

启东中学

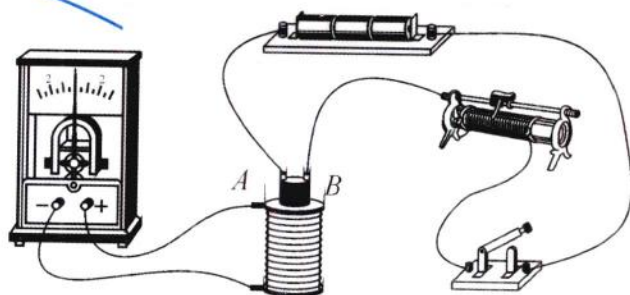
奥赛

训练教程

高中
物理

丛书主编 王 生

本册主编 王建忠



南京师范大学出版社
NANJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

启东中学

QIDONGZHONGXUEAOSAIXUNLIANJIAOCHENG

奥赛 训练教程

高 中 物 理

主

副:

作 者 (按编写章节顺序排列)

邱成新 王健森 晓 觉

王兴周 黄鹤松 张 辉

薛 辉 郁红京 陆建红

王建忠

第四版修订 王建忠



南京师范大学出版社
NANJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

启东中学奥赛训练教程. 高中物理 / 王建忠主编. —4
版. —南京: 南京师范大学出版社, 2013. 4
ISBN 978-7-5651-1101-3

I. ①启… II. ①王… III. ①中学物理课—高中—教
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 284963 号

书 名	启东中学奥赛训练教程·高中物理
主 编	王建忠
责任编辑	倪晨娟
出版发行	南京师范大学出版社
地 址	江苏省南京市宁海路 122 号(邮编:210097)
电 话	(025)83598919(传真) 83598412(营销部) 83598297(邮购部)
网 址	http://www.njnup.com
电子信箱	nspzbb@163.com
印 刷	扬州市文丰印刷制品有限公司
开 本	787 毫米×1092 毫米 1/16
印 张	27.75
字 数	678 千
版 次	2013 年 4 月第 4 版 2013 年 4 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 978-7-5651-1101-3
定 价	49.00 元

南京师大版图书若有印装问题请与销售商调换
版权所有 侵犯必究

王建忠 1960年2月生,1982年1月毕业于南京师范学院物理系,教授级中学高级教师。现执教于国家级示范高中——江苏省启东中学。荣获“全国教育系统劳动模范”,江苏省有突出贡献的中青年专家,江苏省物理特级教师,南通市首批“名教师”,南通市人民政府首届“园丁奖”,南通市“优秀共产党员”等荣誉。担任中国物理学会第九、十届教学委员会委员,江苏省物理学会理事,南通市物理学会副理事长,南通市高中物理教育专家组成员。在全面提高教学质量的前提下,注重对学生个性特长的培养。1995年至2007年,所带四届高中理科实验班就有四人入选国家代表队。陈宇翱同学参加第29届(1998年)国际中学生物理奥林匹克竞赛,以“实验第一”、“总分第一”



摘取金牌,国际竞赛委员会授予他“绝对冠军”称号,取得了中国学生参加国际物理竞赛以来的个人最好成绩,填补了中国学生国际物理竞赛个人实验成绩第一的空白;施陈博、李真、钱秉玺同学分别夺得第32届(2001年)、35届(2004年)、38届(2007年)国际中学生物理奥林匹克竞赛的金牌。是江苏省第一个培养出四位学生夺得国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌的指导老师。主编了《高中物理总复习教与学》《特级教师教学优化设计》等多部教辅材料,参与教育科学出版社的课标教材的编写,并曾在《物理教学》《中学物理》《物理通报》等杂志上发表教育教学论文二十多篇。

出版说明

江苏省启东中学是一所面向启东市(县级市)招生的四星级高中,也是中国百强中学之一,近年来取得的累累硕果引起教育界乃至全社会的关注。

1995年“世界第一才女”毛蔚同学夺得了第26届国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌,成为该项赛事开赛以来第一位获得金牌的女生;1996年蔡凯华同学在第37届国际中学生数学奥林匹克竞赛中夺得银牌,周璐同学获第28届国际中学生化学奥林匹克竞赛银牌;1998年陈宇翱同学在第29届国际中学生物理奥林匹克竞赛中荣获金牌;2001年施陈博同学夺得第32届国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌,同年,陈建鑫同学夺得第42届国际中学生数学奥林匹克竞赛金牌;2002年樊向军同学获第33届国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌,同张峰一起获亚洲物理奥林匹克竞赛金牌;2003年倪犇博同学获第35届国际中学生化学奥林匹克竞赛金牌;2004年李真同学获第35届国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌;2006年朱力获第37届国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌;2007年钱秉玺获第38届国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌,并被授予“全国优秀共青团员”称号;2012年李天然同学获第44届国际中学生化学奥林匹克竞赛金牌。

一所长江北岸、黄海之滨的农村中学,连续多年在不同学科的竞赛中摘金夺银,学校高考成绩也是令人惊讶的出色,被誉为“奥赛金牌的摇篮,清华北大的生源基地”。

“启东中学现象”自然也成为出版界瞩目的焦点,与“黄冈”一样,“启东”很快成为教辅出版的热门题材。南京师范大学出版社较早注意到了启东中学教育、教学方面取得的卓然成绩,应该说,建社以来的多套双效图书中都有启东中学教学成果的反映,如《向45分钟要效益》《特级教师优化设计》《奥林匹克竞赛指导》《一课一练》等。把启东中学奥赛作为一个系列出版发行,是我社依托名校名师,实施“名品”战略迈开的又一新步伐。

迈开这一步,是我社与启东中学多年合作的结果,倚天时地利人和的优势,水到而渠成。

迈开这一步,是广大读者对南京师范大学出版社的热切期盼。读者对南京师范大学出版社“理念教辅”、“名品教辅”的关心与厚爱以及他们的需求,已成为我们的第一动力。

初中、高中各科《启东中学奥赛训练教程》以相应教材内容为基础,根据竞赛大纲并结合启东中学学生使用的新教材和各科竞赛辅导经验而编写,将竞赛与升学结合起来,尤其重视基础知识的学习和基本思维方法的培养,由浅入深,循序渐进。《启东中学奥赛精题详解》则将《启东中学奥赛训练教程》中的包括原创题目在内的对应习题给出详尽的解答,方便配套使用。

本丛书主编为启东中学校长王生博士,各分册的主编均是启东中学金牌教练,参加编写的老师长期从事一线教学和竞赛辅导工作,有丰富的经验和成功的方法。

我们期待广大读者能从这套书中感受启东中学的努力,领略启东中学的风采,解读启东中学的奥秘,欣赏启东中学的智慧,分享启东中学的成功!

南京师范大学出版社

目 录

第一章 力 物体的平衡

§ 1.1 力 共点力作用下物体的平衡	1
§ 1.2 有固定转动轴物体的平衡	6
§ 1.3 一般物体的平衡	9
§ 1.4 物体平衡的种类	13
§ 1.5 液体静平衡	17
§ 1.6 综合题解	20

第二章 物体的运动

§ 2.1 运动学的基本概念 直线运动	29
§ 2.2 运动的合成与分解 相对运动	33
§ 2.3 抛体运动	36
§ 2.4 质点的圆周运动 定轴转动	40
§ 2.5 综合题解	45

第三章 运动定律

§ 3.1 牛顿定律	55
§ 3.2 牛顿定律在曲线运动中的应用	59
§ 3.3 惯性力	63
§ 3.4 万有引力 天体的运动	66
§ 3.5 转动定律	71
§ 3.6 综合题解	74

第四章 动量 角动量

§ 4.1 动量与冲量 动量定理	80
------------------	----

§ 4.2	动量守恒定律	86
§ 4.3	角动量 角动量守恒定律	95
§ 4.4	综合题解	102

第五章 机械能

§ 5.1	功和功率	113
§ 5.2	动能 动能定理	117
§ 5.3	势能	121
§ 5.4	功能原理和机械能守恒定律	126
§ 5.5	碰撞	129
§ 5.6	质心与质心运动定理	134
§ 5.7	综合题解	138

第六章 机械振动和机械波

§ 6.1	简谐运动	144
§ 6.2	振动能量与共振	151
§ 6.3	机械波	158
§ 6.4	综合题解	164

第七章 分子运动论与热力学定律

§ 7.1	分子运动论	173
§ 7.2	热力学第一定律	177
§ 7.3	热传递 热力学第二定律	181
§ 7.4	综合题解	186

第八章 物体的性质

§ 8.1	固体的性质	193
§ 8.2	液体的性质	196
§ 8.3	气体的性质	200
§ 8.4	理想气体状态变化的特殊过程	205
§ 8.5	综合题解	210

第九章 物态变化

§ 9.1 汽化和液化	220
§ 9.2 空气的湿度	224
§ 9.3 熔解和凝固 升华和凝华	228
§ 9.4 综合题解	231

第十章 静电场

§ 10.1 电场与电场强度	237
§ 10.2 电势	242
§ 10.3 电容器	248
§ 10.4 静电场的能量	253
§ 10.5 电场中的导体与电介质的极化	258
§ 10.6 综合题解	262

第十一章 稳恒电流

§ 11.1 部分电路欧姆定律	269
§ 11.2 含源电路欧姆定律	274
§ 11.3 电表、惠斯通电桥与补偿电路	279
§ 11.4 物质的导电性	283
§ 11.5 综合题解	290

第十二章 磁场

§ 12.1 磁场对电流的作用	301
§ 12.2 磁场对运动电荷的作用力	305
§ 12.3 综合题解	314

第十三章 电磁感应

§ 13.1 法拉第电磁感应定律	320
§ 13.2 自感与互感	327
§ 13.3 综合题解	332

第十四章 交流电 电磁波

§ 14.1	交流电	341
§ 14.2	交流电路 整流与滤波	347
§ 14.3	电磁振荡 电磁波	352
§ 14.4	综合题解	357

第十五章 光 学

§ 15.1	光的反射	362
§ 15.2	光的折射	366
§ 15.3	薄透镜成像	371
§ 15.4	简单光学仪器	374
§ 15.5	波动光学	379
§ 15.6	光的粒子性	383
§ 15.7	不确定关系	387
§ 15.8	综合题解	389

第十六章 原子和原子核

§ 16.1	原子的结构	397
§ 16.2	原子核	401
§ 16.3	综合题解	407

第十七章 狭义相对论初步

§ 17.1	狭义相对论运动学	411
§ 17.2	狭义相对论动力学	417
§ 17.3	综合题解	420

参考答案	425
------------	-----

第一章 力 物体的平衡

§ 1.1 力 共点力作用下物体的平衡



知识提要

1. 力的基本概念

力是物体与物体的相互作用. 力是矢量, 大小、方向和作用点为力的三要素.

力的作用效果有两种: 一是使物体发生形变, 二是使物体的运动状态改变.

2. 重力

重力是由于地球的吸引而使物体受到的力, 方向竖直向下. 重力实际上是地球对物体引力的一个分力(另一个分力提供物体随地球自转所需的向心力). 重力与地球的纬度、离地的高度有关(在地球表面附近可认为重力保持不变).

3. 弹力

物体发生弹性形变时, 由于要恢复原状, 会对跟它接触的物体产生力的作用, 这种力叫弹力. 在弹性限度内, 弹簧的弹力与弹簧的形变量(伸长量或缩短量)成正比.

$$F = -kx,$$

式中 k 为劲度系数, 由弹簧的材料和几何尺寸决定; x 表示形变量; 负号表示弹力的方向与形变的方向相反.

当劲度系数分别为 $k_1, k_2, k_3, \dots$ 的若干弹簧串联使用时, 等效劲度系数为 k , 则 $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots$, 即弹簧变软; 反之, 若以上弹簧并联使用时, 其等效劲度系数可表示为 $k = k_1 + k_2 + \dots$, 即弹簧变硬.

注意: 弹簧串并联不能仅由几何连接方式直观判断, 例如图 1-1-1 中两弹簧几何上串成一条直线, 但其为并联, 图 1-1-2 中两根弹簧既非串联也非并联.

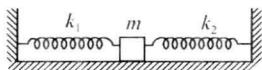


图 1-1-1

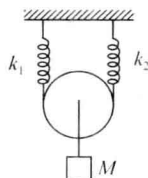


图 1-1-2

弹簧的串联应指各个弹簧的弹力 F_i 相同且等于系统弹性力 F , 各弹簧的形变 Δl_i 之和等于系统形变量 Δl 的连接方式. 弹簧的并联, 应指各个弹簧的弹力 F_i 方向相同, 它们的和

等于系统弹性力 F , 各个弹簧的形变量绝对值 $|\Delta l_i|$ 相同且等于系统形变量绝对值 $|\Delta l|$ 的连接方式.

4. 摩擦力

摩擦力分为滑动摩擦力和静摩擦力两种, 当一个物体在另一个物体表面有相对运动或相对运动趋势时, 所产生的阻碍相对运动或相对运动趋势的力, 方向沿接触面的切线且与相对运动或相对运动趋势方向相反.

滑动摩擦力的大小由公式 $f = \mu N$ 计算, 滑动摩擦因数 μ 是由接触面的情况和材料决定. 静摩擦力 f_s 的大小是可变的, 范围在 $0 < f_s \leq f_m$ 之间, 式中 f_m 为最大静摩擦力, 其值为 $f_m = \mu_s N$, 式中的 μ_s 为静摩擦因数, 一般情况下, μ_s 略大于 μ , 在没有特别指明的情况下可认为 $\mu_s = \mu$.

5. 力的基本性质

(1) 力的矢量性: 力是矢量, 其合成与分解遵循平行四边形定则. 如果是多个共点力的合成可用多边形法则: 把各个力依次首尾相接, 最后从第一个力的始端指向最末一个力终端的有向线段即表示合力(图 1-1-3).

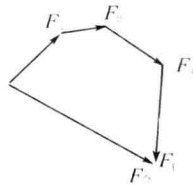


图 1-1-3

(2) 力的可传递性: 作用于刚体(大小与形状均不变的物体, 刚体是一种理想模型)的力, 其作用点可沿作用线移至刚体内任意一点, 而不改变对刚体的作用.

6. 共点力作用下物体的平衡条件

如果几个力作用在物体上同一点或几个力的作用线交于一点, 这几个力叫做共点力. 如果物体只受三个力作用, 一般根据两个力的合力与第三个力等大反向作出平行四边形. 解决物理问题, 处理方法有勾股定理(直角三角形)、正弦定理和余弦定理, 有时也根据相似三角形的关系列方程. 如果物体受到三个以上的共点力作用, 一般可用正交分解法.

物体的平衡包括静平衡和动平衡, 即有静止、匀速直线运动、匀速转动三种平衡状态.

在共点力作用下物体的平衡条件是: 物体所受外力的合力为零.

7. 三力汇交原理

一个物体受到同一平面内三个非平行力的作用而处于平衡状态, 则三个力必为共点力.

8. 摩擦角

用 f 表示滑动摩擦力(或最大静摩擦力), N 表示正压力, 则定义 $\varphi = \arctan \frac{f}{N}$ 叫做滑动摩擦角(或静摩擦角). 由摩擦因数定义知, $\varphi = \arctan \mu$.

在接触面的性质确定之后, 摩擦角的大小是一定的.

如果把支持力与摩擦力的合力叫做支撑面对物体的“全约束反力”, 简称“全反力”, 则全反力与支撑面法线的夹角即为摩擦角, 如图 1-1-4.

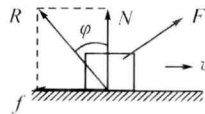


图 1-1-4



解题指导

例 1 如图 1-1-5, 一匀质直棒, 倾斜地放在半球形碗内, 棒在过球心的竖直平面内. 球心到棒两端的射线所张的角为 2α , 棒与碗表面间摩擦因数 $\mu = \tan \beta$. 求棒与水平面的最大倾角 θ .

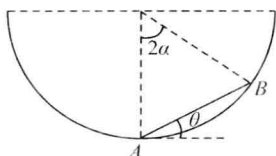


图 1-1-5

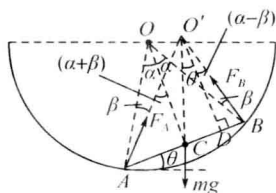


图 1-1-6

解析 最大倾角 θ 是棒平衡的临界倾角, 此时 A、B 两端同时达到临界状态, 摩擦力都达到最大静摩擦力.

棒在 A、B 处的全反力 F_A 、 F_B 及重力 mg 三力作用下平衡, 由三力汇交原理, 作出图 1-1-6. 由摩擦角的定义, F_A 、 F_B 与法线的夹角均为 β , 有关角度见图. 由几何关系, 有

$$\tan \theta = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}.$$

$$\text{而} \quad \overline{CD} = \overline{CB} - \overline{DB} = \overline{AC} - \overline{DB} = (\overline{AD} - \overline{CD}) - \overline{DB}.$$

$$\text{即} \quad \overline{CD} = \frac{1}{2}(\overline{AD} - \overline{DB}).$$

$$\tan \theta = \frac{1}{2} \left(\frac{\overline{AD}}{\overline{OD}} - \frac{\overline{DB}}{\overline{OD}} \right) = \frac{1}{2} [\tan(\alpha + \beta) - \tan(\alpha - \beta)].$$

评析 摩擦角是一个几何参量, 是对摩擦力的一种几何描述. 巧妙利用摩擦角知识, 可避开繁琐的平衡方程, 为解题带来方便.

例 2 半径为 R 的光滑刚性球固定在水平桌面上. 有一质量为 M 的圆环状均匀弹性细绳圈, 原长为 $2\pi a$, $a = \frac{R}{2}$, 绳圈的劲度系数为 K . 现将绳圈从球的正上方轻放到球上, 并使绳圈沿球表面向下平移, 绳圈伸长, 先用手扶着绳圈使其各部分都在同一水平面内, 松手后绳圈最后能停留在某平衡位置, 如图 1-1-7 所示.

(1) 设平衡时绳圈长 $2\pi b$, $b = \sqrt{2}a$, 求 K 值.

(2) 若 $K = \frac{Mg}{2\pi^2 R}$, 求绳圈的平衡位置.

解析 (1) 设平衡时绳圈位于球面上相应于 θ 角 (如图 1-1-8) 的纬线上, 在绳圈上任取一小段, 长为 $b\Delta\varphi$, 质量为 $\Delta m = \frac{M}{2\pi b} \cdot b\Delta\varphi = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} M$ ($\Delta\varphi$ 很小).

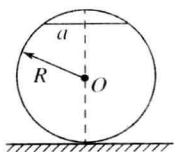


图 1-1-7

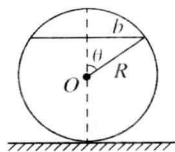


图 1-1-8

这一小段绳圈在水平面内,两端受张力 T 的作用;竖直平面内受重力 Δmg ,方向竖直向下;球面的支持力为 N ,方向沿半径 R 指向球外. 正视图 and 俯视图分别如图 1-1-9(a) 和 (b) 所示.

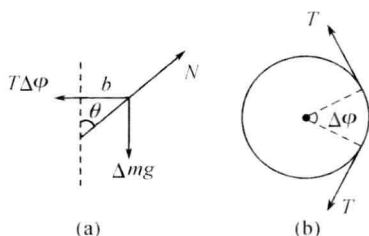


图 1-1-9

由于 $\Delta\varphi$ 很小, $\sin \frac{\Delta\varphi}{2} \approx \frac{\Delta\varphi}{2}$, 因此两端张力的合力为 $2T \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \approx T \Delta\varphi = 2\pi K(b-a) \cdot \Delta\varphi$, 位于水平面内, 指向

绳圈的圆心. 重力 Δmg 、球面支持力 N 和张力合力 $T \Delta\varphi$ 都在同一平面内. 当绳圈处于平衡状态时, 这三个力的合力为零, 可得

$$\begin{cases} N \sin \theta - T \Delta\varphi = 0, & \text{①} \\ N \cos \theta - \Delta mg = 0. & \text{②} \end{cases}$$

由①②两式, 得

$$\tan \theta = \frac{T \Delta\varphi}{\Delta mg} = \frac{2\pi K(b-a) \cdot \Delta\varphi}{\frac{\Delta\varphi}{2\pi} Mg} = \frac{4\pi^2 K(b-a)}{Mg}. \quad \text{③}$$

又因为

$$\tan \theta = \frac{b}{\sqrt{R^2 - b^2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}R}{2}}{\sqrt{R^2 - (\frac{\sqrt{2}}{2}R)^2}} = 1.$$

由③式, 有

$$K = \frac{Mg \tan \theta}{4\pi^2(b-a)} = \frac{Mg}{4\pi^2(\frac{\sqrt{2}}{2}R - \frac{R}{2})} = \frac{(\sqrt{2}+1)Mg}{2\pi^2 R}.$$

(2) 若 $K = \frac{Mg}{2\pi^2 R}$, 将它代入③式, 得

$$\tan \theta = \frac{2(b-a)}{R},$$

其中

$$b = R \sin \theta, a = \frac{R}{2}.$$

即

$$\tan \theta = \frac{2}{R} (R \sin \theta - \frac{R}{2}) = 2 \sin \theta - 1,$$

则

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 2 \sin \theta - 1, \sin 2\theta = \sin \theta + \cos \theta.$$

上式平方后得

$$\sin^2 2\theta = \sin 2\theta + 1. \quad \text{④}$$

在 $\theta \leq 90^\circ$ 的范围内, $0 \leq \sin 2\theta \leq 1$, ④式无解, 即此时在球面上不存在平衡位置. 实际情

况是绳圈落到地面,绳圈的长度为原长.



解题训练

1. 半径为 R 的光滑圆环固定在某竖直平面内,三边长分别为 $2R, \sqrt{3}R, R$ 的匀质三角板放在环内,静止地处于平衡状态,如图 1-1-10,则三角板 $2R$ 长边与圆环水平直径的夹角 $\theta =$ _____.

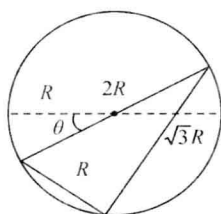


图 1-1-10



图 1-1-11

2. 如图 1-1-11 所示,一根绳子铺在两个均与水平面成 θ 角的斜面上(θ 值任意).绳子的质量均匀分布,且其与斜面的摩擦因数为 1. 此系数具有左右对称性,平衡时不接触斜面部分占据整条绳子份额的最大可能值是 _____,此时的 θ 值是 _____.

3. 不同材料制成的两物体 m_1, m_2 的质量相等, $m_1 = m_2 = m$. 两物体用轻杆相连,放在斜面上,轻杆与斜面不接触,如图 1-1-12 所示. 两物体与斜面间的摩擦因数分别为 μ_1, μ_2 , μ_1, μ_2 与斜面倾角的关系为 $\tan \alpha = \sqrt{\mu_1 \mu_2}$. 试求两物体同时有最大静摩擦力时,杆与斜面上最大倾斜线 AB 的夹角 θ 的余弦值.

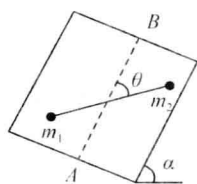


图 1-1-12

4. 三个半径均为 r 、质量相等的球放在一个半球形碗内,现把第四个半径也为 r 、质量也相等的相同球放在这三个球的正上方,要使四个球都能静止,半球形碗的半径应满足什么条件?(不考虑各处摩擦)

5. 有一半半径为 R 的圆柱体水平地横架在空中,有质量为 m_1 与 m_2 ($m_1 = 2m_2$) 的两个小木块,用长为 $\frac{\pi}{2}R$ 的细线相连,成为一个系统. 木块的大小可以忽略,它与圆柱表面的静摩擦因数 μ ($\mu < 1$). 细线无质量、柔软且不可伸长. 系统横跨在圆柱上, m_1 在右边,细线贴在圆柱面上,与圆柱表面无摩擦,横截面如图 1-1-13 所示.

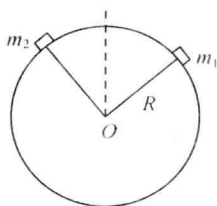


图 1-1-13

现使圆柱绕轴线沿顺时针方向极缓慢地旋转,直至某一位置时,柱上系统将要开始滑落,由此位置开始,再极缓慢地沿逆时针方向转动圆柱体,问转过多大角度后,系统开始从左边滑落?(角度可用反三角函数表示)

§ 1.2 有固定转动轴物体的平衡



知识提要

1. 力矩

力与力臂(转动轴到力的作用线之间的距离)的乘积称为力矩,记为 $M=FL$,它是使物体绕轴转动状态发生改变的原因,单位为 $\text{N} \cdot \text{m}$. 物体绕轴转动有两个不同的转向,如规定逆时针方向转动为正,则凡使物体顺时针转动的力矩取负值.

如果力 F 既不在垂直于转轴的平面内,又不平行于转轴,则可以将力 F 分解,其中一个分力 F_2 的方向和转轴平行,它对转轴的力矩为零;另一个分力 F_1 在和转轴垂直的平面内,它对转轴的力矩等于力臂 L 和 F_1 的乘积,这个力矩也是力 F 对转轴的力矩.

2. 力偶与力偶矩

作用在物体上的大小相等、方向相反、作用线平行的两个力组成一对力偶. 力偶对物体不产生平动作用,只有转动作用,其转动作用的大小由力偶矩来度量. 力偶矩的大小等于力与力偶臂的乘积,力偶臂等于两个平行力的作用线之间的距离,如图 1-2-1.

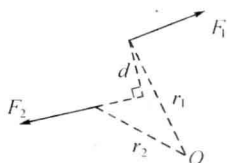


图 1-2-1

力偶矩与所选择的轴无关.

3. 有固定转动轴物体的平衡条件

作用在物体上的各力对轴的力矩的代数和等于零.



解题指导

例 1 人对均匀细杆的一端施力,力的方向垂直于杆,要将杆从地板上慢慢地无滑动地抬到竖直位置,试求杆与地板间的最小摩擦因数.

解析 人将杆缓慢抬起过程中,地板对杆作用的弹力和摩擦力都会不断发生变化,因此,抬起至某一位置时可能要发生滑动. 解题的关键是需找到何处最易滑动.

解法一 用力矩平衡条件求.

当杆与水平面成倾斜角 α 时,受力如图 1-2-2 所示,设杆长为 $2l$,取重力和人作用于杆的力 F 作用线的交点 O 为轴. 根据平衡条件得

$$Nl \cos \alpha = fl(1/\sin \alpha + \sin \alpha) = fl \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha}.$$

因此

$$f = N \cdot \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} = N \cdot \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = N \cdot \frac{1}{2 \tan \alpha + \cot \alpha}.$$

要使杆不滑动,须满足 $f \leq \mu N$,

$$\text{即} \quad \mu \geq \frac{1}{2 \tan \alpha + \cot \alpha}.$$

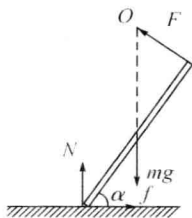


图 1-2-2

因为 $2 \tan \alpha \cot \alpha = 2$ 为正值, 所以当 $2 \tan \alpha = \cot \alpha$, 即 $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时摩擦因数最小.

故最小摩擦因数 $\mu_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

解法二 用摩擦角知识求解.

设在角度为 α 时最易滑动, A 处全反力 R 与竖直方向夹角为 φ , 则

$$\varphi = \arctan \mu.$$

且 R 、 mg 、 F 三力交于 P 点, 如图 1-2-3. 在 $\triangle PAC$ 中由正弦定理有

$$\frac{l}{\sin \varphi} = \frac{\overline{PC}}{\sin(90^\circ - \alpha - \varphi)}, \quad \overline{PC} = \frac{l}{\sin \alpha}.$$

$$\text{即} \quad \frac{l}{\sin \varphi} = \frac{l}{\sin \alpha \cos(\alpha + \varphi)}.$$

$$\text{得} \quad \sin \varphi = \sin \alpha \cos(\alpha + \varphi).$$

$$\mu = \tan \varphi = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} = \frac{1}{2 \tan \alpha + \cot \alpha}.$$

接下去的处理同解法一.

评析 解法一, 巧妙地选取 O 点为轴, 列平衡方程. 重力 mg 、外力 F 不出现在方程中, 直接得到支持力 N 与摩擦力 f 的关系, 简化求解过程.

解法二, 用摩擦角知识将问题转化为三力平衡, 避开了繁琐的力矩方程.

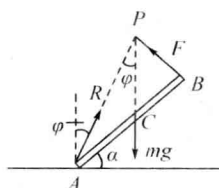


图 1-2-3

例 2 一支杆秤, 其秤砣已丢失, 仅留下秤杆部分. 现只提供一根长度与秤杆相近的细线, 不用其他任何器材, 如何测定丢失秤砣的质量?

解析 设原秤砣的质量为 m , 秤杆(含秤钩)的质量为 m_0 , 秤杆(含秤钩)的质心在 E 点, 定盘星(零刻度)为 C 点, 如图 1-2-4.

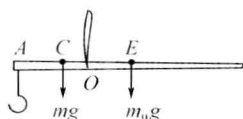


图 1-2-4

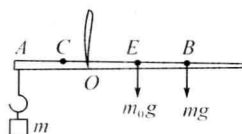


图 1-2-5

$$\text{则有} \quad mg \cdot \overline{CO} = m_0 g \cdot \overline{OE}.$$

设想在秤钩上挂上一个质量与原秤砣质量相同的物体, 则原秤砣移到 B 点处平衡, 如图 1-2-5.

由平衡条件, 有

$$mg \cdot \overline{AO} = m_0 g \cdot \overline{OE} + mg \cdot \overline{OB}.$$

$$\text{又} \quad \overline{AO} = \overline{AC} + \overline{CO},$$

$$\text{则} \quad mg \cdot (\overline{AC} + \overline{CO}) = m_0 g \cdot \overline{OE} + mg \cdot \overline{OB},$$

$$\text{得} \quad \overline{AC} = \overline{OB}.$$

即 B 处的刻度值就是原秤砣的质量 m .

由以上分析,可以用细线量出定盘星 C 到秤钩 A 的长度 $\overline{AC}$,再自提纽 O 处在秤杆上沿 AO 方向量出长度 OB ,使 $\overline{OB} = \overline{AC}$,则秤杆上 B 点刻度值即为秤砣的质量值.

评析 要定量测量,必须要读数,现只有秤杆上有刻度,问题转化为寻找秤杆上与秤砣质量相同的刻度点.

线的长度不能小于 $\overline{AC}$,题设线长与秤杆长度相当,满足条件.



解题训练

1. 现有一个弹簧测力计(可随便找地方悬挂),一把匀质的长为 l 的有刻度、零点位于端点的直尺,一个木块及质量不计的细线.试用这些器件设计一实验装置(要求画出示意图),通过一次测量(弹簧测力计只准读一次数),求出木块的质量和尺的质量.(已知重力加速度为 g)

2. 如图 1-2-6 所示,一个轮轴,大轮半径为 25 cm ,小轮半径为 20 cm ,在小轮上绕有绳子,绳子下端挂一个重为 500 N 的物体,在大轮上方有一杠杆压在大轮边缘上.若 $AB = 40\text{ cm}$, $BC = 60\text{ cm}$,杠杆和大轮边缘的动摩擦因数 $\mu = 0.4$,则当重物匀速下落时,要在 C 点加一个多大的竖直向下的力?(杆、绳、轮质量不计)

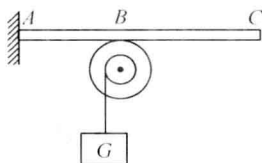


图 1-2-6

3. 有一水果店,所用的秤是吊盘式杆秤,量程为 10 kg . 现有一个较大的西瓜,超过此秤的量程.店员 A 找到另一秤砣,与原秤砣完全相同,把它与原秤砣连在一起作为秤砣进行称量.平衡时,双砣位于 6.5 kg 刻度处,他将此读数乘以 2 得 13 kg ,作为此西瓜的质量.店员 B 对这种称量结果表示怀疑,为了检验,他取另一西瓜,用单秤砣正常称量得 8 kg ,用双秤砣称量计数是 3 kg ,乘以 2 后得 6 kg . 这证明店员 A 的办法是不可靠的.试问店员 A 卖给顾客的那个西瓜的实际质量是多大?

4. 用两根直径均为 $d = 0.02\text{ m}$ 且相互平行的小圆棒 A 和 B 水平地支起一根长为 $L = 0.64\text{ m}$,质量均匀分布的木条.木条与二圆棒之间的静摩擦因数 $\mu_s = 0.4$,动摩擦因数 $\mu_k = 0.2$.先使 A 棒和木条不动, B 棒向左慢慢移动(图 1-2-7).试讨论木条以后的运动情况.

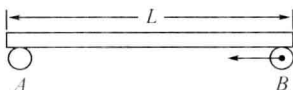


图 1-2-7

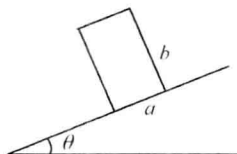


图 1-2-8

5. 如图 1-2-8 所示,底边长为 a 、高度为 b 的匀质长方形物体置于斜面上,斜面和物块之间的静摩擦因数为 μ ,斜面的倾角为 θ .当 θ 足够小时,物块静止于斜面上,如逐渐将倾角增大,当 θ 取某个临界值 θ_0 时,物块或将开始滑动,或将翻倒.试分别求出发生滑动和翻倒时的 θ_0 ,并说明在什么条件下出现的是滑动,在什么条件下出现的是翻倒.