Globe
格鲁伯教育图书

高中新课标

张继洋 张凤玲 主编

高效复习宝典之四

高中错题评析集

第二版

2012

数学分册（文）

权威专家的点评评分析

高考状元的秘密武器

事半功倍的高效复习

以一当十的精准打击

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

Globe
格鲁伯教育图书

高效复习宝典之四

高中错题评析集

2012

数学分册（文）

张继洋 张凤玲 主 编
张修恒 副主编
王礼庆 张 伟 吴明亮 编 委

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数学（文科）错题评析集（2012）/张继洋，张凤玲主编.—2 版.—武汉：武汉大学出版社，2011.7
ISBN 978-7-307-08905-1

Ⅰ.①高…　Ⅱ.①张…　②张…　Ⅲ. 中学数学课—高中—题解　Ⅳ. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2011）第 123155 号

所有权利保留。
未经许可，不得以任何方式使用。

责任编辑：李　爽　　　　责任校对：王　燕　　　　版式设计：卢文迪

出版：**武汉大学出版社**　　（430072 武昌 珞珈山）
（电子邮件：cbs22@whu.edu.cn 网址：www.wdp.com.cn）
发行：**武汉格鲁伯语言文化有限责任公司**　（430074 武昌光谷 国际企业中心）
（电话：027-87773552　电子邮件：books@globepress.cn）
印刷：湖北新华印务有限公司
开本：889×1194　1/16　　印张：8.5　　字数：323 千字
版次：2010 年 9 月第 1 版　　2011 年 7 月第 2 版
2011 年 7 月第 2 版第 1 次印刷
ISBN 978-7-307-08905-1/G·2058　　定价：22.00 元

策划：**武汉格鲁伯语言文化有限责任公司**　　网址：www.globepress.cn

前　言

为什么高考状元都使用“错题本”？

专家研究近十余年来的高考状元的学习方法时发现：绝大多数高考状元都有使用“错题本”的习惯。“错题本”是对学生自身各类错误的系统汇总。翻开它，你的各种类型的错误就非常直观地呈现在你面前，一览无遗。这样你就可以更有针对性地着手改正错误，解决问题，尽力做到“不二过”(即同一个错误不犯第二次)。

“错题本”为何如此受到高考状元们的青睐？其作用是什么？下面是一位高考状元谈自己使用“错题本”的体会：

“我在高中的时候一直坚持写‘错题本’。每次考试结束以后，不是算算分数有没有扣错然后就收起来，而是好好分析自己错的题目，其实错题才是每次考试的价值所在。我会认真分析自己算错的原因，是知识点没有掌握好，是粗心算错，还是方法思路有问题，把错误的原因和正确的解法都总结到本子上。复习的时候就认真翻一翻，看一看，这些知识点就能够熟练掌握好了，最后印象最深的反而是自己错过的题目。有了‘错题本’，我就不会在复习备考的题海中迷失方向了，复习效率大为提高。”

显然，“错题本”是一种能够提高学习效率、提升学习质量、夯实学习基础、创造优秀成绩的重要手段。而很多同学并没有引起重视，导致大量重复犯错（据调查错题当中 30%-50%是重复错误），这是非常可怕的！养成良好建立错题本的习惯，将使你一生受益！使得个体学习重点更突出、复习更具针对性、学习更有高效性。

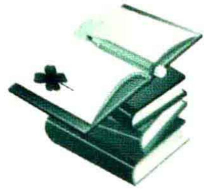
“错题本”最重要的功能就是能够帮助学生发现自己的薄弱环节，抓住薄弱环节就抓住了复习重点，到高考前着重针对错题本上的题目查缺补漏，不失为一个事半功倍的好方法。

建立错题本的确需要花一些精力，尤其在开始阶段，它是使你的学习更有效率和效果的最佳法宝——绝对是一本万利，这一点，在离高考越近的时候，在别人都在汪洋题海中苦苦挣扎、看不到天日，而你却一本在手，悠然自得的时候，你的感受会越深。

为了帮助考生解决这一难题，更为了能够提供一套新颖、独特的复习资料，以帮助考生提高备考质量，学会在错题中“淘金”，我社邀请了大量多年活跃在教学一线的专家、教师，广泛收集近些年考生在备考和高考中容易出错的错题，加上专家的解析和评析，精心编写了此书。

我们祝愿所有的学子都梦想成真！

目录/Contents



此为试读，需要完整PDF请访问： www.ertongbook.com

第一章　集合与常用逻辑用语

高考重点、易错点扫描

1. 正确理解集合元素具有的确定性、无序性和互异性．在解有关集合的问题时，不注意元素的互异性会造成多解的错误．
2. 掌握集合的描述法，搞清代表元素是什么，从而确定该集合是数集、点集还是其他集合．
3. 忽视 Φ，漏特例．空集 Φ 是一个特殊的集合，解题时易忽略“极端”情况，从而造成分类讨论的不全面，产生漏解现象．
4. 集合的交集、并集、补集的概念的理解不能模糊，常用方法是借助韦恩图、数轴来解题，解题时易忽视对边界点的考虑，产生错误．
5. “命题的否定”和“否命题”不是同一概念，常因理解模糊而造成解题错误．
6. 判断充要条件要分清条件和结论，否则会出现判断错误．

易错点 1　忽视互异性致误

【例 1】　已知 $1\in\left\{a+2,(a+1)^2,\ a^2+3a+3\right\}$，求实数 a 的值．

错解　由题意得

$a+2=1$ 或 $(a+1)^2=1$ 或 $a^2+3a+3=1$

解得 $a=-1$ 或 $a=-2$ 或 $a=0$

错因　上述解法没有考虑元素的互异性而得到 a 的值，因此应代入检验．

正解　由题意得

$a+2=1$ 或 $(a+1)^2=1$ 或 $a^2+3a+3=1$

解得 $a=-1$ 或 $a=-2$ 或 $a=0$

又当 $a=-2$ 时，$(a+1)^2=a^2+3a+3=1$

不符合集合中元素互异性这一特点

故 $a\neq-2$，同理 $a\neq-1$

故只有 $a=0$

易错点 2　忽视集合的代表元素,错误理解集合的意义致误

【例 2】　已知集合

$A=\left\{y\mid y=x^2+2x+1\right\}$，$B=\left\{x\mid y=x^2-2x\right\}$，

求 $A\cap B$．

错解 1　集合 A 与 B 的代表元素形式不同，不能进行集合运算．

错因　集合 A、B 是同一种对象的集合，只是代表元素字母不同，但要清楚这两个集合中代表元素的实际含义都是数集，因此可以进行交集运算．

错解 2　由 $y=x^2+2x+1=(x+1)^2\geq0$

和 $y=x^2-2x=(x-1)^2-1\geq-1$

求得 $A\cap B=A=\left\{y\mid y\geq0\right\}$

错因　集合 A、B 都是数集，且 A 中代表元素为 y，实际上是函数 $y=x^2+2x+1$ 的值域，即 $\left\{y\mid y\geq0\right\}$．$B$ 中代表元素为 x，应是函数 $y=x^2-2x$ 的定义域，即 **R**.上述解法把集合 B 也看做函数的值域，故解答过程错误，虽然答案正确，但是纯属巧合．

错解 3　由 $\begin{cases}y=x^2+2x+1\\ y=x^2-2x\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-\dfrac{1}{4}\\ y=\dfrac{9}{16}\end{cases}$

故 $A\cap B=\left\{\left(-\dfrac{1}{4},\dfrac{9}{16}\right)\right\}$

错因　集合 A、B 都是数集而不是点集，错解 3 误认为是求两条曲线的交点，故解答错误．

正解　易求 $A=\left\{y\mid y\geq0\right\}$，$B=\mathbf{R}$

得 $A\cap B=A=\left\{y\mid y\geq0\right\}$

易错点 3 忽视空集的特殊性致误

【例 3】 设集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0,x\in\mathbf{R}\}$，

$B=\{x\mid 2x^2-ax+2=0,x\in\mathbf{R}\}$，若 $A\cup B=A$，求 a 的值组成的集合.

错解 因为 $A=\{1,2\}$，由 $A\cup B=A$

得 $B\subseteq A$

将 $x=1$ 代入方程 $2x^2-ax+2=0$，得 $a=4$，此时 $B=\{1\}$，符合题意；

将 $x=2$ 代入方程 $2x^2-ax+2=0$，得 $a=5$，此时 $B=\left\{2,\dfrac{1}{2}\right\}$，不符合题意，应舍去.

所以 a 的值组成的集合为 $\{4\}$.

错因 以上解答看似无懈可击，其实是错误的，忽视了空集的特殊性. 因为 $B\subseteq A$，所以 B 有可能是 Φ，即 $\Delta=a^2-16<0,\ -4<a<4$，也是符合题意的.

正解 （1）当 $B=\Phi$ 时，$\Delta=a^2-16<0,\ -4<a<4$，符合条件.

（2）当 $B\neq\Phi$ 时，因为 $A=\{1,2\}$

由 $A\cup B=A$，得 $B\subseteq A$

将 $x=1$ 代入方程 $2x^2-ax+2=0$，得 $a=4$，此时 $B=\{1\}$，符合题意；

将 $x=2$ 代入方程 $2x^2-ax+2=0$，得 $a=5$，此时 $B=\left\{2,\dfrac{1}{2}\right\}$，不符合题意，应舍去.

所以 a 的值组成的集合为 $\{a\mid -4<a\le 4\}$.

【例 4】 已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x-10\le 0\}$，集合 $B=\{x\mid p+1\le x\le 2p-1\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 p 的取值范围.

错解 由 $x^2-3x-10\le 0$ 得 $-2\le x\le 5$.

欲使 $B\subseteq A$，只需 $\begin{cases}-2\le p+1\\ 2p-1\le 5\end{cases}\Rightarrow -3\le p\le 3$

所以 p 的取值范围是 $[-3,3]$.

错因 上述解答忽略了“空集是任何集合的子集”这一结论，即 $B=\phi$ 时，符合题设.

正解 ①当 $B\neq\phi$ 时，即 $p+1\le 2p-1\Rightarrow p\ge 2$

由 $B\subseteq A$，得 $-2\le p+1$ 且 $2p-1\le 5$

得 $-3\le p\le 3$，所以 $2\le p\le 3$

②当 $B=\phi$ 时，即 $p+1>2p-1\Rightarrow p<2$

由①、②，得 $p\le 3$

点评 从以上解答应看到：解决有关 $A\cap B=\phi,A\cup B=B,A\subseteq B$ 等集合的运算问题时，易忽视空集的情况而出现漏解，这需要在解题过程中全方位、多角度审视问题.

易错点 4 忽视集合交、并、补运算检验的常规化致误

【例 5】 设 $A=\{x\mid x^2-mx+m^2-19=0\}$，

$B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$，$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}$，且 $A\cap B\neq\phi,A\cap C=\phi$，求实数 m 的值.

错解 易解得 $B=\{2,3\}$，$C=\{2,-4\}$

因为 $A\cap C=\phi$ 所以 $2\notin A$ 且 $-4\notin A$，又 $A\cap B\neq\Phi$ 故 $3\in A$

所以 3 是方程 $x^2-mx+m^2-19=0$ 的一个根，即 $9-3m+m^2-19=0$

解得 $m=5$ 或 $m=-2$

错因 错解的原因是忽视检验，实际上，当 $m=5$ 时得到 $A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$，这与 $2\notin A$ 相矛盾，因此 $m=5$ 时，不合题意，应舍去.

正解 易解得 $B=\{2,3\}$，$C=\{2,-4\}$

因为 $A\cap C=\phi$ 所以 $2\notin A$ 且 $-4\notin A$，又 $A\cap B\neq\phi$ 故 $3\in A$

所以 3 是方程 $x^2-mx+m^2-19=0$ 的一个根，即 $9-3m+m^2-19=0$ 解得 $m=5$ 或 $m=-2$

当 $m=5$ 时，$A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$，这与 $2\notin A$ 相矛盾；

当 $m=-2$ 时 $A=\{x\mid x^2+2x-15=0\}=\{3,-5\}$，适合题意.

故 m 的值为 -2.

易错点 5 忽视集合运算中的边界点致误

【例 6】 设 $A=\{x\mid 1<x<2\}, B=\{x\mid x>a\}$，若 $A\subsetneqq B$，则 a 的取值范围是___.

错解 由 A 是 B 的真子集，易得 $a<1$.

错因 这是个易错的界点问题，在等与不等的问题上易犯错误，可利用数轴标出范围，并把 $a=1$ 代入试一试即可解决问题.

正解 因为 $A\subsetneqq B$，利用数轴可知 $a\le 1$.

【例 7】 记 $f(x)=\sqrt{2-\dfrac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A，$g(x)=\lg[(x-a-1)(2a-x)]$ $(a<1)$ 的定义域为 B.若 $B\subseteq A$，求实数 a 的取值范围.

错解 1 求集合 B 时,由 $(x-a-1)(2a-x)>0$，容易忽视对 $(a<1)$ 的考虑，得到 $B=(a+1,2a)$.

错解 2 在正确得出 $A=(-\infty,-1)\cup[1,+\infty)$, $B=(2a,a+1)$ 后,由 $B\subseteq A$, 易得出 $2a>1$ 或 $a+1<-1$ 的忽视界点的错误.

错因 对于易错点 1，解一元二次不等式时一定要考虑抛物线的开口和含参数的讨论.对于易错点 2，对于含参数的交、并、补集问题的运算，一定要注意界点.

正解 由 $2-\dfrac{x+3}{x+1}\ge 0$，得 $\dfrac{x-1}{x+1}\ge 0$

所以 $x<-1$ 或 $x\ge 1$

即 $A=(-\infty,-1)\cup[1,+\infty)$

由 $(x-a-1)(2a-x)>0$ 得 $(x-a-1)(x-2a)<0$

因为 $a<1$ 所以 $a+1>2a$ 所以 $B=(2a,a+1)$

因为 $B\subseteq A$, 所以 $2a\ge 1$ 或 $a+1\le -1$ 即 $a\ge\dfrac{1}{2}$ 或 $a\le -2$

而 $a<1$，所以 $\dfrac{1}{2}\le a<1$ 或 $a\le -2$

故当 $B\subseteq A$ 时，实数 a 的取值范围是 $(-\infty,-2]\cup\left[\dfrac{1}{2},1\right)$.

易错点 6 忽视范围的限制，不会等价转化致误

【例 8】 已知集合 $A=\{(x,y)\mid x^2+mx-y+2=0\}$，

$B=\{(x,y)\mid x-y+1=0, 0\le x\le 2\}$，

如果 $A\cap B\ne\phi$,求实数 m 的取值范围.

错解 1 误认为集合 A 是一个一元二次方程解集而导致失误.

错解 2 不考虑集合 B 中对 x 的限制，而在整个实数集上求解.

错解 3 不会把集合问题进行等价转化.

错因 在解题时不先审好题，没有认清集合的代表元素、点集还是数集、有无限制条件等，出现解题错误.

正解 问题等价于方程组 $\begin{cases}x^2+mx-y+2=0\\x-y+1=0\end{cases}$ 在 $x\in[0,2]$ 上有解，即方程 $x^2+(m-1)x+1=0$ 在 $[0,2]$ 上至少有一个实数解.

首先，由 $\Delta=(m-1)^2-4\ge 0$, 得 $m\ge 3$ 或 $m\le -1$.

当 $m\ge 3$ 时，由 $x_1+x_2=-(m-1)<0$ 及 $x_1x_2=1$，可知方程 $x^2+(m-1)x+1=0$ 只有负根，不符合要求.

当 $m\le -1$ 时，由 $x_1+x_2=-(m-1)>0$ 及 $x_1x_2=1>0$ 知方程有两个互为倒数的正根，故必有一根在区间 $[0,1]$ 内，从而方程至少有一个根在 $[0,2]$ 内.

综上所述，所求实数 m 的取值范围 $(-\infty,-1]$.

易错点 7 错误理解简易逻辑中的概念致误

【例 9】 $x^2=x+2$ 是 $x\sqrt{x+2}=x^2$ 的__________条件.

错解 1 由 $x^2=x+2\Rightarrow x=\sqrt{x+2}\Rightarrow x^2=x\sqrt{x+2}$ 得出 $x^2=x+2$ 是 $x\sqrt{x+2}=x^2$ 的充分条件.

错因 因为推理过程中 $x=-1$ 时 “$\Rightarrow$” 右边成立，而左边不成立，所以这里 “$\Rightarrow$” 不成立.

错解 2 由 $x\sqrt{x+2}=x^2\Rightarrow\sqrt{x+2}=x\Rightarrow x+2=x^2$ 得出 $x^2=x+2$ 是 $x\sqrt{x+2}=x^2$ 的必要条件.

错因 因为推理过程中 $x=0$ 时 “$\Rightarrow$” 左边成立，而右边不成立，所以这里 “$\Rightarrow$” 不成立.事实上，推理过程中错误

地进行了开方,方程两边同时相消,无理方程中忽略了被开方数的范围等.

正解 方程 $x^2=x+2$ 的解集为 $\{-1,2\}$, $x\sqrt{x+2}=x^2$ 的解集为 $\{0,2\}$,但是 $\{-1,2\}\subsetneqq\{0,2\}$,且 $\{0,2\}\subsetneqq\{-1,2\}$,所以 $x^2=x+2$ 是 $x\sqrt{x+2}=x^2$ 的既不充分也不必要条件.

【例 10】 设原命题是“已知 a,b,c,d 是实数, 若 $a=b$ 且 $c=d$，则 $a+c=b+d$”则它的逆否命题是____________.

错解 “已知 a,b,c,d 是实数, 若 $a+c\neq b+d$，则 $a\neq b$ 且 $c\neq d$”.

错因 误解了“且” 与“或”的意义， $a=b$ 且 $c=d$ 的否定不是 $a\neq b$ 且 $c\neq d$，而是 $a\neq b$ 或 $c\neq d$.

正解 “已知 a,b,c,d 是实数， 若 $a+c\neq b+d$，则 $a\neq b$ 或 $c\neq d$”.

【例 11】 已知命题 P:若 $\sqrt{x-2004}+|y-2005|=0$，则 $x=2004$ 且 $y=2005$，那么命题非 P 为 ______.

错解 命题非 P 为： $\sqrt{x-2004}+|y-2005|\neq 0$，则 $x\neq 2004$ 或 $y\neq 2005$.

错因 混淆了命题的否定与否命题的概念.

正解 非 P: 若 $\sqrt{x-2004}+|y-2005|=0$，则 $x\neq 2004$ 或 $y\neq 2005$.

非 P 就是条件不变，只是把结论进行否定.

而否命题是既否定条件又否定结论.

例 12 命题“对任意的 $x\in\mathbf{R}, x^3-x^2+1\leq 0$”的否定是（ ）.

A. 不存在 $x\in\mathbf{R}, x^3-x^2+1\leq 0$，

B. 存在 $x\in\mathbf{R}, x^3-x^2+1\leq 0$

C. 存在 $x\in\mathbf{R}, x^3-x^2+1>0$

D. 对任意的 $x\in\mathbf{R}, x^3-x^2+1>0$

错解 选 A,B,D.

错因 本题是对全称命题的否定,因此在否定时既要对全称量词“任意”进行否定，又要对“≤”进行否定，“任意”的否定为“存在”，对“≤”的否定为“>”，错误在于忽略了细节.

正解 选 C.

检测练习

1.已知集合 $M=\{y\mid y=x^2+1, x\in\mathbf{R}\}$，$N=\{y\mid y=x+1, x\in\mathbf{R}\}$，则 $M\cap N=$（ ）.

A.（0，1），（1，2） B. $\{(0,1),(1,2)\}$

C. $\{y\mid y=1 或 y=2\}$ D. $\{y\mid y\geq 1\}$

2.（2010 湖南文数 2）下列命题中的假命题是（ ）

A. $\exists x\in R, \lg x=0$ B. $\exists x\in R, \tan x=1$

C. $\forall x\in R, x^3>0$ D. $\forall x\in R, 2^x>0$

3.已知 $U=\{(x,y)\mid x\in\mathbf{R}, y\in\mathbf{R}\}$，$M=\left\{(x,y)\mid \frac{y-4}{x-2}=3\right\}$, $N=\{(x,y)\mid y=3x-2\}$，则 $(C_U M)\cap N=$（ ）.

A.（2,4） B. ϕ C. $\{(2,4)\}$ D. N

4.已知命题 p:所有有理数都是实数；命题 q:正数的对数都是负数，则下列命题中为真命题的是（ ）.

A. $(\neg p)\vee q$ B. $p\wedge q$

C. $(\neg p)\wedge(\neg q)$ D. $(\neg p)\vee(\neg q)$

5.（2010 天津文 7）设集合 $A=\{x\mid |x-a|<1, x\in\mathbf{R}\}$ $B=\{x\mid 1<x<5, x\in\mathbf{R}\}$，若 $A\cap B=\varphi$ {a|a≤2，或 a≥4}

A. $\{a\mid 4\leq a\leq 6\}$ B. $\{a\mid a\leq 2$，或 $a\geq 4\}$

C. $\{a\mid a\leq 0$，或 $a\geq 6\}$ D. $\{a\mid 2\leq a\leq 4\}$

6.“$x^2-3x+2>0$”是“$x<1$ 或 $x>4$”的（ ）.

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7.已知命题 p：方程 $a^2x^2+ax-2=0$ 在 $[-1,1]$ 上有解；命题 q：只有一个实数 x 满足不等式 $x^2+2ax+2a\le 0$，若命题“p 或 q”是假命题，则 a 的取值范围是 ________ .
则实数 a 的取值范围是________ .

8.已知集合 $A=\{x \mid |x-1|<2m-1\}$，

$B=\left\{x \,\middle|\, \begin{cases} x^2\le 9 \\ |x-1|\le 2 \end{cases}\right\}$，且 $A\cup B=B$，则实数 m 的取值范围是

________ .

第二章 函数

§2.1 函数的有关概念

高考重点、易错点扫描

1. 了解映射的概念，解题时常常在象、原象及对应关系的处理上产生错误.
2. 了解构成函数的要素，会根据不同的需要选择恰当的方法（如图像法、列表法、解析法）表示函数.
3. 理解分段函数、复合函数的构成，在解题时常常由于理解不对而出现问题.

易错点 1 错误理解概念致误

【例 1】 从 $A\to B$ 的映射 $f:(x,y)\to\left(\dfrac{x+y}{2},\dfrac{x-y}{2}\right)$，则 $(2,-5)$ 的原象为____.

错解 从 $A\to B$ 的映射 $f:(x,y)\to\left(\dfrac{x+y}{2},\dfrac{x-y}{2}\right)$，则

$\dfrac{2-5}{2}=-\dfrac{3}{2}$，$\dfrac{2-(-5)}{2}=\dfrac{7}{2}$，

故 $(2,-5)$ 的原象为 $\left(-\dfrac{3}{2},\dfrac{7}{2}\right)$

错因 上述解法混淆了象与原象之间的对应关系，本题中 $(2,-5)$ 是象，不能当成原象.

正解 从 $A\to B$ 的映射 $f:(x,y)\to\left(\dfrac{x+y}{2},\dfrac{x-y}{2}\right)$ 中，$(2,-5)$ 是象，满足

$$\begin{cases}\dfrac{x+y}{2}=2\\ \dfrac{x-y}{2}=-5\end{cases} \text{所以} \begin{cases}x=-3\\ y=7\end{cases}$$

故 $(2,-5)$ 的原象是 $(-3,7)$.

点评 解这类问题时没有正确理解映射的概念是出现错误的原因，求象时就是在对应法则下求值，而由象求原象则一般是解方程组，其解可能有多个，也可能没有解.

易错点 2 求复合函数定义域出错致误

【例 2】已知函数 $f(x)$ 的定义域为[0，1]，求函数 $f(x+1)$ 的定义域.

错解 由于函数 $f(x)$ 的定义域为[0，1]，即 $0\le x\le 1$，所以 $1\le x+1\le 2$

所以 $f(x+1)$ 的定义域是[1，2].

错因 对函数定义域理解不透，不明白 $f(x)$ 与 $f[u(x)]$ 定义域之间的区别与联系，其实在这里只要明白：$f(x)$ 中 x 取值的范围与 $f[u(x)]$ 中式子 $u(x)$ 的取值范围一致就行了.

正解 由于函数 $f(x)$ 的定义域为[0，1]，即 $0\le x\le 1$ 所以 $f(x+1)$ 满足 $0\le x+1\le 1$ $\quad -1\le x\le 0$

所以 $f(x+1)$ 的定义域是[－1，0].

易错点 3 没有理解分段函数的意义致误

【例 3】已知：$x\in N^*$，$f(x)=\begin{cases}x-5 & (x\ge 6)\\ f(x+2) & (x<6)\end{cases}$，求 $f(3)$.

错解 因为 $f(x)=\begin{cases}x-5 & (x\ge 6)\\ f(x+2) & (x<6)\end{cases}$

所以 $f(x+2)=(x+2)-5=x-3$

故 $f(x)=\begin{cases}x-5 & (x\ge 6)\\ x-3 & (x<6)\end{cases}$

所以 $f(3)=3-3=0$.

错因 上述解法说明没有理解分段函数的意义，$f(3)$ 的自变量是3，应代入 $f(x+2)$ 中，而不是代入 $x-5$ 中，只有将

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

自变量化为不小于6的数才能代入解析式求解.

正解　因为 $f(x)=\begin{cases}x-5 & (x\ge 6)\\ f(x+2) & (x<6)\end{cases}$,

所以 $f(3)=f(3+2)=f(5)$

$=f(5+2)=f(7)=7-5=2$

易错点4　换元法求解析式时忽视新元的范围致误

【例4】已知 $f(\cos x)=\sin^2 x$，求 $f(x)$.

错解　设 $\cos x=t$　因为 $f(\cos x)=\sin^2 x=1-\cos^2 x$

所以 $f(t)=1-t^2$

所以 $f(x)=1-x^2$

错因　因为 $\cos x=t$

$x\in\mathbf{R}$, 所以 $\cos x=t\in[-1,-1]$

所以 $f(x)=1-x^2$ 的定义域应是 $[-1,1]$，因此在求复合函数的定义域时一定要注意新元的范围.

正解　设 $\cos x=t$

因为 $x\in\mathbf{R}$, 所以 $\cos x=t\in[-1,-1]$

因为 $f(\cos x)=\sin^2 x=1-\cos^2 x$

所以 $f(t)=1-t^2$　$t\in[-1,1]$

所以 $f(x)=1-x^2$　$x\in[-1,1]$

易错点5　“值域与定义域”混同致误

【例5】若函数 $f(x)=\lg(x^2+2x+a)$ 的值域为 $\mathbf{R}$，求 a 的取值范围.

错解　因为函数 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$，所以 $x^2+2x+a>0$ 恒成立，$\Delta=4-4a<0$，得 $a>1$.

错因　上述解法把“值域与定义域”混同致错.事实上，要使函数 $f(x)=\lg(x^2+2x+a)$ 的值域为 $\mathbf{R}$，则函数 $u=x^2+2x+a$ 的函数值取遍所有正实数.

正解　因为函数 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$，则函数 $u=x^2+2x+a$ 的函数值取遍所有正实数,即 $\Delta=4-4a\ge 0$,得 $a\le 1$.

（例5拓展：若函数 $f(x)=\lg(x^2+2x+a)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，求 a 的取值范围.

简析　若函数 $f(x)=\lg(x^2+2x+a)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,则 $x^2+2x+a>0$ 恒成立，即有 $\Delta=4-4a<0$,得 $a>1$

易错点6　忽视充要条件致误

【例6】求函数 $y=\dfrac{2^x}{1+2^x}$ 的值域.

错解　$y=\dfrac{2^x}{1+2^x}=1-\dfrac{1}{1+2^x}$,

由 $2^x>0\Rightarrow 2^x+1>1$

$\Rightarrow\dfrac{1}{1+2^x}<1\Rightarrow-\dfrac{1}{1+2^x}>-1$

$\Rightarrow 1-\dfrac{1}{1+2^x}>0$

故函数的值域为 $(0,+\infty)$.

错因　上述变形中，$2^x+1>1$ 不是 $\dfrac{1}{1+2^x}<1$ 的充要条件.

其实 $2^x+1>1$ 的充要条件是 $0<\dfrac{1}{1+2^x}<1$，从而 $0>-\dfrac{1}{1+2^x}>-1$.

故 $1>1-\dfrac{1}{1+2^x}>0$.

正解　由 $y=\dfrac{2^x}{1+2^x}=1-\dfrac{1}{1+2^x}$，又

$2^x>0\Rightarrow 2^x+1>1\Rightarrow 0<\dfrac{1}{1+2^x}<1\Rightarrow 0>-\dfrac{1}{1+2^x}>-1$

$\Rightarrow 1>1-\dfrac{1}{1+2^x}>0$

故函数的值域为 $(0,1)$.

检测练习

1.定义在 **R** 上的函数 $f(x)$ 满足

$$f(x)=\begin{cases}\log_2(1-x) & x\le 0\\ f(x-1)-f(x-2) & x>1\end{cases},$$

则 $f(2009)$ 的值为（　　）

A.-1　　B. 0　　C.1　　D .2

2.函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}\ln\left(\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{-x^2-3x+4}\right)$ 的定义域为

（　　）.

A. $(-\infty,-4]\cup[2,+\infty)$　　B. $(-4,0)\cup(0.1)$

C. $[-4,0)\cup(0,1]$　　D. $[-4,0)\cup(0,1)$

3.已知 $f(x)=\begin{cases}1 & x\ge 0\\ -1 & x<0\end{cases}$，则不等式

$x+(x+2)\cdot f(x+2)\le 5$ 的解集为________.

4.（2010 湖北文数 5）函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{\log_{0.5}(4x-3)}}$ 的定义域为（　　）

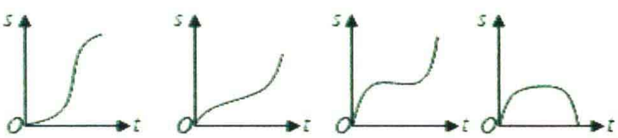
A.$\left(\dfrac{3}{4},1\right)$　　B. $\left(\dfrac{3}{4},+\infty\right)$

C.（1，$+\infty$）　　D. $\left(\dfrac{3}{4},1\right)\cup(1,+\infty)$

5. 若函数 $y=f(x)$ 的值域是 $\left[\dfrac{1}{2},3\right]$，则函数 $F(x)=f(x)+\dfrac{1}{f(x)}$ 的值域是（　　）.

A.$\left[\dfrac{1}{2},3\right]$　　B.$\left[2,\dfrac{10}{3}\right]$　　C.$\left[\dfrac{5}{2},\dfrac{10}{3}\right]$　　D.$\left[3,\dfrac{10}{3}\right]$

6.汽车经过启动、加速行驶、匀速行驶、减速行驶之后停车，若把这一过程中汽车的行驶路程 s 看做时间 t 的函数，其图像可能是（　　）.



A.　　B.　　C.　　D.

7.（2010 湖北文数 3）已知函数

$f(x)=\begin{cases}\log_3 x, x>0\\ 2^x, x\le 0\end{cases}$，则 $f(f(\dfrac{1}{9}))=$（　　）

A.4　　B. $\dfrac{1}{4}$　　C. -4　　D. $-\dfrac{1}{4}$

8.已知 $f(3^x)=4x\log_2 3+233$，则

$f(2)+f(4)+f(8)+\cdots+f(2^8)$ 的值等于________.

9. 已知函数 $f(x)=x^2+2x+a$，$f(bx)=9x^2-6x+2$，其中 $x\in\mathbf{R}$，a,b 为常数，则方程 $f(ax+b)=0$ 的解集为________.

10.（2010 天津文数 10）设函数 $g(x)=x^2-2(x\in R)$，

$f(x)=\begin{cases}g(x)+x+4, x<g(x)\\ g(x)x-4, x\ge g(x)\end{cases}$

则 $f(x)$ 的值域是（　　）

A. $\left[-\dfrac{9}{4},0\right]\cup(1,+\infty)$　　B. $[0,+\infty)$

C. $[-\dfrac{9}{4},+\infty)$　　D. $\left[-\dfrac{9}{4},0\right]\cup(2,+\infty)$

§ 2.2　函数的有关性质

高考重点、易错点扫描

1. 理解函数单调性，函数的单调性是对某个区间而言的，有时会误认为在定义域上.
2. 理解函数奇偶性定义，不能只停留在 $f(-x)=f(x)$ 和 $f(-x)=-f(x)$ 这两个等式上，要明确 x 取值在定义域内的任意性及关于原点的对称性.
3. 理解函数的对称性、周期性.

易错点 1 对奇偶函数的定义实质理解不全面致误

【例 1】判断函数 $f(x)=(1+x)\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$ 的奇偶性.

错解 因为

$$f(x)=(1+x)\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}=\sqrt{\frac{1-x}{1+x}(1+x)^2}=\sqrt{1-x^2}$$

所以 $f(-x)=\sqrt{1-(-x)^2}=\sqrt{1-x^2}=f(x)$

所以 $f(x)=(1+x)\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$ 是偶函数.

错因 对函数奇偶性定义实质理解不全面.对定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=f(x)$ 或 $f(-x)=-f(x)$ 的实质是：函数的定义域关于原点对称.这是函数具备奇偶性的必要条件.

正解 $f(x)=(1+x)\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$ 有意义时，必须满足 $\dfrac{1-x}{1+x}\geq 0\Rightarrow -1<x\leq 1$，即函数的定义域是 $\{x \mid -1<x\leq 1\}$，由于定义域不关于原点对称，所以该函数既不是奇函数也不是偶函数.

例 2 判断 $f(x)=\log_3\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ 的奇偶性.

错解

因为 $f(-x)=\log_3(-x+\sqrt{(-x)^2+1})=\log_3(-x+\sqrt{x^2+1})$

所以 $f(-x)\neq f(x)$ 且 $f(-x)\neq -f(x)$

所以该函数既不是奇函数也不是偶函数.

错因 对数运算不熟练，奇偶性的判别方法不灵活.

正解

因为 $f(-x)=\log_3\left(-x+\sqrt{(-x)^2+1}\right)=\log_3\left(-x+\sqrt{x^2+1}\right)=$

$\log_3\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}=-\log_3\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)=-f(x)$

所以 $f(x)$ 是奇函数.

易错点 2 忽视复合函数的定义域致误

【例 3】函数 $y=\sqrt{7+6x-x^2}$ 的单调增区间是________.

错解 因为函数 $g(x)=-x^2+6x+7$ 的对称轴是 $x=3$，图像是抛物线，开口向下，由图可知 $g(x)=-x^2+6x+7$ 在 $(-\infty,3]$ 上是增函数，所以 $y=\sqrt{7+6x-x^2}$ 的增区间是 $(-\infty,3]$.

错因 在求单调性的过程中注意到了复合函数的单调性研究方法，但没有考虑到函数的单调性只能在函数的定义域内来讨论，从而忽视了函数的定义域，导致了解题的错误.

正解 $y=\sqrt{7+6x-x^2}$ 的定义域是 $[-1,7]$，又 $g(x)=-x^2+6x+7$ 在区间 $[-1,3]$ 上是增函数，在区间 $[3,7]$ 上是减函数，所以 $y=\sqrt{7+6x-x^2}$ 的增区间是 $[-1,3]$.

点评 复合函数单调性的判断，首先要注意函数的定义域，然后按照复合函数的内、外层的同增异减的判断方法进行判断.

例 4 已知奇函数 $f(x)$ 是定义在 $[-1,1]$ 上的减函数，且满足不等式 $f(1-a)+f(1-a^2)<0$,求实数 a 的取值范围.

错解 因为 $f(x)$ 是奇函数，所以

$f(1-a)<-f(1-a^2)=f(a^2-1)$，

又 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上是减函数，

所以 $1-a>a^2-1$,即 $a^2+a-2<0$,解得 $-2<a<1$，

又 $f(x)$ 是定义在 $[-1,1]$ 上的函数，所以 $-1\leq a<1$.

错因 只考虑到奇函数与单调性，而没有正确理解函数的定义域.

正解 由 $f(1-a)+f(1-a^2)<0\Rightarrow$

$f(1-a)<-f(1-a^2)=f(a^2-1)$

$$所以\begin{cases}-1\leq 1-a^2\leq 1\\ -1\leq 1-a\leq 1\\ 1-a>a^2-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\leq a^2\leq 2\\ 0\leq a\leq 2\\ -2<a<1\end{cases}$$

所以 $0\leq a<1$

故实数 a 的取值范围为 $[0,1)$.

易错点 3　因不会应用奇（偶）函数这个重要条件致误

【例 5】设函数 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=x(1-x)$，那么函数 $f(x)$ 的递增区间是__________.

错解　因为 $f(x)=x(1-x)$，抛物线开口向下，对称轴为 $x=\dfrac{1}{2}$，所以函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 上是增函数.

错因　忽视了奇函数这个重要条件，或者不会应用奇函数这个条件.

正解 1　因为函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，

当 $x>0$ 时，$f(x)=x(1-x)$

当 $x=0$时，$y=0$，

当 $x<0$ 时，$f(x)=x(1+x)$.

得到函数 $f(x)$ 的递增区间是 $(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2})$.

正解 2　可根据奇函数的图像关于原点对称这个性质或奇函数在它的对称区间上增减一致的性质来解决.

易错点 4　两种不同的对称相混淆致误

【例 6】设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 **R**，则函数 $y=f(x-1)$ 与 $y=f(1-x)$ 的图像关于（　　），

A. 直线 $y=0$ 对称　　B. 直线 $x=0$ 对称

C. 直线 $y=1$ 对称　　D. 直线 $x=1$ 对称

错解　因为函数 $y=f(x)$ 的定义域为 **R**，且满足 $f(1-x)=f(x-1)$

所以函数 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=0$ 对称.故选 B.

错因　这里的错误主要是把两个不同的对称问题混为一谈，设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 **R**，且满足 $f(a+x)=f(a-x)$，则函数 $y=f(x)$ 关于直线 $x=a$ 对称.这个结论只对于一个函数而言，本题是两个不同的函数的对称问题，混用上述结论肯定是错误的.

正解　因为 $y=f(x)$ 与 $y=f(-x)$ 关于 y 轴对称，而 $y=f(x-1)$ 是由 $y=f(x)$ 向右平移 1 个单位得到的，$y=f(1-x)=f[-(x-1)]$ 是由 $y=f(-x)$ 向右平移 1 个单位得到的，所以函数 $y=f(x-1)$ 与 $y=f(1-x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称，故选 D.

易错点 5　错误理解题意，错用函数性质致误

【例 7】若函数 $f(x)=\log_a(-x^2+\log_{2a}x)$ 的定义域是 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$,求实数 a 的取值范围.

错解　设 $y=-x^2+\log_{2a}x$，由题意可知，当 $x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 时，都有 $-x^2+\log_{2a}x>0$ 成立，即 $\log_{2a}x>x^2$，所以 $0<2a<1$, 且 $\log_{2a}\dfrac{1}{2}\geq\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$，解得 $\dfrac{1}{32}\leq a<\dfrac{1}{2}$.

错因　这个解法误将不等式 $-x^2+\log_{2a}x>0$ 的解集是 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 与当 $x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 时恒有 $-x^2+\log_{2a}x>0$ 相混淆.

正解　由题意，问题可等价转化为 $-x^2+\log_{2a}x>0$ 的解集为 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，记 $C_1:y=x^2,C_2:y=\log_{2a}x$，作图像 C_1、C_2，二者交点为 $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{4}\right)$，所以 $0<2a<1$，又有 $\log_{2a}\dfrac{1}{2}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$，从而解得 $a=\dfrac{1}{32}$.

检测练习

1. 函数 $f(x)$ 的定义域为 **R**，若 $f(x+1)$ 与 $f(x-1)$ 都是奇函数，则（　　）.

A. $f(x)$ 是偶函数　　B. $f(x)$ 是奇函数

C. $f(x)=f(x+2)$　　D. $f(x+3)$ 是奇函数

2. 为了得到函数 $y=\lg\dfrac{x+3}{10}$ 的图像，只需把函数

$y=\lg x$ 的图像上所有的点（　　）．

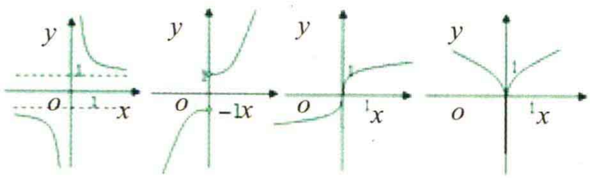
A. 向左平移 3 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度

B. 向右平移 3 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度

C. 向左平移 3 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度

D. 向右平移 3 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度

3. 函数 $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$ 的图像大致为（　　）．



A.　　B.　　C.　　D.

4. 已知定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$，满足 $f(x-4)=-f(x)$，且在区间[0,2]上是增函数,则（　　）．

A. $f(-25)<f(11)<f(80)$　B. $f(80)<f(11)<f(-25)$

C. $f(11)<f(80)<f(-25)$　D. $f(-25)<f(80)<f(11)$

5. 已知函数 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的偶函数，若对于 $x\geq 0$，都有 $f(x+2)=f(x)$，且当 $x\in[0,2)$ 时，$f(x)=\log_2(x+1)$，则 $f(-2008)+f(2009)$ 的值为（　　）．

A.－2　B.－1　C.1　D.2

6.（2010 山东文数 5）设 $f(x)$ 为定义在 **R** 上的奇函数，当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=2^x+2x+b$（b 为常数），则 $f(-1)=$（　　）．

A.－3　B.－1　C.1　D.3

7. 若函数 $f(x),g(x)$ 分别是 **R** 上的奇函数、偶函数，且满足 $f(x)-g(x)=e^x$，则有（　）．

A. $f(2)<f(3)<g(0)$　B. $g(0)<f(3)<f(2)$

C. $f(2)<g(0)<f(3)$　D. $g(0)<f(2)<f(3)$

8. 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 单调增加，则满足 $f(2x-1)<f\left(\dfrac{1}{3}\right)$ 的 x 取值范围是（　　）．

A. $\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{2}{3}\right)$　B. $\left[\dfrac{1}{3},\dfrac{2}{3}\right]$

C. $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{2}{3}\right)$　D. $\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{2}{3}\right]$

9. 定义在 **R** 上的偶函数 $f(x)$ 满足：对任意的 $x_1,x_2\in[0,+\infty)(x_1\neq x_2)$，有 $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<0$，则（　　）．

A. $f(3)<f(-2)<f(1)$

B. $f(1)<f(-2)<f(3)$

C. $f(-2)<f(1)<f(3)$

D. $f(3)<f(1)<f(-2)$

10. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+4x, x\geq 0\\ 4x-x^2, x<0\end{cases}$，若 $f(2-a^2)>f(a)$, 则实数 a 的取值范围是（　　）．

A. $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$　B. $(-1,2)$

C. $(-2,1)$　D. $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$

11.（2010 全国卷 1 文数 7）已知函数 $f(x)=|\lg x|$. 若 $a\neq b$ 且, $f(a)=f(b)$，则 $a+b$ 的取值范围是（　　）．

A. $(1,+\infty)$　B. $[1,+\infty)$

C. $(2,+\infty)$　D. $[2,+\infty)$

12. 已知函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{3-ax}}{a-1}$（$a\neq 1$）.

（1）若 $a>0$,则 $f(x)$ 的定义域是__________;

（2）若 $f(x)$ 在区间 $(0,1]$ 上是减函数，则实数 a 的取值范围是_________.

§2.3 基本初等函数

高考重点、易错点扫描

1. 求二次函数在所给区间上的最值时，要注意抛物线的开口方向、对称轴与所给区间的位置关系.
2. 幂、指数、对数的运算，要注意公式的正确使用，防止出现下列错误：

（1）式子 $\sqrt[n]{a^n}=a$

（2）$\log_a(M+N)=\log_a M+\log_a N$

$\log_a(M\cdot N)=\log_a M\cdot\log_a N$

3. 对数函数 $y=\log_a x$ $(a>0,a\neq 1)$ 与指数函数 $y=a^x$ $(a>0,a\neq 1)$ 互为反函数，会将指数式与对数式相互转化.
4. 对复合函数 $y=a^{f(x)}$、$y=\log_a f(x)$ 的研究方法一般是，先研究 $f(x)$ 的性质，再由 a 的情况讨论 $y=a^{f(x)}$ 的性质. 一定要注意底数的取值.
5. 掌握幂函数 $y=x^\alpha$ 的性质，要注意 α 的取值变化对函数性质的影响.

易错点 1 运算性质运用不熟练而致误

【例 1】 化简 $\sqrt{(x+3)^2}-\sqrt[3]{(x-3)^3}=$________.

错解 $\sqrt{(x+3)^2}-\sqrt[3]{(x-3)^3}=x+3-(x-3)$

$=6.$

错因 解题时混淆了① $(\sqrt[n]{a})^n=a$

②当 n 为偶数时 $\sqrt[n]{a^n}=|a|=\begin{cases}a,a\geq 0\\-a,a<0\end{cases}$

当 n 为奇数时 $\sqrt[n]{a^n}=a$

正解 $\sqrt{(x+3)^2}-\sqrt[3]{(x-3)^3}=|x+3|-(x-3)$

$=\begin{cases}6 & x\geq -3\\-2x & x<-3\end{cases}$

【例 2】 已知 $\log_{18}9=a,18^b=5$, 求 $\log_{36}45$.

错解 因为 $18^b=5$, 所以 $\log_{18}5=b$

$\therefore \log_{36}45=\dfrac{\log_{18}45}{\log_{18}36}=\dfrac{\log_{18}5+\log_{18}9}{\log_{18}4+\log_{18}9}=\dfrac{b+a}{\log_{18}4+a}$

错因 由于对数的性质运用不熟练而导致题目不能做完.

正解 因为 $18^b=5$ 所以 $\log_{18}5=b$

$\log_{36}45=\dfrac{\log_{18}45}{\log_{18}36}=\dfrac{\log_{18}5+\log_{18}9}{\log_{18}4+\log_{18}9}=$

$\dfrac{b+a}{\log_{18}\left(\dfrac{18}{9}\right)^2+a}=\dfrac{b+a}{2\log_{18}\left(\dfrac{18}{9}\right)+a}=\dfrac{b+a}{2-a}$

易错点 2 概念不清，考虑问题不严谨而致误

【例 3】已知幂函数 $y=x^{m^2-2m-2}$ $(m\in N)$ 的图像关于原点对称，当 $x>0$ 时为减函数，求满足 $(a+1)^{-\frac{m}{3}}<(3-2a)^{-\frac{m}{3}}$ 的 a 的范围.

错解 1 题目中涉及的条件有：①图像关于原点对称，② $x>0$ 时为减函数,③ $m\in N$ ④幂函数，解题时常常由于审题不全而在确定 m 的值时出现问题.

错解 2 幂函数 $y=x^{-\frac{1}{3}}$ 的指数小于 0，故为减函数，因此有

$(a+1)^{-\frac{1}{3}}<(3-2a)^{-\frac{1}{3}}\Leftrightarrow a+1>3-2a\Rightarrow a>\dfrac{2}{3}$

错因 幂函数 $y=x^{-\frac{1}{3}}$ 有两个单调区间，解题中误认为 $(a+1)^{-\frac{1}{3}}<(3-2a)^{-\frac{1}{3}}\Leftrightarrow a+1>3-2a$，考虑问题不严谨而导致解题的错误.

正解 因为幂函数 $y=x^{m^2-2m-2}$ 在 $x>0$ 时为减函数.

所以 $m^2-2m-2<0$，得 $1-\sqrt{3}<m<1+\sqrt{3}$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com