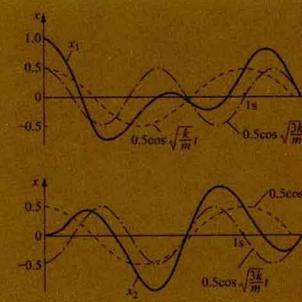
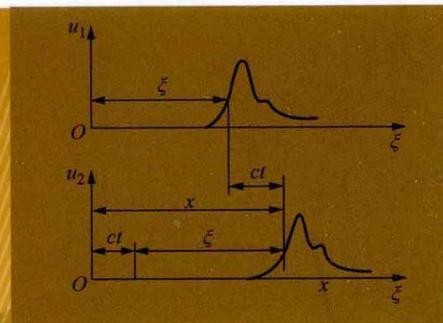


Engineering Vibration Analysis

# 工程振动分析基础

胡宗武 吴天行 编著



上海交通大学出版社  
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

# 工程振动分析基础

## (第三版)

胡宗武 吴天行 编著

上海交通大学出版社

## 内 容 提 要

本书讲述工程振动分析的基本理论和具体实例,可作为机械工程专业本科生教材。全书共分8章。第1章概论;第2章单自由度系统的自由振动;第3章单自由度系统的谐激励强迫振动;第4章瞬态振动;第5章随机振动;第6章多自由度系统:模态分析法;第7章多自由度系统:直接积分法;第8章连续系统。每章后面均附有精心编选的习题。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程振动分析基础/胡宗武,吴天行编著.—3 版.  
—上海:上海交通大学出版社,2011

ISBN 978-7-313-00188-7

I. 工... II. ①胡... ②吴... III. 工程力学—振动分析—高等学校—教材 IV. TB123

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 195718 号



(上海市番禺路 951 号 邮政编码 200030)

电话:64071208 出版人:韩建民

常熟市大宏印刷有限公司 印刷 全国新华书店经销

开本:787mm×960mm 1/16 印张:12.5 字数:233 千字

1985 年 4 月第 1 版 2011 年 3 月第 3 版 2011 年 3 月第 3 次印刷

印数:3030

ISBN 978-7-313-00188-7/TB 定价:25.00 元

# 前　　言

本人从 1980 年开始在上海交通大学机械工程系讲授《机械振动》课程。当时主要参考的是 Thomson 和 Meirovitch 的著作(见本书末参考文献[1]和[2])。我们发现这些巨著在分量和叙述方式上都不尽适合少学时(30~50 学时)的大学本科生的需要,因而试图博采国内外一些较好著作的合适内容,按我们认为较好的叙述方式,编写了《工程振动分析》讲义。后来编者将讲义整理,由上海交通大学出版社于 1985 年出版,这就是本书的第一版。

在编写中编者试图做到:既要包含现代工程振动分析的基本方法,但内容又不过多、过深;既要充分应用数学工具尤其现代计算数学这一有力工具,但又不花过多的篇幅去证明定理,去作繁琐的推导;要实用性,不要公理化;对于较难理解的概念和方法,采取从特殊到一般的原则,多举实例予以重点阐述。编者认为,这样可使初学者更易于理解理论,掌握计算方法。

在内容方面,本书重点放在单自由度和多自由度系统的确定性分析上。对连续系统的某些概念和解题方法也作了简明的阐述。随机振动分析在工程振动分析中很重要,第三版将其扩大为一章,力图对随机振动的最重要内容和解题方法,予以简要的说明,非线性振动则没有涉及。

编者利用再版之机,删去了一些次要内容或过于专门的专题,此外如特征性问题的算法,由于它已广泛普及且有许多现成的软件,因而也删去。另外,几个附录如线性代数和拉普拉斯变换介绍以及计算特征值的原程序等也删去,这样篇幅可以减少一些。考虑到直接积分法是一种很实用的振动计算法(尤其应用计算机求解时),因此把它单独作为一章。在初版编写中,严礼宏教授、严隽琪教授给予许多帮助,又承蒙任课老师吴振华教授、孙小明、徐榕副教授指出本书第一、二版的若干错误。在此特向他们表示感谢。

吴天行教授为本书第三版编写了“随机振动”一章,成为本书第三版的作者之一。

第三版也一定会存在疏漏与不足,祈请有识之士指正。

胡宗武  
2010 年 8 月

# 目 录

<b>1 概论</b>	1
1.1 振动研究的基本问题和内容	1
1.2 振动的运动学分析	2
1.3 振动分析的力学模型	5
1.4 用动能相等原理确定等效质量	10
1.5 等效刚度	14
1.6 SI 单位制	18
习题 1	19
<b>2 单自由度系统的自由振动</b>	21
2.1 导引	21
2.2 无阻尼自由振动的运动微分方程及其解	22
2.3 能量法	25
2.4 有阻尼的自由振动	28
2.5 对数衰减率	32
习题 2	34
<b>3 单自由度系统的谐激励强迫振动</b>	37
3.1 导引	37
3.2 简谐激励下的响应	38
3.3 复频响应、机械阻抗与传递函数	43
3.4 简谐激励振动理论的应用	45
3.5 任意周期激励的响应	56
3.6 阻尼	60
习题 3	63
<b>4 瞬态振动</b>	66
4.1 导引	66

4.2 两种常见施力函数的响应 .....	66
4.3 脉冲激励的响应 .....	70
4.4 任意激励的响应 .....	71
4.5 求非周期激励下响应的傅里叶积分法 .....	75
4.6 拉普拉斯变换法的应用 .....	78
4.7 响应谱 .....	84
习题 4 .....	85
<b>5 随机振动 .....</b>	<b>88</b>
5.1 随机变量与随机过程 .....	88
5.2 随机信号的相关分析和谱分析 .....	91
5.3 单自由度系统对随机激励的响应 .....	96
5.4 计算随机响应的数值方法 .....	101
习题 5 .....	106
<b>6 多自由度系统:模态分析法 .....</b>	<b>108</b>
6.1 导引 .....	108
6.2 二自由度系统的自由振动 .....	109
6.3 二自由度系统对简谐激励的响应 .....	112
6.4 阻尼二自由度系统的谐迫振动 .....	115
6.5 阻尼吸振器原理 .....	117
6.6 系统的主振型 .....	119
6.7 广义坐标和坐标耦合 .....	121
6.8 解耦与主坐标 .....	122
6.9 多自由度系统运动方程:刚度矩阵表示法 .....	127
6.10 多自由度系统运动方程:柔度系数法 .....	129
6.11 拉格朗日方程及其应用 .....	132
6.12 振型向量正交性 .....	139
6.13 特征值和特征向量问题 .....	145
6.14 多自由度系统中的阻尼 .....	147
6.15 模态分析法(振型叠加法) .....	148
6.16 计算固有频率的近似法 .....	153
习题 6 .....	156

---

<b>7 多自由度系统:直接积分法</b>	161
7.1 数值方法的类型和特点	161
7.2 中心差分法	162
7.3 线加速度法	164
7.4 Wilson-θ 法	165
7.5 非线性振动分析的直接积分法	169
习题 7	170
<b>8 连续系统</b>	171
8.1 导引	171
8.2 波动方程	171
8.3 梁的横向振动	180
8.4 梁横向振动的振型叠加法	185
习题 8	189
<b>附录 用于均方响应计算的积分</b>	191
<b>参考文献</b>	192

# 1 概 论

## 1.1 振动研究的基本问题和内容

振荡(oscillation)一词从广义上说是泛指自然界中某种物理状态随时间发生的反复变化;如再缩小些范围,可以指物体随时间而作的反复运动。本教材着重研究机器或结构在静平衡位置附近的微小运动,这种反复运动通常称为振动(vibration)。

总的说来许多振荡现象是造福人类的,如光和电磁波的激发、乐器的发声以及振动机器的利用等。但是,对于多数机器和结构来说,振动却带来某些不良的影响。由于振动,降低了机器的动态精度和其他使用性能,如机床振动会降低工件的加工精度;军械振动将影响瞄准;起重机振动使装卸发生困难,等等。为了解决这些问题,要么需提高机器本身的制造精度,要么需设置专门的装置或引入复杂的控制系统。由于振动,机器在使用中往往产生巨大的反复变动的载荷,这将导致机器使用寿命的降低,甚至酿成灾难性的破坏事故。如大桥因共振而毁坏,烟囱因风振而倒塌,飞机因颤振而坠落等等,虽属罕见,但文献也时有记载。为了防止这类事故的发生,若不对造成事故的原因作正确的分析和研究,设计人员往往就加大结构断面尺寸,从而导致机器的重量增加和材料的浪费。此外,由于振动而产生的环境噪声日益形成令人厌恶的公害,对于机器的操作人员,危害尤其直接。根据生物工程的研究,人体各器官对于 $1\sim20\text{Hz}$ 的低频振动特别感到不适,而高频振动也会使人感到烦躁、厌倦和疲劳。由此可见,振动的研究对机器的使用和设计都具有极其重要的实际意义。随着机器的速度、运动重量及复杂程度的不断增加,这种研究的迫切性也大大增长了。

振动研究的总目标,是探究这些振动产生的原因和它的运动规律,振动对机器及人体的影响,寻求控制和消除振动的方法。具体的说,大体上有如下几个方面:

- (1) 确定系统的固有频率,预防共振的发生。
- (2) 计算系统的动力响应,以确定机器受到的动载荷或振动的能量水平。
- (3) 研究平衡、隔振和消振方法,以消除振动的影响。
- (4) 研究自激振动及其他不稳定振动产生的原因,以便有效地控制。
- (5) 进行振动检测,分析事故原因及控制环境噪声。

(6) 振动技术的利用。

这是一个不很完全的清单,其中最后两项与别的学科有关,而且诸如噪声及振动控制等重要问题已发展成为独立的学科。本书是振动分析基础教程,着重讨论前面两类问题。

在振动研究中,通常把所研究的对象(如一台机器)称为系统(system);把外界对系统的作用或机器运动产生的力称为激励(excitation)或输入(input);把机器或结构在激励作用下产生的动态行为称为响应(response)或输出(output)。振动分析就是研究这三者间的相互关系。若输出对输入有反作用的影响就称为反馈(feedback),这样的系统称为反馈系统。从计算分析观点,知道其中两者就可得第三者。从这个意义上说,工程振动分析所要解决的问题又可归纳为下列几类:

#### 1) 响应分析

这是在已知系统参数和外激励的情况下求系统响应的问题,包括位移、速度、加速度和力的响应。这为计算机或结构的强度、刚度、允许的振动能量水平提供了根据。

#### 2) 系统设计

这是在已知系统激励的情况下设计合理的系统参数,以满足对动态响应或其他输出的要求。对于一个良好机器的设计,这个问题更为重要,然而它也有赖于前一问题的解决。在实际工作中,这两个问题是交替进行分析的。

#### 3) 系统识别

这是在已知输入及输出的情况下求系统的参数,以便了解系统的特性。在目前现代化测试手段已十分完善的情况下,这一研究十分有效。

#### 4) 环境预测

这是在已知系统的输入及系统参数的情况下确定系统的输入,以判别系统的环境特性。

与其他工程应用学科一样,解决振动问题的途径或者说研究方法,不外乎是理论分析和试验研究两个方面。随着电子计算机的日益发展和普及,振动问题的数值计算可以解决规模很大(自由度很高)的问题并可达到很高的精度。同时由于电子测试仪器的发展和完善化,振动试验已发展成为一种独立的解决问题的手段。这两者互为补充并相互促进,为解决复杂的工程振动问题创造了极为有利的条件。

## 1.2 振动的运动学分析

振动是位移、速度或加速度在平衡位置附近随时间变化的过程,通常可以归纳成3种类型:周期振动、瞬态振动和随机振动。图1-1给出了这三种振动随时间变

化的图形。周期振动通常与机器的稳态运行有关,因为机器稳态运行时转速是一定的,所以引起的振动是周期性的。瞬态振动通常发生在机器的启停阶段,或者在结构受冲击力作用时。其特点是一旦激励力消失,振动能量将不断地消耗,最终衰减为零。随机振动是系统在随机激励作用下产生的振动,例如在风载荷、海浪作用下工程结构产生的振动,或者车辆驶过不平路面时发生的振动。其特点是运动过程无法用确定性函数表示,但是服从一定的统计规律。

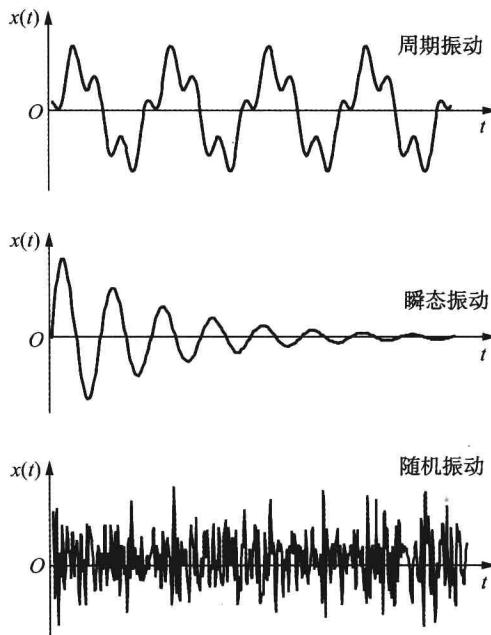


图 1-1 三种类型的振动

最基本的周期振动是简谐运动,可以用简谐函数表示

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (1-1)$$

式中,  $A$  为振幅,  $\omega$  为圆频率,  $\varphi$  为初相位, 它们是简谐运动的三要素。圆频率  $\omega$  的单位是 rad/s, 表示单位时间内变化的弧度。还有一个常用的频率单位是 Hz, 代表单位时间内变化的次数, 用  $f$  表示。例如交流电的频率是 50Hz。圆频率  $\omega$  与频率  $f$  的关系为  $\omega = 2\pi f$ 。

简谐运动也可以用旋转矢量表示,这是一种比较直观的方法,如图 1-2 所示。图中模为  $A$  的矢量以角速度  $\omega$  绕  $O$  点逆时针旋转,其端点在  $x$  轴上的投影便是式(1-1)表示的简谐运动。旋转矢量的模等于振幅  $A$ , 角速度  $\omega$  等于圆频率, 其初始位置与水平轴的夹角  $\varphi$  就是简谐运动的初相位。

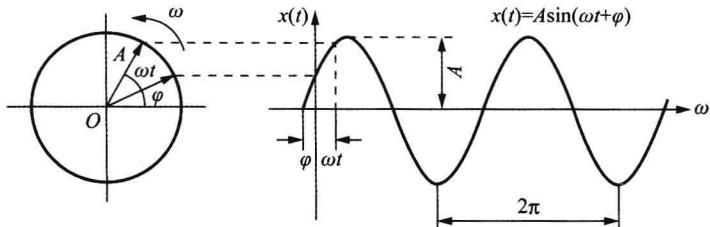


图 1-2 简谐运动的旋转矢量表示法

假定式(1-1)表示的是振动位移,对其求一次导数便得到振动速度

$$\dot{x}(t) = \omega A \cos(\omega t + \varphi) = \omega A \sin(\omega t + \varphi + \pi/2) \quad (1-2)$$

可见简谐运动的速度振幅为  $\omega A$ ,是位移振幅  $A$  的  $\omega$  倍,并且在相位上比位移超前  $\pi/2$ 。对式(1-2)求导就得到振动加速度

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x(t) \quad (1-3)$$

简谐运动的加速度相位比速度超前  $\pi/2$ ,因而与位移反相。加速度振幅  $\omega^2 A$  是速度振幅的  $\omega$  倍,位移振幅的  $\omega^2$  倍。简谐运动位移、速度和加速度之间的关系是简谐运动的重要性质。

简谐运动还可以用指数形式的复数来表示,这将给分析计算带来很多便利,如

$$x(t) = A e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (1-4)$$

复数表达式  $A e^{i(\omega t + \varphi)} = A [\cos(\omega t + \varphi) + i \sin(\omega t + \varphi)]$  在数学上由实部和虚部两部分组成,两者都代表简谐运动(相位差为  $\pi/2$ )。但在应用时可以将  $A e^{i(\omega t + \varphi)}$  当做整体对待,用不着区分实部和虚部。这是因为式(1-4)完整地反映了简谐运动的性质,如振幅  $A$ ,圆频率  $\omega$  和初相位  $\varphi$ ,其运算规则也与式(1-1)完全相同,但更加简便。例如,对式(1-4)分别求一次和两次导数可得

$$\dot{x}(t) = i \omega A e^{i(\omega t + \varphi)} = i \omega x(t), \quad \ddot{x}(t) = -\omega^2 A e^{i(\omega t + \varphi)} = -\omega^2 x(t)$$

式中,  $i$  是单位虚部。一个复数被  $i$  相乘一次则相位前移  $\pi/2$ ,但是模不会改变。可见用指数形式的复数和用正弦函数表达的简谐运动性质完全相同,但指数函数的求导比三角函数简单得多。

两个同频率的简谐运动相加,从旋转矢量表示的简谐运动可知,它们的角速度(即圆频率)相同,所以两个旋转矢量的相对位置即它们的夹角保持不变,因此合成后仍是同频率的简谐运动。设这两个简谐运动为

$$x_1(t) = A_1 e^{i(\omega t + \varphi_1)} \quad (1-5)$$

$$x_2(t) = A_2 e^{i(\omega t + \varphi_2)} \quad (1-6)$$

合成后的结果为

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (1-7a)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad (1-7b)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (1-7c)$$

两个频率不同的简谐运动相加一般不再是简谐运动,但两个频率相近的简谐运动合成以后会形成一种特殊的振动,称之为拍振动。设两个频率相近的简谐运动分别为

$$x_1 = x_0 \sin \omega_1 t \quad (1-8a)$$

$$x_2 = x_0 \sin \omega_2 t \quad (1-8b)$$

合成以后便得

$$x = x_1 + x_2 = 2x_0 \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \cos \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \quad (1-9)$$

设  $\omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega$  和  $(\omega_1 + \omega_2)/2 = \omega$ , 式(1-9)可写成

$$x = 2x_0 \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \cos \omega t \quad (1-10)$$

从式(1-10)可以看到,由于两个简谐运动的频率很接近,故频率差  $\Delta\omega$  比平均频率  $\omega$  小很多,因此式(1-10)可以看成是频率为  $\omega$ 、振幅按  $\cos(\Delta\omega/2)$  慢变的简谐运动。因为频率为  $\omega$  的简谐运动的振幅受到  $\cos(\Delta\omega/2)$  的调制,于是就形成了拍振动,拍的频率为  $\Delta\omega$ 。图 1-3 给出了两个频率为  $f_1 = 195\text{Hz}$  和  $f_2 = 205\text{Hz}$  的简谐运动合成实例,结果形成频率为  $200\text{Hz}$ 、拍频为  $10\text{Hz}$  的拍振动。

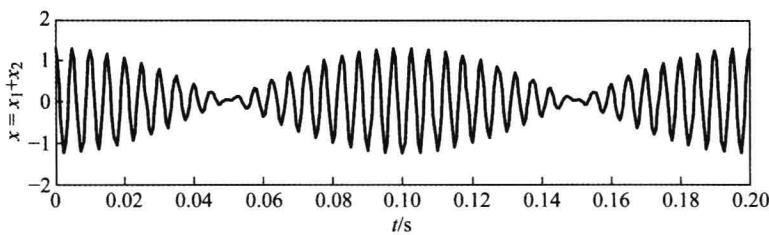


图 1-3  $f_1 = 195\text{Hz}$  和  $f_2 = 205\text{Hz}$  两个简谐运动的合成结果

### 1.3 振动分析的力学模型

从振动分析观点看,即使是一台很简单的机器,其系统也是很复杂的。一般所使用的方法是质点动力学的方法。一个很简单的机器元件也具有无限多的质点。因此振动分析的第一步,也是很关键的一步,就是把所研究的对象以及外界对它的作用简化为一个力学模型。这个力学模型不仅要简单,而且在动态特性方面应与

原来的研究对象等效。关于如何从实际的机器建立起一个力学模型的问题比较复杂,这里只作概略的叙述。

我们知道,一台机器或结构之所以会产生振动是因为它本身具有质量和弹性。阻尼则使振动受到抑制。从能量关系看,质量可储存动能,弹性可储存势能,而阻尼则消耗能量。当外界对系统作功时,系统质量就吸收动能因而就具有运动速度,弹簧就储存变形能因而就具有使质量恢复原来状态的能力。这样,能量不断地变换就导致系统质量的反复运动。如果没有外界源源不断地输入能量,那么由于阻尼的消耗,振动现象将逐渐停息。由此可见,质量、弹性和阻尼是振动系统力学模型的三要素。此外,质量离开平衡位置时具有位能(在重力场中),因此也具有恢复力,如单摆,可以把这种情况看作为具有等效弹簧的系统。

前面已讲过,实际机器或结构元件的质量是分布的,弹性也是如此。这种分布参数系统(或称为连续系统)的振动分析工具是偏微分方程,而偏微分方程只有几种特殊情况才能得到闭合解。因此能按解析法求分布参数系统问题的例子不多,我们将在本教程的最后一章来处理这类问题。在其他各章讨论的都是离散系统。所谓离散系统,就是将实际上是分布参数的系统经过简化,把它简化成具有若干集中质量并由相应的弹簧和阻尼器联结在一起的系统。本节仅讨论这种系统的力学模型。根据所研究系统的特点及所研究问题的要求,离散系统所具有的质量个数可以不同。若实际的机器或结构可以简化为一个质量、一个弹簧及一个阻尼器组成,而且质量在空间的位置可以用一个坐标就可以完全地描述,通常就把这样的系统称为单自由度系统。若系统的质量在空间的位置必须由多个独立的坐标才能完全地描述,则是多自由度系统。质量的个数一般等于或少于系统的自由度数,因为一个质点如无约束,在空间具有三个独立的运动,而一个刚体在空间则有六个独立运动。没有阻尼器的系统称为无阻尼系统。下面将弹簧、阻尼器和质量的特性予以说明。

### 1) 弹簧

这是表示力与位移关系的元件。在力学模型中它被抽象为无质量并具有线性弹性的元件。这就是说,若它的一端受一作用力  $F_s$ ,则它的另一端必产生一大小与  $F_s$  相等,方向与之相反的力,力的大小与弹簧两端点的相对位移成正比:

$$F_s = k(x_2 - x_1) \quad (1-11)$$

式中,  $k$  为比例常数,通常称为弹簧常数或刚度;  $x_1$ 、 $x_2$  是弹簧两端点的位移。式(1-11)表示的是直线位移的弹簧,它相当于质量的直线位移。在机器传动机构的扭转振动系统中,质量作扭转运动,这种情况下用扭转弹簧。扭转弹簧常数(刚度)用符号  $k_t$  表示。扭转弹簧产生的广义力是扭矩,位移是角度;作这样的改变之后也可以得到与式(1-11)类似的关系。

## 2) 阻尼器

这是表示力与速度关系的元件。在力学模型中它被抽象为无质量而且具有线性阻尼系数的元件,若它的一端受一  $F_d$  力的作用,则它的另一端必产生一大小相等方向相反的力。这个力称为阻尼力,其大小与阻尼器两端的相对速度成正比:

$$F_d = c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \quad (1-12)$$

式中,  $c$  为比例常数, 称为阻尼系数;  $\dot{x}_2, \dot{x}_1$  分别为阻尼器两端的速度。根据式(1-12), 阻尼力  $F_d$  与相对速度的一次方成正比, 黏性阻尼具有这种关系, 系数  $c$  又称为黏性阻尼系数。以后将会看到, 由于引用了这种线性阻尼, 在数学解题上带来了很大的方便。

## 3) 质量

这是表示力和加速度关系的元件。在力学模型中它被抽象为绝对不变形的刚体。若对质量施加一作用力  $F_m$ , 质量就会产生一个与  $F_m$  相同方向的加速度  $\ddot{x}$ , 对于直线的平移运动, 力与加速度的关系为:

$$F_m = m\ddot{x} \quad (1-13)$$

式中,  $m$  是比例常数, 它是刚体所具有的惯性的一种度量, 称为质量。对于扭转振动系统, 广义力为扭矩, 广义加速度为角加速度, 相应于式(1-13)的比例常数为刚体绕其旋转中心的转动惯量, 通常以  $J$  标记。

在国际单位制(SI)中, 质量的单位为千克(kg); 转动惯量的单位为千克·米<sup>2</sup>(kg·m<sup>2</sup>); 力的单位为牛顿(N); 位移的单位为米(m); 扭矩的单位为牛顿·米(N·m); 速度的单位为米/秒(m/s); 直线弹簧刚度的单位为牛顿/米(N/m); 扭转弹簧刚度的单位为牛顿·米/弧度(N·m/rad)。据此可导出阻尼系数  $c$  的单位为牛顿·秒/米(N·s/m)。

图 1-4 表示有阻尼的单自由度系统的力学模型, 它表示了力学模型中三个元

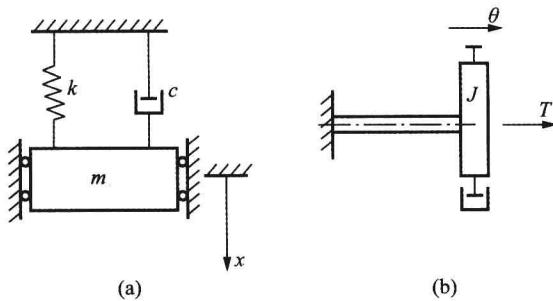


图 1-4 单自由度系统力学模型

件的最通用的画法。图 1-4(a)是有阻尼单自由度平移系统力学模型的典型画法；图 1-4(b)是无阻尼单自由度扭转系统力学模型的画法。在本教程中扭转系统的转动惯量用圆盘表示；扭转弹簧用细轴表示。在力学模型中应标上表示质量在空间位置的独立坐标。如有外激励的话，也应标上并规定正方向的箭头。为了简化，图 1-4(a)中的滚轮和导轨常被略去。

平移系统和扭转系统在力学上是等效的，在一种系统中讨论的原理与方法原则上适合另一系统。

前面提到，要从实际的机器抽象出力学模型是一个复杂的工作，它要求对所研究的对象及所分析的问题本身有比较透彻的了解。图 1-5 列举了数例，这里略加说明。

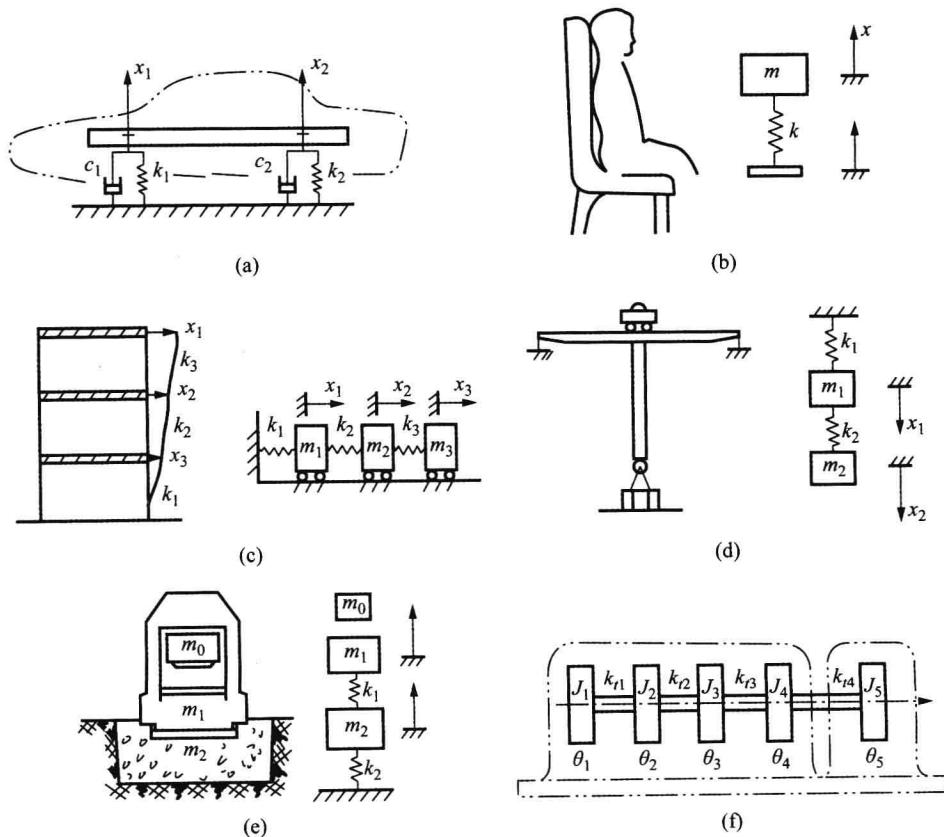


图 1-5 不同类型的实际机器和结构的力学模型

### 1) 汽车车身振动

图 1-5(a)假想线表示的是一辆汽车。若研究的问题是汽车沿道路行驶时车身的振动，则可简化成图中实线所示的刚性杆的平面运动，于是它被简化为二自由度系统，其中弹簧常数就是轮胎及其悬挂系统的刚度的串联。车身的惯性简化为平移质量  $m$  和绕质心的转动惯量  $J$ 。若研究的仍是汽车，但研究的问题是轴系的扭转振动，那力学模型就完全不同了。

### 2) 人体受基础激励的振动

图 1-5(b)(引自参考文献[4])表示宇航员在座椅上的情况，它可简化成右侧的单自由度系统，其中  $m$  是人头部的质量，假定为  $5.44\text{kg}$ ， $k$  是人体脊柱的刚度，约为  $21.89\text{N/mm}$ 。若测得座椅的加速度  $\ddot{u}$ ，即可解得人头部受到的尖峰响应。

### 3) 结构物的水平振动

图 1-5(c)是一座三层楼房的简图。若地面受到地震的水平方向激励，则楼房将产生水平方向振动。通常可略去柱子及墙壁的质量而把它们看成有弹性的构件；相反楼板可看作具有质量的绝对刚体，于是就成为具有刚性横向肢的三层框架，它可简化成右侧所示的三质量的弹簧系统。这是房屋结构承受地震水平激励的典型的力学模型。

### 4) 起重机突然起吊载荷时的振动

图 1-5(d)表示一桥式起重机在起吊物品时的情况。若研究突然起吊物品时绳索及桥架结构中的动力响应，则可简化成右侧所示的二质量二弹簧系统，其中  $m_1$  是小车质量加桥架质量的一半， $m_2$  是物品的质量； $k_1$  是桥架跨中的刚度， $k_2$  是钢绳的刚度。

### 5) 机器的隔振

图 1-5(e)表示一台机械装置通过基座用弹簧隔振装置支承在地基上。当设计隔振装置，计算机构装置的振动传给地基的力时可简化成右侧所示的力学模型，这是二自由度的隔振模型。

### 6) 柴油发电机扭转振动

图 1-5(f)表示一台四缸柴油机直接与发电机连接的动力装置。现在所要研究的是柴油机活塞、连杆、曲轴及联轴器、发电机转子等组成的轴系扭转振动。力学模型由 5 个圆盘及无质量弹性轴组成，如图 1-5(f)的实线所示。其中  $J_1 \sim J_4$  表示四个活塞带曲轴的实际转动惯量， $J_5$  是发电机转子的转动惯量， $k_{t1} \sim k_{t4}$  分别表示相应连接轴的扭转刚度。

通过以上几个典型的实际机器和结构按所研究的问题性质而简化的力学模型，可以了解到关于建立力学模型的一些方法。下一节将举一些实例说明简化方

法。但是本教程的重点是讲授振动分析的基本方法，分析是在已知力学模型的情况下进行的。关于各种专业机器和结构的力学模型的建立方法将是各专业课程的任务。

最后还有一点需要说明，就是前面讲的力学模型仅包含弹簧、阻尼器和质量三个要素。但对于某些机器和结构，为了更清楚地说明系统运动特性，常要引入若干辅助的元件，主要是无质量的刚杆系和滑轮。图 1-6 表示的两个力学模型分别表示具有这两个辅助元件的系统。

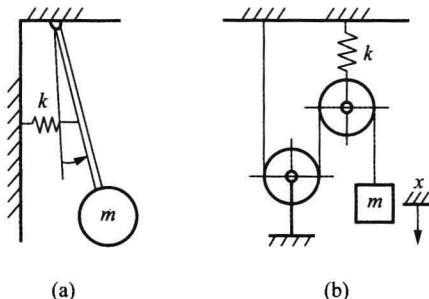


图 1-6 带有刚杆及滑轮的系统

## 1.4 用动能相等原理确定等效质量

上一节已简单地叙述了如何将一台复杂的机器简化成易于计算的力学模型。现在来叙述如何确定简化系统的等效质量。一台设备或机器通常分为机械传动件和支承结构件两大类。现分述如下。

### 1.4.1 结构件

在图 1-5 的示例中可看到两种情况，一种如图 1-5(a)，把汽车车身简化为一具有质量和转动惯量的无弹性的刚性杆，其质量即为汽车车身的总质量，转动惯量为汽车各部分质量对摆动中心的质量惯矩之和。另一种情况如图 1-5(d)所示的桥式起重机的桥梁。这是具有均布质量的弹性简支梁。为了研究起重机起吊时的振动，正如该图所示，把小车和吊重布置在桥架跨度的中部，并把桥架的匀布质量  $\bar{m}$ （单位长度质量）简化成在跨中的点质量  $m_{eq}$ 。所谓点质量是指它具有质量而无转动惯量，而且在本种情况下，它只有上下运动的自由度。现在就来讨论这类结构件的等效质量的计算方法。在这里要应用动能相等原理，即等效质量在简化系统中运动的动能应等于原系统由均布质量产生的总动能。