

饱和土体中排桩 被动隔振的积分方程方法分析

BAOHE TUTIZHONG PAIZHUANG BEIDONG GEZHEN DE JIFEN FANGCHENG FANGFA FENXI

徐斌 张鸿 黎剑华 刘优平 夏志凡 著



冶金工业出版社
Metallurgical Industry Press

饱和土体中排桩 被动隔振的积分方程方法分析

徐斌 张鸿 黎剑华 刘优平 夏志凡 著

北京
冶金工业出版社

内 容 提 要

本书共分5章。第1章介绍了目前移动荷载作用下地基、桩土的动力响应及排桩隔振问题的相关研究成果和现状；第2章、第3章分别介绍了移动荷载作用下饱和土体的动力响应、桩顶简谐荷载作用下层状饱和土中桩基础的动力响应；第4章、第5章分别介绍了饱和土体中排桩对瑞利波及简谐荷载的隔振研究、排桩对移动荷载的隔振研究。

本书可供从事公路工程、建筑工程的软土地基设计、研究、开发和管理科研人员、工程技术人员及现场管理人员等使用，也可供高等院校相关专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

饱和土体中排桩被动隔振的积分方程方法分析/徐斌等著. —北京：
冶金工业出版社，2013. 7

ISBN 978-7-5024-6298-7

I. ①饱… II. ①徐… III. ①饱和土—排桩—被动隔振—积分
方程—研究 IV. ①TU473. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013) 第 132340 号

出 版 人 谭学余

地 址 北京北河沿大街嵩祝院北巷 39 号，邮编 100009

电 话 (010)64027926 电子信箱 yjcb@cnmip.com.cn

责任编辑 杨秋奎 美术编辑 彭子赫 版式设计 孙跃红

责任校对 李 娜 责任印制 牛晓波

ISBN 978-7-5024-6298-7

冶金工业出版社出版发行；各地新华书店经销；北京慧美印刷有限公司印刷
2013 年 7 月第 1 版，2013 年 7 月第 1 次印刷

169mm×239mm；11.25 印张；221 千字；174 页

35.00 元

冶金工业出版社投稿电话：(010)64027932 投稿信箱:tougao@cnmip.com.cn

冶金工业出版社发行部 电话：(010)64044283 传真：(010)64027893

冶金书店 地址：北京东四西大街 46 号(100010) 电话：(010)65289081(兼传真)

(本书如有印装质量问题，本社发行部负责退换)



前　　言

随着经济的发展，运输车辆的载重日益增大，荷载速度也有很大程度地提高。高速列车、地铁所引起的地基土体的振动的问题日益突出，影响的范围也在随之加大。高速移动荷载作用下路基的变形特性与普通荷载作用下路基的变形有着很大的差别。交通荷载（如轻轨）引起的环境振动、振幅和能量都比较小，从安全的角度讲，它不会造成像地震那样的剧烈损害。但是，这种振动的作用是长期存在和反复发生的，长期作用于建筑物，将引起结构的动力疲劳和应力集中，严重时还会引起结构的整体或局部的动力失稳，如地基产生液化、基础下沉或不均匀下沉，墙体裂缝，建筑物倾斜甚至局部损坏。这种振动对居住在铁路线周围的居民也有很大影响。

为了减轻高速列车及客车等对地面振动及建筑的损害和影响，时至今日，已经有各种各样的隔振措施，如开口空沟、充填沟槽、混凝土连续墙、圆柱形的排孔及圆柱形的排桩等。桩基作为一种非连续的硬屏障隔振，在隔振工程中有着广泛的应用。桩基隔振的优点有：不受地下水位和土坡稳定的限制，当入射弹性波的波长很长时（特别是瑞利波），用桩基隔振能较易实现隔振深度大的要求。因此，对桩基和移动载荷相互作用的计算对桩基的隔振设计具有重要意义。此外，由于高速行驶车辆的动力作用，桩基会产生振动，并会受到一定的负摩擦。因此，对这种动力响应的定量计算又对邻近道路的桩基础设计具有重要意义。但是，由于计算上的困难，目前对桩基动力响应的研究只限于桩基在动力基础隔振方面（即载荷位置固定的情形），而对桩基和移动载荷的相互作用则很少有研究。目前的研究对了解桩基对动力基础的隔振效果具有一定的指导意义，但结果却无法考虑移动载荷对桩基的影响，例如：无法考虑载荷的移动速度对桩基隔振效果及动力响应的影响；而且，目前较多文献中的土介质模型都限于线弹性模型，对工程实际中经常遇到的饱和土模型则缺少研究。因此分析饱和土中的桩基和移动载荷相互作用的研

究不仅具有理论上的意义，而且对工程实际具有直接的指导意义。

本书利用 Biot 理论分析了移动荷载作用下均质、层状饱和土体的动力响应，采用积分方程法对层状饱和土体中单桩、群桩桩顶受水平、垂直方向简谐荷载作用的动力响应及排桩被动隔振的效果进行了系统研究。主要内容包括：层状饱和土体表面受移动荷载、土体内部受水平简谐荷载作用下的传递、透射矩阵（TRM）法建立，并且应用于 TRM 法解决高频、层状差异大的层状饱和土体移动荷载动力响应问题分析；均质、层状饱和土体-无限长梁体系的等效刚度公式推导，分析移动荷载对无限轨道长梁的动力响应影响，考察振动波在地基土体中的传播及能量耗损；利用 Muki 虚拟桩法和层状土体的传递透射矩阵（TRM）法，对均质、层状饱和土体中排桩对简谐荷载、表面瑞利波场的隔振效果分析；采用半解析法研究均质、层状饱和土体及黏弹性土体中排桩对具有不同速度的移动荷载引起振动的隔振效果在时间、空间域的分布。

为了使该研究成果能够为广大科技工作者提供有益的参考和学习帮助，作者将国家自然科学基金项目（50969007、51269021）、江西省自然科学基金项目（20114BAB206012）的研究成果整理编成本书。

由于作者水平所限，书中不足之处，恳请各位专家和读者批评指正。

徐斌

2013 年 3 月

目 录

1 绪论	1
1.1 工程背景与研究意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.2.1 移动荷载作用下半空间土体的动力响应问题	2
1.2.2 桩土的动力响应	4
1.2.3 排桩隔振问题的研究	6
2 移动荷载作用下饱和土体动力响应	9
2.1 Biot 理论控制方程及 Helmholtz 矢量分解	9
2.2 均质饱和土体表面受移动荷载作用的基本解	11
2.3 层状饱和土体表面受移动荷载作用的传递透射矩阵法	14
2.4 饱和土体表面受移动荷载作用的时间-空间域内解	18
2.5 数值计算方法	19
2.6 数值验证与算例分析	20
2.6.1 数值验证	20
2.6.2 均质饱和土体表面受移动荷载作用的动力响应	22
2.6.3 层状饱和土体表面受移动荷载作用的动力响应	34
3 桩顶简谐荷载作用下层状饱和土中桩基础动力响应	39
3.1 桩顶竖向简谐荷载作用下层状饱和土体中单桩的动力响应	39
3.1.1 单桩-层状饱和土体系的第二类 Fredholm 积分方程	39
3.1.2 数值计算方法	43
3.1.3 数值验证与算例分析	44
3.2 桩顶水平向简谐荷载作用下层状饱和土体中单桩的动力响应	54
3.2.1 单桩-层状饱和土体系的第二类 Fredholm 积分方程	54
3.2.2 数值验证与算例分析	59
3.3 桩顶轴向简谐荷载作用下层状饱和土体中群桩的动力响应	71
3.3.1 群桩-层状饱和土体第二类 Fredholm 积分方程	71

· IV · 目 录

3.3.2 数值验证与算例分析	77
4 饱和土中排桩对瑞利波及简谐荷载的隔振研究	87
4.1 排桩对饱和土体中瑞利波的隔振效果研究	87
4.1.1 半空间饱和土在瑞利波作用下的波场解	87
4.1.2 均质饱和土内部受垂直、水平向圆形简谐荷载作用下的基本解	89
4.1.3 瑞利波场下饱和土体-排桩体系的第二类 Fredholm 积分方程	94
4.1.4 幅值减小比的定义	98
4.1.5 数值计算方法	99
4.1.6 数值验证与算例分析	100
4.2 层状饱和土体中排桩对简谐荷载振源的隔振效果研究	110
4.2.1 层状饱和土体-排桩体系的第二类 Fredholm 积分方程	110
4.2.2 数值验证与算例分析	115
5 排桩对移动荷载的隔振研究	131
5.1 均质饱和土体中排桩对移动荷载振源的隔振效果研究	131
5.1.1 移动荷载作用下均质饱和土体-排桩体系的第二类 Fredholm 积分方程	131
5.1.2 数值验算与算例分析	135
5.2 层状饱和土体中排桩对移动荷载振源的隔振效果研究	145
5.2.1 移动荷载作用下层状饱和土体-排桩体系的第二类 Fredholm 积分方程	145
5.2.2 数值验证与算例分析	150
附录	163
附录 A 移动集中点荷载作用时频域内基本解	163
附录 B 移动集中点荷载作用时基本解系数	165
附录 C 主要符号表	166
参考文献	168

1 绪 论

1.1 工程背景与研究意义

随着经济的发展，运输车辆的载重日益增大，荷载速度也有很大程度提高，如我国兴建的高速铁路，最高车速将超过350km/h。高速列车、地铁所引起的地基土体的振动的问题日益增大，影响的范围也在随之变大，主要表现在以下三个方面：

(1) 高速移动荷载作用下路基的变形特性与普通荷载作用下路基的变形有着很大的差别，地基的沉降随着列车速度的增加而不断加大。据瑞典国家铁路局和其他单位联合进行的高速列车振动的现场测试，高速列车的通过引起了非常大的沉降，已经超过了保证铁路安全运营的界限^[1]。另外，许多学者对高速移动荷载下路基的振动进行了调查研究也发现^[2]，当荷载的移动速度小于土体的表面波速度的一半时，地基的动力位移与静力荷载作用下的位移相差不大，但当荷载的移动速度增大并接近表面波速时，地基的位移将是静力值的5~6倍，产生很大的地面振动与波动。该地面振动并不是由于荷载本身振动引起的，而是由荷载高速移动引起的，这与超音速飞机在跨越声障时机身会产生很大地振动相似，即高速列车诱发的马赫效应。

(2) 高速移动荷载作用下对饱和土体内孔隙水压力、应力分布的影响，由于饱和软土的孔隙中充满液体，其力学机理远比普通的弹性体复杂，当高速列车的车速接近或达到甚至超过土的表面波速时，多孔饱和地基会产生一系列尚未了解的力学行为。

(3) 交通荷载引起的振动对周围环境的影响，如交通车辆对建筑物、对精密仪器正常使用的影响。交通荷载（如轻轨）引起的环境振动，振幅和能量都比较小，从安全的角度讲，它不会造成像地震那样的剧烈损害。但是，这种振动的作用是长期存在和反复发生的。长期作用于建筑物，将引起结构的动力疲劳和应力集中，严重时还会引起结构的整体或局部的动力失稳，如地基产生液化、基础下沉或不均匀下沉，墙体裂缝，建筑物倾斜甚至局部损坏。城市轨道交通及地下铁道运行路线不可避免地会穿过安装有精密仪器的厂房、医院、实验室等对振动特别敏感的区域。当振动达到一定强度时，就会影响这些区域中精密仪器的正常使用。振动对居住在铁路线周围的居民影响很大，不但影响睡眠甚至影响

健康^[3]。

值得指出的是尽管目前已经有很多模型被用来分析高速列车、地铁等交通荷载产生的地面振动^[4,5]，但对交通荷载作用下地基内部动力响应的相关文献较少，而且一般将问题处理为线弹性土的简单几何构形（如均质的半空间）的表面移动载荷问题^[6,7]。对高速移动荷载作用下饱和土的动力特性研究更少^[8,9]。因此利用移动载荷引起的饱和土体动力响应来模拟高速列车、地铁所引起的地基土体的振动具有较强的工程实际背景。

时至今日，为了减轻高速列车及客车等对地面振动及建筑的损害和影响，已经有各种各样的隔振措施，如：开口空沟、充填沟槽、混凝土连续墙、圆柱形的排孔及圆柱形的排桩等。桩基作为一种非连续的硬屏障隔振，在隔振工程中有着广泛的应用。桩基隔振的优点有：不受地下水位和土坡稳定的限制，当入射弹性波的波长很长时（特别是瑞利波），用桩基隔振能较易实现隔振深度大的要求。因此，对桩基和移动载荷相互作用的计算对桩基的隔振设计具有重要意义。此外，由于高速行驶车辆的动力作用，桩基会产生振动，并会受到一定的负摩擦。因此，对这种动力响应的定量计算又对邻近道路的桩基础设计具有重要意义。但是，由于计算上的困难，目前对桩基动力响应的研究只限于桩基在动力基础隔振方面（即载荷位置固定的情形），而对桩基和移动载荷的相互作用则很少有研究^[10,11]。目前的研究对了解桩基对动力基础的隔振效果具有一定的指导意义，但结果却无法考虑移动载荷对桩基的影响，例如：无法考虑载荷的移动速度对桩基隔振效果及动力响应的影响。而且，目前较多文献中的土介质模型都限于线弹性模型，对工程实际中经常遇到的饱和土模型则缺少研究。因此分析饱和土中的桩基和移动载荷的相互作用的研究不仅具有理论上的意义，而且对工程实际具有直接的指导意义。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 移动荷载作用下半空间土体的动力响应问题

土体表面受移动荷载作用下动力响应问题是土木工程、地震工程及交通工程中较为关心的问题之一。早在 20 世纪 50 年代，国外就开始研究移动荷载作用下土体动力响应问题。目前，对线弹性土的简单几何构形（如均质的半空间）的表面移动载荷问题，可利用解析方法进行计算；对复杂几何构形（如地下任意形状的空洞、地面的空沟）受移动载荷作用的动力响应问题，则可利用边界元或有限元等数值方法来计算。

Sneddon^[12]首次考虑了 2-D 均质弹性土表面受移动线分布荷载作用的动力响应问题。Cole 和 Huth^[13]分析了移动线均布荷载作用下弹性半空间体的平面应变问题。Eason^[14]分析了弹性半空间体在移动竖向荷载和水平荷载作用下的应力，

考虑了集中荷载、圆形均布荷载、矩形均布荷载，采用直接积分变换法导出了应力的一维有限积分解析解，并数值计算分析了亚音速荷载作用下弹性半空间体的应力。Alabi^[15]分析了移动倾斜集中荷载作用下弹性半空间体的动力响应，数值积分了亚音速荷载下弹性半空间体的动力响应。Barrois 和 Luco^[6]采用了 Luco 和 Asper 的程序^[16]分析了成层黏弹性半空间体在埋置或表面移动集中恒载作用下的位移和应力，所考虑的速度涵盖了亚音速、跨音速和超音速区间。Grundmann^[17]等人分析了移动周期荷载和简化的列车荷载作用下成层半空间体的动力响应，采用小波分解^[18]计算了积分逆变换。Hung 和 Yang^[7]分析了黏弹性半空间体在移动荷载作用下的动力响应，考虑了移动集中荷载、移动线均布荷载、移动线源均布荷载以及移动线源非均布荷载列车这四种荷载工况，考察了荷载速度对动力响应的影响。

对具有复杂材料性状和几何形状结构的分析中，有限元方法被广泛地应用。但是有限元方法对处理波的传播问题不是很方便，因为它只能在一定的区域内按一定长度进行离散，而不能直接考虑无限边界条件。因此就必须设置人工边界，并在人工边界上加上合适的透射边界条件。例如，文献 [19, 20] 采用有限元结合薄层单元的 2.5-D 有限元方法分析了移动荷载作用下结构与地基振动的二维动力问题。

边界元方法在分析涉及无限或半无限边界的问题时显得特别有优势。这是因为 Green 函数满足 Sommerfeld 放射条件^[21]。因此边界元被应用于众多的结构与土相互作用分析中^[22,23]。但边界元中的一个主要问题是：在有限元模型中的矩阵一般只有有限的带宽，而边界元中的系统矩阵是满矩阵。另外，边界元的系统矩阵是不对称的，需要计算空间内存还是较大^[24,25]。

值得指出的是上述文献一般把土体考虑为弹性土体，忽略了土体中的水相、土颗粒之间的相互耦合作用。众所周知，饱和土体包含孔隙水、土颗粒两种材料。因此，对于饱和土体不能仅仅当作均质的弹性土体。在我国沿海地区的土多属于饱和土，因此用线弹性模型来描述这类土是很粗糙的近似。例如，用线弹性模型来分析饱和土中的移动载荷问题，就无法考虑土体在移动载荷作用下的孔压变化，以及孔压变化对周围土体动力响应的影响。此外，如果地下巷道处在含水岩层中，则使用饱和孔隙介质模型是更合理的选择。Biot^[26,27]于 1956 年提出了孔隙介质含有黏性液体的动力理论，后来 Biot^[28]还把他的理论推广到各向异性介质、饱和黏弹性介质及大变形的情形。Biot 理论提出后在岩土工程、地球物理及石油工业、生物力学中得到广泛的应用和研究。

目前，对 Biot 理论在固定载荷的动力响应问题的研究基本趋于成熟，常用的方法有解析法、有限元方法及边界元法。对无限域或半无限域，边界元方法用得较多，而对有限域问题有限元方法用得较多。在 Biot 理论求解固定载荷问题的边

界元方法中，一般频域法用得较多，即在频域或 Laplace 变换域内建立边界积分方程，然后利用傅里叶或 Laplace 逆变换返回到时域。

Philippacopoulos^[29]应用积分变换和势函数方法研究了饱和土表面作用垂直集中力时的 Lamb 问题。Rajapakse^[30]利用积分变换方法和精确刚度矩阵方法研究了层状弹性半平面饱和土在内部载荷作用下的稳态动力响应。Senjuntichai^[31]利用积分变换方法研究了半无限平面饱和土受水平力或垂直力时的 Green 函数，在数值求解格林函数时利用复模量来减小复数奇点对于沿实轴的积分的影响。国内的王立忠^[32]也利用积分变换方法研究了饱和半空间表面作用垂直集中力时的稳态解。1989 年，Philippacopoulos^[33]利用半空间饱和土表面载荷的解研究了半空间饱和土地基上的刚性圆盘的垂直振动问题。Bougacha^[34]等人利用有限元方法分析了层状多孔饱和地基上刚性基础的垂直振动问题。国内的金波^[35]利用势函数和对偶积分方程方法研究了半空间饱和土上刚体的垂直振动问题。此外，杨峻和吴世明^[36]利用 Laplace-Hankel 积分变换和传递矩阵方法研究了轴对称层状多孔饱和土在表面荷载作用下在时域内的动力响应问题。他们利用积分变换方法得到单层土的传递矩阵，然后通过假定底面位移为零得出了层状地基的动力响应。

和固定载荷问题相比而言，目前为止，Biot 理论在移动载荷问题方面的应用研究非常有限。目前的研究一般都限于利用解析方法或近似方法求解简单几何构形的二维问题的解^[37]。对三维移动载荷问题，即使是稳态的情形也很少有人研究。Valliappan^[38]等人研究了简谐条形荷载作用下 2-D 饱和土体稳态响应。Siddharthan^[39]等人通过近似方法求解 Biot 动力方程并分析了饱和土体动力特性。Jin^[40]等人采用半解析方法研究了移动荷载作用下饱和土体应力、孔隙水压力变化情况。刘干斌^[41]等人研究了二维条件下有限层厚黏弹性饱和土受简谐移动荷载作用的动力问题。

工程实际中土体是分层的，因此层状土体模型更能反映土体特征。早在 20 世纪 50 年代，已开展了层状土体力学性质，如 Haskell^[42]发展了传递矩阵法，Tabatabaie^[43]等人采用有限元法分析了层状饱和土体中波的传播特性。另外，Senjuntichai 和 Rajapakse^[44]由积分变换推导了层状土体中的准确刚度法。对于动力荷载作用下层状土体响应，Apsel 和 Luco^[45]采用了层状土体传递透射矩阵法。该方法的优点是对于层状土体问题中奇异项容易消除，并且该方法能够用于解决高频、各土层性状差异大的动力荷载问题，而一般的方法如有限元法、传递矩阵法对于上述问题很难有较精确的解^[46, 47]。在此基础上，Lu 和 Hanyga^[48]采用传递透射矩阵法研究了垂直简谐点荷载、点流荷载作用下层状饱和土体动力问题。然而，对于移动荷载作用下层状饱和土体动力响应问题求解还很少见报道。

1.2.2 桩土的动力响应

桩基础设计的目的是在静、动载荷（如机器振动、海洋波浪、核动力等）

的作用下，控制桩支撑的结构变形达到许可的一定范围。近年来，较多的学者对动载荷作用下的单、群桩响应作了分析。常用的模型是：将土简化为使用弹簧和粘壶来描述的 Winkler 地基模型，或作为半空间无限弹性连续体模型。而桩则处理成埋在半空间无限土体中的一维刚体。研究方法主要有：有限元方法、边界元方法和半解析方法。另外，对群桩动力问题的研究还建立了动力相互作用因子法等。

采用有限元方法分析了频域内线弹性土中桩的动力响应的文献如：Blaney^[49] 和 Kuhlemeyer^[50] 用有限元方法分析了频域内桩的动力响应。Rajapakse^[51] 基于 Laplace 变换，采用有限元方法分析了多层土中桩受瞬态扭转和轴向荷载作用的动力响应。Flores-Berrones 等人^[52] 基于 Winkler 模型用有限元方法分析了刚性基础条件下端承桩对竖向剪切波的响应。刘忠等人^[53] 利用三维有限元，根据已建立的地基土-单桩系统横向非线性动力相互作用简化分析模型，在动力 Winkler 模型基础上，研究单桩非线性响应，分析了横向惯性荷载作用下，单桩在时域内的动力响应。

边界元方法对初始条件和阻尼设定都可以进行简化处理，且还可以考虑荷载作用时间的影响。在分析桩顶荷载作用下的动力响应得到了较多应用，如文献 [54, 55]。

利用半解析的数值法分析桩顶荷载作用下桩-土体系的响应，最早于 Muki 和 Sternberg^[56, 57] 提出的最严格的数学模型，基于静态轴向荷载从有限长的弹性杆到周围无限弹性介质的经典弹性理论，将三维杆单元当作一维问题来处理建立了杆在连续介质中运动的控制方程。将杆-半空间弹性体分解成虚拟杆和扩展的弹性半空间，扩展的弹性半空间的弹性模量为实际半空间的弹性模量减去虚拟杆的弹性模量。利用虚拟杆与扩展半空间相应位置的应变协调条件可以得到 Fredholm 第二类积分方程，这样可以利用数值法得到问题的解。Freeman 和 Keer^[58]、Luk 和 Keer^[59]、Karasudhi 等^[60] 对此进行了理论研究。

还有一种半解析的数值法基于将土简化为 Winkler 地基模型的分析。如：Novak^[61] 利用 Winkler 地基模型来探讨二维黏弹性连续介质中的刚性圆柱体在简谐荷载作用下的动力反应。Nogami 和 Konagai^[62] 运用 Winkler 模型，分析了时域内单桩在弯矩作用下的动力响应。Makris^[63] 采用 Winkler 模型，分析了瑞利波作用下桩顶自由和桩顶固定时桩的动力响应，指出桩在弹性波作用下其垂直振动的桩土间相对位移远远大于水平振动的相对位移。Nicos 和 George^[64] 运用 Winkler 模型分析了 S 波作用下桩土共同作用的问题。柯瀚^[65] 等人利用 Winkler 模型，研究了双层地基在瑞利波作用下桩土竖向的共同作用；王立忠^[66] 等人采用 Winkler 模型建立了成层地基中桩土相互作用的黏弹性模型；冯永正^[67] 等人分析了双层地基中群桩在瑞利波作用下的横向动力响应。

以上是对桩在弹性半空间受稳态荷载时的动力响应的论述。除此之外，对桩在半空间饱和土中受稳态动力响应也有相关的研究。Bougacha^[34]等人采用有限元方法分析了多孔饱和半空间上刚体的振动问题。金波和徐植信^[35]研究多孔饱和半空间上刚体垂直振动的轴对称混合边值问题。他首先采用 Hankel 变换求解 Biot 波动方程，然后按混合边值条件建立多孔饱和半空间上刚体垂直振动的对偶积分方程，再用 Abel 变换把对偶积分化为易于数值计算的第二类 Fredholm 积分方程，得到了数值结果。Zeng 和 Rajapakse^[68]推广了 Muki 和 Sternberg 的方法来分析均质多孔介质中部分埋入的弹性杆在轴向荷载作用下的稳态动力反应。杆按一维弹性原理来处理，杆的长径比很大，荷载作用范围是低频的。多孔饱和介质采用 Biot 固结方程。杆和周围介质沿接触面是连接的，将杆-多孔介质半空间分解成一个虚拟杆和扩展的多孔半空间。运用 Hankel 积分变换得到 Biot 方程的解析解，引入符合均质垂直荷载作用在弹性半空间内部的位移、应变影响函数，荷载传递问题由 Fredholm 第二类积分方程求解。陈龙珠、陈胜立^[69]采用简化的 Biot 控制方程，求解饱和地基上刚性基础垂直振动的轴对称混合边值问题，进而分析了刚性基础的振动特性及它和饱和土地基的各种参数之间的关系。陆建飞^[70]等人利用 Muki 的方法研究了频域内饱和土中水平受荷单桩的动力问题。

1.2.3 排桩隔振问题的研究

目前关于隔振的研究可分为实验方法及数值方法。现场实验方法，虽然可以得到较接近实际情况的试验结果，但却需要大量的人力与物力，且影响参数不易更动，受限于当时条件范围，而采用数值方法因易于进行分析参数，因此以数值方法来进行隔振的研究有越来越多的趋势。

在实验方面，Barkan^[71]最早以钢板桩及开口槽沟来阻隔由交通荷载所传来振动，但未达到有效的隔振效果。后来 McNeill^[72]等人利用钢板墙作为稳定支撑有效地达到隔振效果。Woods^[73]提出有关开口槽沟隔振试验报告，定义了振幅降低比来表示槽沟附近地表的隔振效果。另外，Woods^[74]等人采用了全像摄影技术的原理仿真半平面空间的振动，观察中空圆柱屏障被动隔振效果，整理出中空圆柱屏障的被动隔振准则。Liao 和 Sangrey^[75]研究声波在流体介质中以模型桩作为屏障，分析排桩作为被动隔振屏障的可能性。Haupt^[76]使用开口槽沟、混凝土填充槽沟、一排空心桩作为隔振机制的模型试验进行隔振效果分析试验。

常用的数值方法主要有有限差分法、有限元法及边界元法等。

采用有限差分法分析计算弹性半空间设置屏障后的隔振效果的有：Aboudi^[77]认为地表存在屏障将影响瑞利波的波动行为；Fuyski 和 Matsumoto^[78]使用有限差分法，配合不反射边界特殊处理，研究瑞利波遇到开口槽沟后造成的波形转换。

有限元法也同样广泛用来分析弹性半空间设置屏障后的隔振效果。Wass^[79]以特殊元素模拟边界的辐射条件，使用有限元法研究了槽沟阻隔水平剪切波的影响。考虑土体的层状性对隔振效果的影响，Lysmer 和 Waas^[80]采用集总质量法分析和评价了空沟、充填膨润土泥浆在层状土体中的隔振效果。Segol^[81]采用具有特定无反射边界的有限元法（FEM）研究了上述问题。Leung^[82,83]等人调查了层状土体中空沟及填充沟的隔振效果。May 和 Bolt^[84]以有限元法探讨双层土中开口槽沟对水平剪切波（SH 波）的隔振效果。

Emad 和 Manolis^[85]采用边界元法配合常数元素研究矩形与圆形的开口槽沟隔振效应，但仅针对某些特定位置位移振幅的增加或减少作隔振效果评估。Beskos^[86]等人利用同样的方法讨论开口槽沟或填充槽沟的隔振效果，他们认为开口槽沟隔振效率优于填充槽沟。Dasgupta^[87]等人以三维频率域边界元法配合全无限域基本解分析刚性地表基础受到简谐荷载，探讨开口槽沟或填充槽沟隔振情形。Ahmad^[88]等人利用边界元法研究开口槽沟与填充槽沟在水平或垂直振动模式下的隔振效率，并提出一些简化设计的方法。Klein^[89]等人以三维频率域边界元素法，研究开口槽沟的隔振效果，并和现场量测的结果作对照。其分析结果显示槽沟深度仍然是主要的控制参数。

尽管采用沟（空沟或有填充物）隔振效果比排桩效果好，但只适用于沟深度不大情况，主要是由于开沟要考虑到沟两侧坡度稳定，特别是当土体是地下水位浅、富水情况。然而，众所周知，土体中瑞利波的传播是长波，要求隔振效果越好，必然要求沟越深，这在工程实践中是不实际的。在这种情况下，由于排桩长度的适用性，采用排桩是较好的隔振工程措施。然而，分析时间空间域内排桩的隔振效果是 3-D 复波散射问题，较难用数值解析的方法。因此，研究和分析频域内排桩的隔振效果的文献比较少。Woods 等人^[73,74]通过实验及观测黏弹性土体中排桩隔振效果，提出了采用排桩隔振设计的基本理论。Avilles 和 Sanchez-Sesma^[90]研究 8 根实心排桩对 P 波（压缩波）、SH 波（水平剪切波）、SV 波（垂直剪切波）的隔振效应。而且 Avilles 和 Sanchez-Sesma^[91]针对 SV 波或瑞利波遇到圆形断面实心排桩，研究其排桩后方地表位移振幅降低比分布情形，文献 [91] 也分别讨论无限桩长的二维情况与有限桩长的三维情况。Baroomeand 和 Kaynia^[92]利用半解析法分析了排桩对瑞利波的隔振效果。Kattis^[93]等人利用三维频率域边界元法分析一排圆形断面或方形断面的孔洞与混凝土排桩隔振效果。为了减小排桩隔振模型计算的复杂性，Kattis^[94]等人推导了一种用沟隔振效果分析代替排桩隔振效果的方式。Tsai^[95]分析了四种类型的圆形截面排桩对无质量方形基础振动的隔振效果。文献 [96] 分析了二排、三排桩对地面振动的隔振效果。

对于时间域内的排桩隔振分析，Ju 和 Lin^[97]采用 3-D 有限元法模拟了高速车辆引起地面振动及通过加固地基土体、在路基下埋入隔振装置的两种隔振方案的

隔振效果。Andersen 和 Nielsen^[98]应用边界元与有限元耦合的方法分析了移动简谐荷载的振动效果。Celebi 和 Schmid^[99]探讨了移动荷载作用下 3-D 轨道-地基系统中波的传播问题。Karlström 和 Boström^[100]讨论了时间域内全 3-D 的沟两侧或一侧的隔振效果。

从上述文献分析可知，在隔振分析时，目前一般把地基土体当作均质或层状的弹性土体^[101,102]。众所周知，对于含有地下水的饱和土体，采用水、土相的饱和土体模型更接近于实际。并且考虑水相的作用，孔压对地基土体的液化失效、桩基的失稳都有重要的影响。然而，考虑地基为饱和土体，对排桩的隔振效果影响的文献目前还未见报道。另外，在某些情况下，对于层状土体中桩受动力荷载作用的问题，一般方法有：有限元法、传递矩阵法、精确刚度法是不能够很好解决，主要是在高频、层间差异较大等会使一般方法形成的矩阵存在病态，得不到精确解。而采用传递、透射矩阵法能够有效克服此现象。尽管目前人们采用传递、透射矩阵法分析了层状土体地基的响应问题，但在文献中采用传递、透射矩阵法研究层状土体地基中排桩的隔振效果分析的文献也同样还未见报道。较多文献为饱和土体中单、群桩顶受轴、横向简谐荷载作用的研究。如：Zeng 和 Rajapakse^[68]利用 Biot 理论^[26,28]分析和研究了稳态轴向简谐荷载作用下单桩的动力响应。Wang^[103]等人对饱和土体中群桩动力响应作了分析。Jin^[104]研究了水平荷载作用下饱和土体中桩的动力响应。

2 移动荷载作用下饱和土体动力响应

本章根据 Biot 理论和积分变换法，推导了层状饱和土体动力响应的传递、透射矩阵法（TRM），利用该方法分析了具有任意速度的移动荷载作用下层状饱和土体响应问题。

2.1 Biot 理论控制方程及 Helmholtz 矢量分解

根据饱和土体理论^[26~28]，孔隙介质有如下的本构方程：

$$\sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}e + 2\mu\varepsilon_{ij} - \alpha\delta_{ij}p_f \quad (2-1)$$

$$p_f = -\alpha Me + M\vartheta \quad (2-2)$$

$$e = u_{i,j}, \vartheta = -w_{i,j}, w_i = \phi(U_i - u_i) \quad (2-3)$$

式中 σ_{ij} —— 土体的应力， $i, j = 1, 2, 3$ ；

λ, μ —— 土体的 Lame 常数；

δ_{ij} —— 克罗奈克符号， $i, j = 1, 2, 3$ ；

ε_{ij} —— 土体的应变张量， $i, j = 1, 2, 3$ ；

p_f —— 孔隙水压力；

α, M —— 分别为与饱和孔隙介质压缩有关的 Biot 参数；

e, ϑ —— 分别为土骨架体积应变和单位孔隙介质的流体体积增加量；

$w_{i,j}$ —— 流体的渗透位移， $i, j = 1, 2, 3$ ；

u_i, U_i —— 分别为土体与流体的平均位移；

ϕ —— 孔隙介质的孔隙率。

孔隙介质的运动方程可用位移 u_i, w_i 表示为：

$$\mu u_{i,jj} + (\lambda + \alpha^2 M + \mu) u_{j,ji} + \alpha M w_{j,ji} = \rho \ddot{u}_i + \rho_f \ddot{w}_i \quad (2-4)$$

$$\alpha M u_{j,ji} + M w_{j,ji} = \rho_f \ddot{u}_i + m \ddot{w}_i + b_p \dot{w}_i \quad (2-5)$$

$$m = \alpha_\infty \rho_f / \phi$$

式中 ρ, ρ_f —— 分别为孔隙介质密度和流体密度；

α_∞ —— 孔隙介质弯曲系数；

b_p ——土骨架与流体间的相互作用力, $b_p = \eta/k$, η 为孔隙介质黏性系数, k 为孔隙介质的动力渗透系数。

利用 Helmholtz 矢量分解的方法及傅里叶积分变换式, 频域内的土体位移 \bar{u}_i 有如下形式:

$$\bar{u}_i = \bar{\varphi}_{,i} + e_{ijk} \bar{\psi}_{k,j} \quad (2-6)$$

式中 上标 $-$ —— $t \rightarrow \omega$ 的傅里叶变换;

$\bar{\varphi}_{,i}$, $\bar{\psi}_k$ ——分别为变换域内土体位移的标量势和矢量势, $k = 1, 2, 3$;

e_{ijk} ——Ricci 符号。

矢量势 $\bar{\psi}_k$ 满足正则条件:

$$\bar{\psi}_{i,i} = 0 \quad (2-7)$$

由于饱和土中存在两种 P 波 (P_1 和 P_2), \bar{u}_i 可进一步简化为:

$$\bar{u}_i = \bar{\varphi}_{,i} + e_{ijk} \bar{\psi}_{k,j} = \bar{\varphi}_{f,i} + \bar{\varphi}_{s,i} + e_{ijk} \bar{\psi}_{k,j} \quad (2-8)$$

式中 $\bar{\varphi}_f$, $\bar{\varphi}_s$ —— P_1 波和 P_2 波的标量势;

$\bar{\psi}_k$ ——剪切波的矢量势。

根据 Bonnet^[105] 的分析, 孔压有如下形式:

$$\bar{p}_f = A_f \bar{\varphi}_{f,ii} + A_s \bar{\varphi}_{s,ii} \quad (2-9)$$

式中 A_f , A_s ——由 Biot 控制方程所确定的两个常数。

由式(2-2)、式(2-5)、式(2-8)、式(2-9)可得:

$$\begin{aligned} & [(\lambda + 2\mu - \beta_2 A_f) \bar{\varphi}_{f,ij} + \beta_3 \bar{\varphi}_f]_{,i} + \\ & [(\lambda + 2\mu - \beta_2 A_s) \bar{\varphi}_{s,ij} + \beta_3 \bar{\varphi}_s]_{,i} + \\ & e_{iml} [\mu \bar{\psi}_{i,jj} + \beta_3 \bar{\psi}_i]_{,m} = 0 \end{aligned} \quad (2-10)$$

由式(2-10)可得:

$$(\lambda + 2\mu - \beta_2 A_f) \bar{\varphi}_{f,ij} + \beta_3 \bar{\varphi}_f = 0 \quad (2-11)$$

$$(\lambda + 2\mu - \beta_2 A_s) \bar{\varphi}_{s,ij} + \beta_3 \bar{\varphi}_s = 0 \quad (2-12)$$

$$\mu \bar{\psi}_{i,jj} + \beta_3 \bar{\psi}_i = 0 \quad (2-13)$$

其中

$$\beta_3 = \rho \omega^2 - \rho_f \omega^2 / \beta_1$$

$$\beta_2 = \alpha - \rho_f \omega^2 / \beta_1$$

$$\beta_1 = m \omega^2 - i b_p \omega$$