



中等职业学校教材

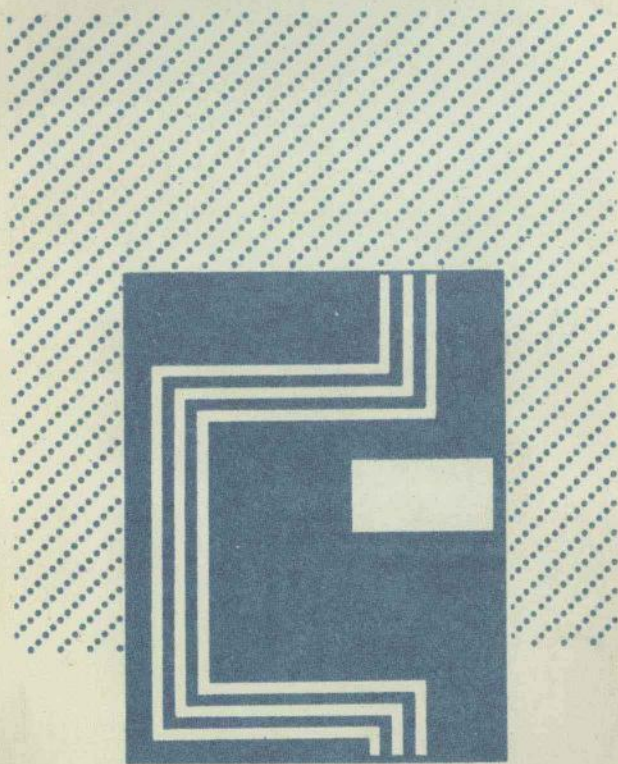
00102

数 学

第一册

湖南省中等职业教育教材编审委员会编审

湖南教育出版社



中等职业学校教材

数 学 第一册

湖南省中等职业教育教材编审委员会编

湖南教育出版社

内 容 提 要

这套教材共分四册。第一册为集合与函数,方程与不等式,幂函数、指数函数与对数函数,平面向量,三角函数;第二册为复数,空间、平面和直线,平面解析几何,空间解析几何,多面体与旋转体;第三册为数列与数学归纳法,排列组合与二项式定理,概率初步,统计初步,布尔代数;第四册为微分学初步,积分学初步,行列式与线性方程组,矩阵初步。

这套书为湖南省职业中专、职业高中和电视中专的试用教材,也可以作为职工中专、农民中专或者普通中专的教材或参考书。

目 录

第一章 集合与函数	(1)
第一节 集合与简易逻辑	(1)
一 集合的概念	(1)
二 集合的运算	(5)
三 简易逻辑	(14)
第二节 函数	(27)
一 函数的概念	(27)
二 函数的单调性和奇偶性	(35)
三 二次函数	(39)
四 列函数关系式	(43)
第三节 多项式	(47)
一 多项式及其运算	(47)
二 余数定理	(51)
三 二次多项式	(54)
第二章 方程与不等式	(60)
第一节 二次方程及其解法	(60)
一 一元二次方程的解法	(60)
二 简单的二元二次方程组的解法	(63)
第二节 不等式	(66)
一 不等式的性质	(66)
二 不等式的证明	(69)

三 均值定理	(73)
第三节 一元二次不等式和含有绝对值的不等式的解法	(75)
一 一元二次不等式及其解法	(75)
二 含有绝对值的不等式的解法	(81)
第三章 幂函数 指数函数 对数函数	(87)
第一节 指数与对数	(87)
一 指数	(87)
二 对数	(90)
第二节 幂函数	(103)
一 反函数	(103)
二 幂函数的定义	(107)
三 幂函数的图象和性质	(109)
第三节 指数函数	(113)
一 指数函数的定义	(113)
二 指数函数的图象和性质	(114)
第四节 对数函数	(119)
一 对数函数的定义	(119)
二 对数函数的图象和性质	(119)
第五节 简单的指数方程和对数方程	(123)
一 简单的指数方程	(123)
二 简单的对数方程	(126)
第四章 平面向量	(133)
第一节 向量	(133)
一 向量的意义	(133)
二 向量的加法和减法	(136)
三 数与向量的乘积	(140)
四 向量的内积	(143)
五 向量的平行	(147)

六 轴上向量及其坐标运算	(149)
第二节 向量的直角坐标	(152)
一 向量在轴上的投影	(152)
二 向量的直角坐标	(155)
三 向量的直角坐标运算	(159)
四 坐标轴的平移	(162)
五 两点距离公式	(165)
六 线段的定比分点公式	(168)
第五章 三角函数	(173)
第一节 任意角的三角函数	(173)
一 角概念的推广 弧度制	(173)
二 任意角的三角函数	(178)
三 同角三角函数的基本关系式	(183)
第二节 三角函数的诱导公式	(186)
一 $-\alpha$ 和 $(2\pi-\alpha)$ 角的三角函数	(186)
二 $(\pi-\alpha)$ 和 $(\pi+\alpha)$ 角的三角函数	(189)
三 已知三角函数值求角	(192)
第三节 和角与倍角的三角函数	(194)
一 两角和与两角差的三角函数	(194)
二 倍角与半角的正弦、余弦和正切	(199)
第四节 三角函数的图象和性质	(202)
一 正弦、余弦函数的图象和性质	(202)
二 正切、余切函数的图象与性质	(210)
三 正弦型曲线	(214)
*第五节 反三角函数	(217)
一 反正弦函数	(217)
二 反余弦函数	(221)
三 反正切和反余切函数	(224)
第六节 解斜三角形	(227)

一 正弦定理和余弦定理.....	(227)
二 解斜三角形	(230)
编后记	(236)

第一章 集合与函数

第一节 集合与简易逻辑

一 集合的概念

1. 集合的意义

在初中数学中,我们已接触过一些集合的例子,为了理解集合这个概念,先考察下面几组对象:

- (1) 1, 2, 3, 4, 5;
- (2) 到一条线段两端距离相等的所有的点;
- (3) 所有的等边三角形;
- (4) 某班的全体学生;
- (5) 某图书馆的全部图书.

它们分别是由一些数、一些点、一些图形、一些人、一些图书组成的,这种具有某种特定性质的一组对象组成的整体形成一个**集合**,简称**集**. 集合里的各个对象叫做这个集合的**元素**. 例如, (1)是由数 1, 2, 3, 4, 5 组成的集合,其中每个数字都是这个集合

的元素.

前面(1)、(4)、(5)这三个集体都只含有有限个元素,它们都是**有限集**; (2)、(3)这两个集合都含有无限多个元素,它们都是**无限集**.

2. 集合的表示法

我们常用大写的拉丁字母 A, B, C 等作为某个集合的记号,用小写的拉丁字母 a, b, c 等作为集合的某个元素的记号. 如果元素 a 是集合 A 的元素,就说 a **属于** 集合 A , 记作 $a \in A$; 如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a **不属于** A , 记作 $a \notin A$ (或 $a \bar{\in} A$). 例如, 设 B 是由 1, 3, 5 组成的集合, 则 5 属于 B , 记作 $5 \in B$, 4 不属于 B , 记作 $4 \notin B$.

为了使用方便, 一般规定几个常用数集的特殊记号:

全体自然数组成的集合通常简称**自然数集**, 记作 N ;

全体整数组成的集合通常简称**整数集**, 记作 Z ;

全体有理数组成的集合通常简称**有理数集**, 记作 Q ;

全体实数组成的集合通常简称**实数集**, 记作 R .

有时我们还用 Q^+ 表示正有理数集, 用 R^- 表示负实数集, 等等.

除了这些特殊记号以, 当需要明确一个集合的具体对象时, 常用列举法和描述法来表示这个集合.

(1) 列举法 由 1, 2, 3, 4, 5 组成的集合, 我们常表示为

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

这种把集合的元素一一列举出来(不必考虑元素之间的顺序), 写在大括号内表示集合的方法叫做**列举法**.

(2) 描述法 由方程 $x^2 - 5x - 6 = 0$ 的所有解组成的集合, 我们常表示为

$$\{x | x^2 - 5x - 6 = 0\}.$$

这种把集合中的元素所具有特定性质描述出来,写在大括号内表示集合的方法叫做**描述法**.在大括号内,竖线左边的部分表示这个集合的元素的一般形式,竖线右边的部分表示这个集合的元素具有的特定性质.在上述集合中,方程 $x^2-5x-6=0$ 的解是 -1 和 6 ,所以 $-1, 6$ 是这个集合的元素;而 $1, 2$ 不是这个方程的解,所以 $1, 2$ 不是这个集合的元素.

例如,由所有正偶数组成的集合,可表示为

$$\{x|x=2n, \text{ 且 } n \in N\}.$$

由二次函数 $y=x^2+1$ 的图象上所有点的坐标组成的集合,可表示为

$$\{(x,y)|y=x^2+1\}.$$

在不引起混淆的情况下,用描述法表示集合时也可以省去竖线及其左边的部分.例如,由所有等边三角形组成的集合,可表示为

$$\{\text{等边三角形}\};$$

由所有小于 6 的正整数组成的集合,可表示为

$$\{\text{小于 } 6 \text{ 的正整数}\}.$$

【例题 1】 写出下列集合的全部元素:

(1) 集合 $\{x|x^2-1=0\}$;

(2) 集合 $\{a|a \in N, \text{ 且 } a \text{ 是 } 15 \text{ 的因数}\}.$

解 (1) 因为方程 $x^2-1=0$ 的解是 1 和 -1 ,所以该集合的全部元素是 1 和 -1 .

(2) 因为 $a \in N$, 又是 15 的因数,而 15 可分解为 $1 \times 15, 3 \times 5$, 所以满足这个条件的数为 $1, 3, 5, 15$, 即该集合的全部元素是 $1, 3, 5, 15$.

【例题 2】 用描述法表示下列集合:

(1) $\{1, 3, 5, 7\}$;

(2) $\{3, 6, 9, 12, 15\}$.

解 (1) 1, 3, 5, 7 是连续的奇数, 用描述法可表示为

$$\{2n-1 | n \in N, \text{且 } n \leq 4\}.$$

(2) 3, 6, 9, 12, 15 都是 3 的倍数, 用描述法可表示为

$$\{3n | n \in N, \text{且 } n \leq 5\}.$$

练 习 一

1. 在___处填上符号 $\in$ 或 $\notin$:

$$1 \text{ ___ } N, 0 \text{ ___ } N, -3 \text{ ___ } N, 0.5 \text{ ___ } N, \sqrt{2} \text{ ___ } N;$$

$$1 \text{ ___ } N^-, 0 \text{ ___ } Z, -3 \text{ ___ } Z^+, 0.5 \text{ ___ } Z; \sqrt{2} \text{ ___ } Z;$$

$$1 \text{ ___ } Q, 0 \text{ ___ } Q^+, -3 \text{ ___ } Q, 0.5 \text{ ___ } Q, \sqrt{2} \text{ ___ } Q^-;$$

$$1 \text{ ___ } R^-, 0 \text{ ___ } R^+, -3 \text{ ___ } R, 0.5 \text{ ___ } R, \sqrt{2} \text{ ___ } R.$$

2. 设 A 是由方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的根组成的集合, 试问: 1, 2, 3, 4, 5 中哪些是 A 的元素, 哪些不是 A 的元素? 用记号 $\in$ 或 $\notin$ 表示出来.

3. 试分别举出一个有限集的例子, 一个无限集的例子.

4. 用适当方法表示下列每个集合, 并指出它是有限集还是无限集.

(1) 一年中有 31 天的月份的集合;

(2) 方程 $x^2 + 5x + 6 = 0$ 的解的集合;

(3) 大于 3 且小于 15 的所有 3 的倍数的集合;

(4) 正的偶数集合;

(5) 不等式 $x-1 > 2$ 的所有整数解的集合.

5. 把下列集合用另一方式表示出来:

$$(1) \{2, 4, 6, 8, 10\};$$

$$(2) \{(x, y) | x, y \in N, \text{且 } x + y = 4\}.$$

二 集合的运算

1. 集合的包含与相等

考察下面两个集合

$$A: \{a, e, i, o, u\}$$

$$B: \{26 \text{ 个小写英文字母}\}.$$

可知,集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素.

对于两个集合 A 和 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 叫做集合 B 的**子集**,记作

$$A \subseteq B (\text{或 } B \supseteq A).$$

读作“ A 包含于 B ”(或“ B 包含 A ”). 例如

$$N \subseteq Z, N \subseteq Q, R \supseteq Z, R \supseteq Q.$$

当 A 不是 B 的子集时,我们可以记作

$$A \not\subseteq B (\text{或 } B \not\supseteq A).$$

读作“ A 不包含于 B ”(或“ B 不包含 A ”).

对于任何一个集合 A ,因为它的任何一个元素都属于集合 A 本身,所以

$$A \subseteq A.$$

这就是说,任何一个集合是它本身的子集.

考察集合

$$\{x | x+1=x+3\}.$$

因为方程 $x+1=x+3$ 无解,所以这个集合中没有任何元素,这种不含任何元素的集合叫做**空集**,记作 $\emptyset$,例如 {小于零的正整数} 也是空集.

我们规定空集是任何集合的子集,也就是说,对于任何集合 A 有

$$\emptyset \subseteq A.$$

为了方便起见,我们还把至少含有一个元素的集合叫做**非空集**.

如果 A 是 B 的子集,并且 B 中至少有一个元素不属于 A ,那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**,记作

$$A \subset B (\text{或 } B \supset A).$$

例如,自然数集 N 是它本身的子集,但不是它的真子集,即 $N \subseteq N$,但 $N \not\subset N$. N 是实数集 R 的子集,也是 R 的真子集,即 $N \subset R$.

显然,空集是任何非空集的真子集.

集合 B 同它的真子集 A 之间的关系,常用图 1—1 形象地说明,其中 A, B 两个圈的内部分别表示集合 A, B . 这种表示集合以及集合之间关系的图叫做韦恩(Venn)图.

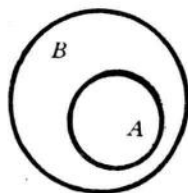


图 1—1

【例题 3】 写出集合 $\{a, b\}$ 的所有子集和真子集.

解 集合 $\{a, b\}$ 的所有子集是

$$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\};$$

所有真子集是

$$\emptyset, \{a\}, \{b\}$$

注意:这里 a 是集合 $\{a, b\}$ 的一个元素, $\{a\}$ 是 $\{a, b\}$ 的一个真子集,它是一个集合, a 与 $\{a\}$ 是不同的.

对于两个集合 A 和 B ,若 A, B 中的元素完全相同,我们就说这两个集合**相等**,记作

$$A = B.$$

读作“ A 等于 B ”,当 $A = B$ 时,有 $A \subseteq B$,同时 $B \subseteq A$.

例如, 设 $A = \{x | x^2 + 3x + 2 = 0\}$, $B = \{-1, -2\}$, 因为方程 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 的解是 -1 和 -2 , 所以有 $A = B$.

2. 交集

考察集合

$A = \{6 \text{ 的正约数}\}$, $B = \{10 \text{ 的正约数}\}$,

$C = \{6 \text{ 与 } 10 \text{ 的正公约数}\}$.

显然有 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 5, 10\}$, $C = \{1, 2\}$.

容易看出, 集合 C 是由集合 A 和集合 B 的公共元素组成.

一般地, 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A, B 的**交集**, 记作 $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”, 即

$$A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}.$$

这样, 6 与 10 的正公约数的集合, 可以从求 6 的正约数的集合与 10 的正约数的集合的交集得到, 即

$$\{1, 2, 3, 6\} \cap \{1, 2, 5, 10\} = \{1, 2\}.$$

图 1-2 中的阴影部分表示集合 A, B 的交集 $A \cap B$.

求交集的运算叫做**交运算**.

由交集的定义容易知道, 对于任意两个集合 A, B 有

$$A \cap B = B \cap A, A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset.$$

【例题 4】 设 $A = \{-3, -2, 0, 1, 3\}$, $B = \{0, -1, 2, 3\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{-3, -2, 0, 1, 3\} \cap \{0, -1, 2, 3\}$
 $= \{0, 3\}.$

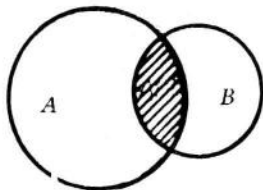


图 1-2

【例题 5】 设 $A = \{\text{等腰三角形}\}$, $B = \{\text{直角三角形}\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{\text{等腰三角形}\} \cap \{\text{直角三角形}\}$
 $= \{\text{有两边相等且有一角是直角的三角形}\}$
 $= \{\text{等腰直角三角形}\}.$

【例题 6】 设 $A = \{x | x > -2\}$, $B = \{x | x < 3\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{x | x > -2\} \cap \{x | x < 3\}$
 $= \{x | x > -2, \text{ 且 } x < 3\}$
 $= \{x | -2 < x < 3\}.$

在数轴上这个交集如图 1-3 所示.



图 1-3

【例题 7】 设 $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$,
 $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$. 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{(x, y) | 4x + y = 6\} \cap \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$
 $= \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} 4x + y = 6 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} \right\}$
 $= \{1, 2\}.$

练 习 二

1. 用适当的符号($\in$, $\notin$, $=$, $\subset$, $\supset$)填空:

- (1) a $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{a, b, c\}$; (2) d $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{a, b, c\}$;
 (3) $\{a\}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{a, b, c\}$; (4) $\{a, b\}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{b, a\}$;

(5) $0 \underline{\quad} \{0\}$; (6) $\{0\} \underline{\quad} \emptyset$;

(7) $\{3,5\} \underline{\quad} \{5,1,3\}$; (8) $a \underline{\quad} \{a\}$

2. 写出集合 $\{0,1,2\}$ 的所有子集及真子集.

3. 图中 A, B, C 表示集合, 说明它们两两之间有什么包含关系.

4. 用符号 $\subset, \supset, =$ 表示下列各题中集合 A, B 间的关系

(1) $A = \{x | x < 5, \text{ 且 } x \in \mathbb{N}\}$,

$B = \{x | x < 5, \text{ 且 } x \in \mathbb{Z}\}$;

(2) $A = \{x | x < 5, \text{ 且 } x \in \mathbb{Q}^+\}$,

$B = \{x | x < 5, \text{ 且 } x \in \mathbb{R}\}$;

(3) $A = \{(x, y) | x + y = 0, \text{ 且 } x \in \mathbb{Z}^+, \text{ 且 } x < 4, y \in \mathbb{Z}^-\}$,

$B = \{(1, -1), (2, -2), (3, -3)\}$;

(4) $A = \{\text{等腰三角形}\}$,

$B = \{\text{有一个角为 } 45^\circ \text{ 的直角三角形}\}$.

5. 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, 求 $A \cap B$.

6. 设 $A = \{x | x \in \mathbb{N}, \text{ 且 } x < 6\}$,

$B = \{x | x \in \mathbb{Z}, \text{ 且 } 3 < x < 8\}$.

(1) 求 $A \cap B$;

(2) 用符号 $\subseteq, \supset, \subset, \supset$ 填空.

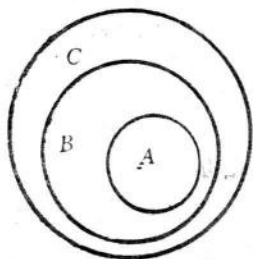
$A \cap B \underline{\quad} A, A \cap B \underline{\quad} B$.

7. 设 $A = \{(x, y) | 3x + 2y = 1\}$,

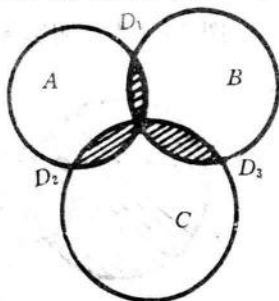
$B = \{(x, y) | x - y = 2\}$,

$C = \{(x, y) | 2x - 2y = 3\}$, 求

$A \cap B, B \cap C$.



第3题



第8题

8. 图中 A, B, C 表示集合, 把各个阴影部分 D_1, D_2, D_3 所表示的集合写出来, 并用适当的记号表示它们和 A, B, C 的关

系.

9. 设 A 为奇数集, B 为偶数集, 求 $A \cap Z, B \cap Z, A \cap B$.

3. 并集

由方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解集为 $A = \{2, -2\}$, 方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集为 $B = \{1, -1\}$, 可知方程

$$(x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0$$

的解集为 $\{2, -2, 1, -1\}$.

容易看出, 集合 $\{2, -2, 1, -1\}$ 是由集合 A 和集合 B 的所有元素合在一起组成的.

一般地, 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A, B 的**并集**, 记作 $A \cup B$, 读作“ A 并 B ”, 即

$$A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}.$$

这样, 方程 $(x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0$ 的解集, 可由求方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解集与方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集的并集得到, 即

$$\{2, -2\} \cup \{1, -1\} = \{2, -2, 1, -1\}.$$

图 1—4 中的阴影部分, 表示集合 A, B 的并集 $A \cup B$.

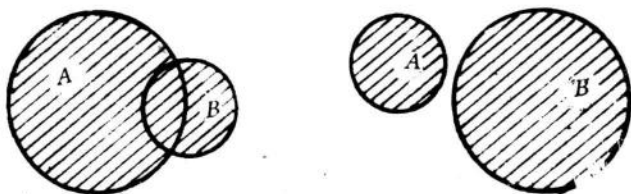


图 1—4

注意: 集合中的元素是互异的, 因此, 求两个集合的并集时, 这两个集合的公共元素在并集中只能出现一次, 例如, 设 $A = \{3, 5, 6, 8\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$, 则 $A \cup B$ 应是 $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 而不