×1092mm　1/16

印　　张　8.5

印　　数　1—3100

字　　数　212000

版　　次　2013 年 4 月第 1 版　　2013 年 4 月第 1 次印刷

书　　号　ISBN 978-7-5608-5138-9

定　　价　20.00 元

前　　言

本书是在以前教材的基础上，根据高职院校物理实验教学的特点，结合上海医疗器械高等专科学校多年的物理实验教学改革经验编写而成的.

高职院校是培养高技能应用型人才的学校，基本实验技能的训练，是整个实践教学环节的基础阶段. 通过物理实验，使学生初步掌握技术人员必备的基本动手能力、基本操作技能和基本方法.

为了适应高职院校学生使用，本教材在编写时注意了以下几个方面：

(1) 在测量误差和数据处理内容中，暂时不引入不确定度的概念，而采用标准误差的相关理论.

(2) 在实验内容的安排上，简化了实验项目，着重采用了应用型的实验内容.

(3) 在实验原理的叙述上，着重阐述概念与结论，有些内容不作严密推导与论证.

(4) 在实验操作步骤的讲述上，力求做到详尽细致，以方便学生课前预习及具体操作.

(5) 在每一章、每一实验后，以“自学提钢”的形式引导学生有效地预习，启发学生作探索性思考，培养学生仔细阅读、认真推敲的学习习惯.

本书第 1 章、第 2 章、第 3 章中的 3.1，3.3，3.4，3.8，3.9 节，第 4 章中的 4.1，4.3，4.4 节以及附录由谢银月编写. 第 3 章中的 3.5，3.6，3.7，3.10 节，第 4 章中的 4.2 节由林伟民编写. 第 3 章中的 3.2 节由杨定国编写.

由于编者水平有限，书中一定存在错误与不妥之处，敬请使用本书的教师和学生批评指正. 本书在编写过程中，得到了编者同事们的许多帮助，参阅及引用了兄弟院校的有关教材，借此一并表示衷心的感谢.

编者

2013 年 3 月

目　　录

绪 论

1. 明确要求，端正态度，改进学习方法

高职院校物理实验不同于中学阶段的物理实验，它是作为培养高技能应用型人才的高职教育中一系列实践教育的先导. 通过物理实验，学生应达到以下目标：

(1) 培养学生基本动手能力和独立操作能力.

(2) 学习运用实验原理和方法去研究某些物理现象并进行具体测试(着重具体测试).

(3) 进行实验技能的基本训练，使学生学会常用物理仪器的调整及使用.

(4) 使学生初步具备处理数据、分析结果、撰写实验报告的能力.

(5) 通过实验培养严肃认真、一丝不苟、实事求是的科学态度和克服困难、坚韧不拔的工作作风(着重“三严”，即操作认真严格，态度踏实严谨，思维活跃严密).

要学好物理实验，不仅要花力气，下功夫，还应当特别注意改进自己的学习方法. 从一开始就应注意打下良好的基础，有一个好的开端. 在学习过程中，学生必须主动、自觉、创造性地获得知识和技能，决不是仅仅通过实验获取几个数据，而是要通过实验去探索研究问题. 因此，在实验前，要明确“做什么，怎样做，为什么要这样做”；在实验过程中，要做到任何一次测试都非常认真，并对测试结果完全负责，同时，要正确地、有条理地记录实验数据；完成实验后，应对整个实验进行总结，并以适当的表现方式，写成书面的实验报告.

2. 遵守制度，认真完成实验课的各个环节

学生在上实验课时应遵守“学生实验守则”和“学生物理实验操作规程”. 物理实验通常分下列三个阶段进行：

(1) 实验前的预习

预习是上好实验课的基础和前提，没有预习，不可能很好完成一堂实验课. 实验前，必须仔细阅读实验教材，了解实验目的、原理，了解实验要求及注意事项，尤其要认真阅读教材中的仪器介绍和操作步骤，明确进实验室要测量什么数据，用什么方法测量，使用什么仪器，测量几次等. 在此基础上，简要填写预习报告(见附录 B). 此外，根据实验内容，准备好实验中所需要的学习用具(如计算器等).

上课时，教师将检查学生的预习情况，对于没有预习或未完成预习报告的学生，教师有权停止该学生本次实验，或按有关规定处理.

(2) 实验中的操作

实验操作是实验的主要内容，是培养学生科学素质和实验能力的主要环节. 进入实验室后，学生必须遵守实验室规则，对于严重违反实验室规则者，教师将停止其实验，并作出相关处理.

实验时，首先应了解所有将要使用到的仪器及装置的主要功能、量程、精度等级、操作方法和注意事项. 其次要全面地想一想实验的操作程序，怎样安排更为合理，不要急于动手，连接电路或调整光路时，必须认真检查，经确认准确无误后，才能开始实验. 起初可作试验性探

索操作，粗略地观察一下实验过程和数据状况，若无异常，方可正式进行实验. 如有异常现象，应立即切断电源，认真思考，分析原因，并向教师反映，待异常情况排除后，再开始进行实验.

使用仪器进行测量时，必须满足仪器的正常工作条件(如万用表调零、温度控制仪校满等). 不重视仪器的调整而急于进行测量，是初学者易犯的毛病，应予纠正.

实验测量应遵循“先定性、后定量”的原则，即先定性地观察实验全过程，对所测内容做到心中有数. 在可能的情况下，对数据的数量级和走向作出估计. 测量时，应集中精力，细心操作，仔细观察，并积极发挥主观能动性，以获得可能达到的最佳结果.

原始数据是宝贵的第一手资料，是以后计算和分析问题的依据. 实验时，必须如实地、及时地记录数据和现象，其中包括主要仪器的名称、型号、精度等级等. 记录数据必须注意有效数字和单位，必须用钢笔或圆珠笔将数据记录在数据表格中，不要使用铅笔. 如记录的数据有错误，可用一斜线划掉后，把正确数据写在其旁边，但不允许涂改数据. 实验数据是否合理，应首先自查，然后把所有的数据抄在规定的表格内，交给教师审阅，经教师批改签字后，方可认定实验完毕. 离开实验室前，应自觉整理、复原仪器，并做好清洁工作.

还须指出，千万不要认为做实验的目的只是为了得到一个标准的实验结果. 如获得的实验数据与标准数据符合了，就高兴；一旦有所差别，就大失所望，抱怨仪器或装置不好，甚至拼凑数据. 这些表现都是不正确的，是违背科学的. 实验结果与理论公式、结论之间发生偏差是完全可能的，问题是差异有多大？是否合理？是否操作有误？是否读数有误？是否仪器与装置本身有问题？不论实验结果如何，都应养成认真分析的习惯和实事求是的态度，而不应贸然下结论. 如果仪器和装置出现了小故障和小毛病，应力求自己动手排除，起码也应留意教师是怎么动手解决的. 能否发现仪器装置的故障，并及时迅速修复，这也是一个人实验能力强弱的重要表现，初学者应要求自己逐步提高这方面的能力.

(3) 实验后的报告

书写实验报告的目的是为了培养学生以书面形式总结工作成绩和报告科研成果的能力. 实验报告要求文字通顺、字迹端正，数据完整、图表规范、结果正确.

一份完整的实验报告应包括实验名称、实验目的、实验原理、实验器材、数据记录与处理、讨论等内容. 对于实验原理，应在理解的基础上用简明扼要的语言来阐述. 主要实验器材要填写型号. 原始测量数据一般要求以列表的形式出现，数据处理要写出主要计算过程、画出图表、列出最后结果及误差. 对实验过程和结果的讨论要具体深入，有分析，有见解，不要泛泛而谈，其内容一般不受限制，可以是对观察到的实验现象进行分析，对结论和误差原因进行分析，也可以对实验方案提出改进意见. 物理实验报告一般式样举例见附录 A.

必须指出，实事求是的科学态度和严肃认真的工作作风是科技工作者应具备的品德，在实验的各个阶段，应始终认真踏实，严禁一切虚假行为.

3. 重视自学能力的培养

综上所述，物理实验课强调以学生为中心，注重提高学生的实际动手能力. 在具体的学习过程中，应重视自学能力的培养.

大学阶段的学习不应该只限于知识的被动获取，更应该努力学会如何主动地去获取知识，学习不能只限于人生的某一个时期，不会主动寻求新知识的人将无法适应社会发展的需

要.我们应树立“终身学习”的理念,只有这样,才能把自己培养成为具有丰富知识、具有创新精神和实践能力的新世纪人才.因此,自学能力的培养在大学阶段的学习过程中显得尤为重要.

事实上,在物理实验的三个阶段中,无论是实验前的预习,或是实验中的操作,还是实验后的报告,都是以学生自学为主而进行的.教师的任务是为学生便于自学创造更多的条件.在本教材的每一章、每一实验后,我们将以“自学提纲”的形式,引导学生有效地预习,启发学生作探索性的思考,使学生逐渐养成仔细阅读、认真推敲的学习习惯,使学生逐渐学会如何提出问题、如何分析问题、如何在实际操作中解决问题,进而使学生逐渐掌握如何通过自学获取知识.在课堂实验操作阶段,为了能让学生有更多的时间独立操作、独立思考、独立探索、独立完成整个实验,教师将用最少的时间讲解实验重点,而把主要的精力集中在解答学生提问、启发学生思考、排除实验故障、维持实验秩序、评价学生实验操作成绩等方面.我们试图用这样的方式促使学生以自学为主,主动积极地完成物理实验的学习.

请记住,我们不是要一个塞满东西的脑袋,而是要一个善于分析、善于探索、善于创新的头脑.我们不仅要有知识,更重要的是要将知识转化为能力.我们相信,经过认真、刻苦、勤奋地学习,大家一定能获得成功.让我们共同努力,共同进步吧!

第 1 章　测量、误差和数据处理

一切物理量的测量都不可能是完全准确的，这是因为在科学技术发展的过程中，人们的认识能力和测量仪器的制造精度都受到相应的限制. 测量误差的存在是一种不以人们意志为转移的客观事实. 因此，实验除了要测得应有的数据外，还需要对测量结果的可靠性作出评价，对测量结果的误差范围作出合理的估计. 当今，误差理论及其应用已发展成为一门专门的学科，作为对学生进行科学实验基本训练的物理实验课程，必须赋予学生最基本的误差理论知识. 本章将介绍误差的基本概念、误差的估算方法、有效数字及其运算和数据处理的基本方法.

1.1　测量与误差

1.1.1　测量

在物理实验中，不仅要定性地观察物理现象，而且要定量地测量物理量的大小. 测量是进行科学实验必不可少的极其重要的一环. 在测量工作中，要充分熟练地掌握一些最基本的技能，如长度怎么"量"? 仪表怎么"用"? 望远镜、显微镜怎么"看"? 量值怎么"读"? 数据怎么"记"? 电路怎么"连"……这些都是最基本的东西，是科学技术工作的基本功，必须引起足够重视.

一个测量数据是由数值和单位两部分组成的. 测量数据只有赋予了单位，才能有具体的物理意义. 因此，测量所得的数据应包括数值(大小)和单位，两者缺一不可.

从测量的方法来说，测量可分为直接测量与间接测量两种. 直接测量就是直接用仪器测出待测量的大小. 例如，用直尺测量人的身高，用磅秤测量人的体重，用停表测量人的心率等. 很多待测量不能或不便于直接用仪器测出，而要根据可直接测量的数据，通过一定的函数关系计算出来，这种测量称为间接测量. 例如，钢丝横截面积的测量是通过钢丝直径的测量而得到的，活人体内肝脏的大小是利用超声诊断仪进行间接测量的.

1.1.2　误差

从测量的要求来说，人们总希望测量的结果能很好地符合客观实际. 但在实际测量过程中，由于测量仪器、测量方法、测量条件和测量人员的水平以及种种因素的局限，不可能使测量结果与客观存在的真值完全相同，我们所测得的只能是某物理量的近似值. 也就是说，任何一种测量结果的量值与真值之间总会或多或少地存在一定的差值，我们把测量值与真值之间的偏离称为测量误差，简称"误差"，即

$$误差(\Delta)=测量值(x)-真值(A).$$

误差自始至终存在于一切科学实验的过程之中，虽然随着科学技术的日益发展和人们认识水平的不断提高，误差可能被控制得越来越小，但始终不可能完全消除.

1.1.3 误差分类

误差的产生有多方面的原因，从误差的性质和产生的原因来说，误差可分为系统误差和随机误差两种.

1. 系统误差

系统误差的特点：在同样条件下，对同一量进行多次测量时，误差的大小和正负总保持不变，或按一定的规律变化.

系统误差主要来自以下几个方面：

(1) 仪器的固有缺陷. 例如，刻度不准；零点没有调准；仪器水平或铅直没有调整等.

(2) 实验方法不完善或这种方法所依据的理论本身具有近似性. 例如，称重量时没有考虑空气浮力；用伏安法测电阻时没有考虑电表内阻的影响等.

(3) 实验环境的影响或没有按规定的条件使用仪器. 例如，标准电池是以 20℃时的电动势数值作为标称值的，若在 30℃条件下使用时，不加以修正，就引入了系统误差.

(4) 实验者生理或心理特点，或缺乏经验引入的误差. 例如，有人对准目标时总是偏左或偏右，有人按秒表时总是滞后等.

系统误差有些是定值的，如游标卡尺的零点不准；有些是积累性的，如用受热膨胀的钢卷尺进行测量时，其测量值就小于真值，误差随测量长度成正比例地增加；还有些是周期性变化的，如秒表指针没有准确地安装在刻度盘中心，造成偏心差，其读数的误差就是一种周期性的系统误差.

系统误差是测量误差的重要组成部分，发现、消除、减少或修正系统误差，对一切测量工作都是非常重要的. 因此，对于初学实验者来说，应该从一开始就逐步地积累这方面的感性知识. 在实验时要分析：采用这种实验方法(理论)、使用这套仪器、运用这种操作技术会不会对测量结果引入系统误差?

2. 随机误差

随机误差的特点：当我们在竭力消除或减少一切明显的系统误差之后，在相同的条件下，对同一量进行多次重复测量时，每次测量的误差时大时小，时正时负，既不可预测，又无法控制.

随机误差的产生，取决于测量过程中一系列随机因素的影响，其来源主要有：环境的因素，如温度、湿度、气压的微小变化等；观察者的因素，如瞄准、读数的不稳定等；测量仪器的因素，如测量器具不稳定、指针或向左或向右偏转等.

随机误差的存在使得测量值时而偏大，时而偏小，看来似乎没有什么规律，但实际上，当多次重复测量时，随机误差总是服从一定的统计规律的. 我们可以利用这种规律对实验结果的随机误差作出估算.

综上所述，系统误差与随机误差的性质不同，来源不同，处理方法也不同. 影响测量结果的主要因素有时是系统误差，有时是随机误差. 因此，对每个实验要作出具体分析，但实验结果的总误差是系统误差与随机误差的总和. 在精密测量时，对系统误差和随机误差必须加以区别，分别处理. 在基本实验中，我们一般仅要求考虑随机误差.

需要强调指出的是，在整个测量过程中，除了上述两种性质的误差之外，还可能发生由于实验者使用仪器不正确、实验方法不合理、读错数据、记错数据等而造成的种种测量上的

错误. 错误不同于误差，它是不允许存在的，也是完全可以避免的.

1.2　直接测量的误差估算

下面将讨论如何对直接测量值的误差进行估算. 应当指出，在下面的讨论中，我们是在假定消除或修正了系统误差的理想前提下，研究随机误差的问题.

1.2.1　随机误差的统计规律

从某一次测量来看，随机误差的出现是偶然的，当测量次数足够多时，随机误差就会显示出明显的规律性. 大量的实验事实和统计理论都证明，在大多数情况下，随机误差服从正态分布，如图 1-2-1 所示. 图中横轴为误差 Δ，纵轴为误差分布概率密度函数 $f(\Delta)$. 它表示在误差 Δ 附近处单位误差间隔内出现的概率，由图 1-2-1 可见，遵从正态分布的随机误差具有以下特征：

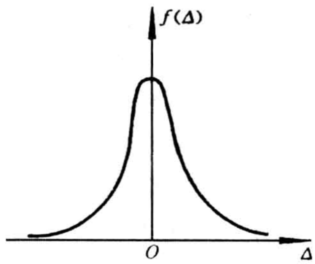

图 1-2-1　正态分布的误差曲线

(1) 单峰性. 绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大.

(2) 对称性. 绝对值相等的正、负误差出现的概率相同.

(3) 有界性. 在一定的测量条件下，误差的绝对值不超过一定限度.

(4) 抵偿性. 随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋向于零，即

$$\lim \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta_i = 0.$$

因此，增加测量次数可以减小随机误差，随机误差是一种具有抵偿性的误差.

1.2.2　多次测量的平均值

如上所述，增加测量次数可以减小随机误差，因此，在可能的情况下，总是采用多次测量. 如果在相同的条件下，对某物理量 x 进行了 n 次测量，其测量值分别是 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，根据误差的统计理论，在一组 n 次测量的数据中，算术平均值 $\bar{x}$ 最接近真值，称为测量的最佳值或近真值. 由于测量的误差总是存在的，真值总是不能确切地知道，所以用算术平均值表示测量的结果，即

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i. \tag{1-2-1}$$

1.2.3　测量列的标准误差

在相同的条件下，对某一物理量进行多次测量，称为等精度测量. 测量列就是等精度测量所得到的一组测量值. 由于随机误差的存在，各测量值有所不同，标准误差是对这一组测量数据可靠性的一种评价.

当测量次数无限增多时，各测量值 x_i 的误差 $\Delta_i = x_i - A$ 平方的平均值的平方根，称为

标准误差，以 σ 表示，即

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-A)^2}{n}} \quad (n\to\infty). \tag{1-2-2}$$

由于被测物理量的真值 A 是未知的，因此不可能按式(1-2-2)求得误差. 在实际测量中，一般用测量偏差估算测量误差. 我们将测量值 x_i 与算术平均值 $\bar{x}$ 之差称为该次测量的偏差，以 d_i 表示，即

$$d_i=x_i-\bar{x}. \tag{1-2-3}$$

当测量次数 n 有限时，根据误差统计理论，我们将各测量值的偏差 $d_i=x_i-\bar{x}$ 的平方和与 $n-1$ 之比的平方根，称为标准偏差，以 σ_x 表示，即

$$\sigma_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}. \tag{1-2-4}$$

误差与偏差是有区别的，误差表示测量值与真值之差，而偏差表示测量值与算术平均值之差. 由于测量次数很多时，多次测量的算术平均值最接近于真值，因此，各次测量值与算术平均值的偏差就接近于它们与真值的误差. 为此，我们就不去区分偏差与误差的细微区别，同时把标准偏差称为标准误差.

应当指出，标准误差 σ_x 与各次测量的误差 Δ_i 有着完全不同的含义. $\Delta_i=x_i-A$ 表示第 i 次测量时，测量值与真值 A 的差，它是一个实在的误差，也称真误差. 而 σ_x 并不是一个具体的测量误差值，它表示在相同的条件下进行一组测量后，随机误差概率分布情况，是一个具有统计意义的特征值. 为了说明标准误差 σ_x 的意义，我们在正态分布的误差曲线中标出 $-\sigma_x$ 和 $+\sigma_x$ 的位置，如图 1-2-2 所示. 经过理论计算可以得到在 $-\sigma_x$ 到 $+\sigma_x$ 范围内，分布曲线所包围的面积(图中画有斜线的部分)占总面积的68.3%. 由此可见，标准误差 σ_x 所表示的意义：在相同的条件下进行测量时，任一个测量值的误差落在 $-\sigma_x$ 到 $+\sigma_x$ 之间的可能性为 68.3%.

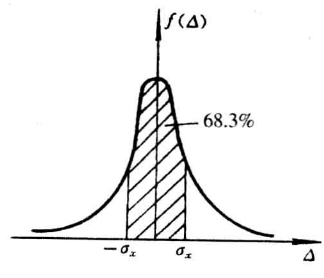

图 1-2-2　标准误差的意义示意图

1.2.4　平均值的标准误差

在我们进行了有限的几次测量后，可得到最佳值 $\bar{x}$. 但是，$\bar{x}$ 也是一个随机变量，随着 n 的增加而变化，那么，平均值 $\bar{x}$ 的可靠性如何呢？显然，$\bar{x}$ 肯定比每一次测量值 x_i 更可靠. 由误差理论可以证明，平均值 $\bar{x}$ 的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 为

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}. \tag{1-2-5}$$

即平均值的标准误差是测量列的标准误差的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍，它表示在 $\bar{x}-\sigma_{\bar{x}}$ 到 $\bar{x}+\sigma_{\bar{x}}$ 的范围内包

含真值 A 的可能性是 68.3%.

从式(1-2-5)可知，当增加测量次数时，$\sigma_{\bar{x}}$ 会越来越小，这就是通常所说的增加测量次数，可以减小随机误差. 但是，由于减小是按 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 的比例变化的，当 $n>10$ 时，随着 n 的增大，$\sigma_{\bar{x}}$ 的减小实际上已很不明显，因此，实际测量次数一般不必很多.

应当指出，当被测量本身不稳定时，即此量没有确定的真值，计算平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 就没有意义了. 这时，只需计算测量列的标准误差 σ_x. 例如，测量一个钢球的直径 d，由于钢球本身不圆，在各个方向测量后所得的 $\bar{d}$ 只代表钢球直径的平均效应，而 σ_d 反映的仅是测量的波动性，多次测量并不减小钢球直径本身的波动性，所以可以不必计算 $\sigma_{\bar{d}}$. 只有当被测对象是稳定的(如物理常数等)，由于测量误差纯属随机性，所以具有抵偿性，这时算术平均值更接近于被测对象的真值，其平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 理应小于测量列的标准误差 σ_x.

本书只要求实验者熟悉和掌握测量列的标准误差 σ_x，对平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 只需作一般的了解.

1.2.5 仪器的标准误差

测量时使用的仪器或量具，有的比较精密或灵敏度较高，有的比较粗糙或灵敏度较低，但任何仪器均存在误差. 我们把在规定的使用条件下，正确使用仪器时，仪器的示值和被测量的真值之间可能出现的最大误差称为仪器误差，以 $\Delta_{仪}$ 表示.

仪器误差一般由生产厂家在仪器铭牌或说明书中给出，也可由生产厂家给出仪器的精度等级，再用适当方法算出. 对于未说明仪器误差，又不知精度等级的仪器，可根据具体情况作出合理的估算，例如，取仪器最小分度值作为仪器误差.

仪器误差概率密度函数一般遵从均匀分布的规律，由数学计算可得仪器的标准误差 $\sigma_{仪}$ 为

$$\sigma_{仪}=\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}. \tag{1-2-6}$$

1.2.6 单次直接测量的标准误差估算及测量结果表达式

在有的实验中，无法对被测物理量进行多次测量，例如，被测量本身在变化；或者不必对被测物理量作多次测量，例如实验中对该量的测量精度要求不高. 在这些情况下，可只对被测量进行单次测量，此时，就用单次测量得到的测量值 $x_{测}$ 作为最佳值，用 $\sigma_{仪}=\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}$ 表示单次测量的标准误差，我们通常把测量结果表示为

$$x=x_{测}\pm\sigma_{仪}. \tag{1-2-7}$$

1.2.7 多次直接测量的标准误差估算及测量结果表达式

对于多次直接测量的物理量，以 $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$ 表示测量的最佳值，标准误差 σ_x 用式(1-2-4)计算，测量仪器的标准误差为 $\sigma_{仪}$，以 σ_x 与 $\sigma_{仪}$ 比较，取大者表示测量的标准误差，将

测量结果表示为

$$x=\bar{x}\pm\sigma_x \qquad (\sigma_x>\sigma_{仪}\text{ 时}) \tag{1-2-8}$$

或

$$x=\bar{x}\pm\sigma_{仪} \qquad (\sigma_x<\sigma_{仪}\text{ 时}). \tag{1-2-9}$$

1.2.8 相对误差与百分误差

标准误差仅反映测量进行的好坏(即测量重复性的优劣),如果要判断误差的严重程度(即表示误差数值在测量结果中所占的比例),我们可用相对误差来表示

$$E=\frac{\sigma_x}{\bar{x}}\times 100\%. \tag{1-2-10}$$

例如,有两个测量对象,测量结果为:$x_{甲}=2.00\pm0.02\text{cm}$,$x_{乙}=20.00\pm0.02\text{cm}$,虽然两者的标准误差均为 0.02cm,但是,由于被测量的大小不同,很明显,两者测量误差的严重程度不同,$E_{甲}=1\%$,$E_{乙}=0.1\%$,可见后者优于前者.所以,在表述测量结果 $x=\bar{x}\pm\sigma_x$ 的同时,可用相对误差 E 表示测量的精度.有时,被测量的量值有理论值或公认值,则可用百分误差表示测量结果的优劣程度,即

$$\text{百分误差}=\frac{|\text{测量值}-\text{理论值}|}{\text{理论值}}\times 100\%. \tag{1-2-11}$$

[例 1] 用游标卡尺($\Delta_{仪}=0.002\text{cm}$,50 分度)测某一物体的长度 L(cm)5 次,数据如下:4.562,4.574,4.570,4.568,4.556.试求测量结果.

解:长度的平均值为

$$\bar{L}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L_i=\frac{1}{5}(4.562+4.574+4.570+4.568+4.556)$$
$$=4.566\text{cm}.$$

测量值的标准误差为

$$\sigma_L=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(L_i-\bar{L})^2}{n-1}}$$
$$=\sqrt{\frac{(4.562-4.566)^2+(4.574-4.566)^2+(4.570-4.566)^2+(4.568-4.566)^2+(4.556-4.566)^2}{5-1}}$$
$$=0.00707\cdots\approx0.007\text{cm}.$$

由于随机误差本身是一个估计值,所以标准误差只取一位或两位有效数字,为简单起见,在本教材中,我们约定标准误差一律取一位有效数字.平均值的取位,必须与标准误差所在位对齐.

在本例中,仪器的标准误差为

$$\sigma_{仪}=\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}=\frac{0.002}{\sqrt{3}}=0.00115\cdots\approx0.001\text{cm}.$$

因 $\sigma_L > \sigma_{仪}$，故测量结果为

$$L=\bar{L}\pm\sigma_L=4.566\pm0.007\text{cm}.$$

注：如果小型计算器具有统计功能，用它来计算多次测量值的标准误差是很方便的.

[例 2] 用一般毫米尺测某物体的长度 L(cm)5 次，得到的测量值分别为：3.52，3.50，3.51，3.50，3.53. 求长度的平均值、标准误差，并写出测量结果.

解：长度的平均值为

$$\bar{L}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L_i=\frac{1}{5}(3.52+3.50+3.51+3.50+3.53)$$

$$=3.512\approx3.51\text{cm}.$$

测量值的标准误差为

$$\sigma_L=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(L_i-\bar{L})^2}{n-1}}$$

$$=\sqrt{\frac{(3.52-3.51)^2+(3.50-3.51)^2+(3.51-3.51)^2+(3.50-3.51)^2+(3.53-3.51)^2}{5-1}}$$

$=0.0132\cdots\approx0.01\text{cm}.$　　（标准误差取一位有效数字）

一般毫米尺可取其最小分度值作为仪器误差，即 $\Delta_{仪}=0.1\text{cm}$，则毫米尺的标准误差 $\sigma_{仪}$ 为

$$\sigma_{仪}=\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}=\frac{0.1}{\sqrt{3}}=0.0577\cdots\approx0.06\text{cm}.$$

因 $\sigma_L<\sigma_{仪}$，故标准误差应取 $\sigma_{仪}=0.06\text{cm}$.

测量结果可表示成

$$L=\bar{L}\pm\sigma_{仪}=3.51\pm0.06\text{cm}.$$

以上计算也可用表 1-2-1 来表示.

表 1-2-1　　**测物体长度**

次数 n	1	2	3	4	5
长度 L/cm	3.52	3.50	3.51	3.50	3.53
平均值 $\bar{L}$/cm	3.51				
标准误差 σ_L/cm	$\sigma_L=0.01<\sigma_{仪}(0.06\text{cm})$，取 $\sigma_{仪}$				
测量结果	$L=3.51\pm0.06\text{cm}$				

注：量具：毫米尺；　$\Delta_{仪}=0.1\text{cm}$；　$\sigma_{仪}=0.06\text{cm}$.

1.3　间接测量的误差估算

直接测量所得的结果都是有误差的，显然，由直接测量经过运算而得到的间接测量值也一定会有误差. 下面讨论如何估算间接测量量的标准误差.

设间接测量的物理量 N 与各直接测量量 $x,y,\cdots$ 有下列函数关系

$$N=f(x,y,\cdots).$$

对上式求全微分，得

$$\mathrm{d}N=\frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y+\cdots.$$

上式表示，当 $x,y,\cdots$ 有微小改变 $\mathrm{d}x,\mathrm{d}y,\cdots$ 时，N 也将改变 $\mathrm{d}N$. 通常，误差远小于测量值，故可把 $\mathrm{d}x,\mathrm{d}y,\cdots$ 和 $\mathrm{d}N$ 看作误差，这就是误差的传递.

若每一个直接测量量 $x,y,\cdots$ 在同样条件下进行了多次重复测量，其最佳值各为 $\bar{x},\bar{y},\cdots$，它们的误差纯属随机误差，分别为 $\sigma_x,\sigma_y,\cdots$，则间接测量量 N 的最佳值为

$$\overline{N}=f(\bar{x},\bar{y},\cdots). \tag{1-3-1}$$

经理论推导，间接测量量 N 的标准误差 σ_N 为

$$\sigma_N=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2\sigma_x^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\sigma_y^2+\cdots}\ . \tag{1-3-2}$$

式(1-3-2)称为标准误差传递公式. 该式不仅可以用来计算间接测量量 N 的标准误差，而且还可以用来分析各直接测量量的误差对最后结果误差的影响大小，从而为改进实验指明了努力的方向. 在设计某项实验时，还能为合理地组织实验，合理地选择仪器提供必要的依据.

为使用方便，表 1-3-1 列出了常用函数的标准误差传递公式，以供查找.

表 1-3-1　　常用函数的标准误差传递公式

函数式	标准误差传递公式
$N=x+y$	$\sigma_N=\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2}$
$N=x-y$	$\sigma_N=\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2}$
$N=kx$	$\sigma_N=k\sigma_x$，　$\frac{\sigma_N}{N}=\frac{\sigma_x}{x}$
$N=\sqrt[k]{x}$	$\frac{\sigma_N}{N}=\frac{1}{k}\cdot\frac{\sigma_x}{x}$
$N=xy$	$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2+\left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
$N=\frac{x}{y}$	$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2+\left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
$N=\frac{x^k y^m}{z^n}$	$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{k^2\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2+m^2\left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2+n^2\left(\frac{\sigma_z}{z}\right)^2}$
$N=\sin x$	$\sigma_N=\lvert\cos x\rvert\sigma_x$
$N=\ln x$	$\sigma_N=\frac{\sigma_x}{x}$