



国家出版基金资助项目

庞加莱 幼时因智商测验分数之低被列为弱智，成年时又因数学天分之高被誉为最后一个通才。

佩雷尔曼 昔日国际数学奥林匹克金牌选手，今天举世瞩目的俄罗斯数学隐士。

Then

$$\frac{Z'_V}{Z_V} = \frac{1}{u} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n n u^n}{1-u^n} = \frac{1}{u} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\sum_{d|m} d c_d \right) u^m = u^{-1} \sum_{m=1}^{\infty} N_m u^m$$

Thus

$$Z_V(u) = \prod_{\mathfrak{p}} \frac{1}{1 - \frac{1}{\deg \mathfrak{p}} u} = \exp \left(\sum_{m=1}^{\infty} \frac{N_{\mathfrak{p},m}}{m} u^m \right)$$

the point being

$$\varphi = \prod_{\mathfrak{p}} \frac{1}{1 - (N \mathfrak{p})^{-1}}$$

影响数学世界的猜想与问题

佩捷 李莹英 郭梦舒 编著

从庞加莱到佩雷尔曼

——庞加莱猜想的历史

From

Poincaré to Perelman

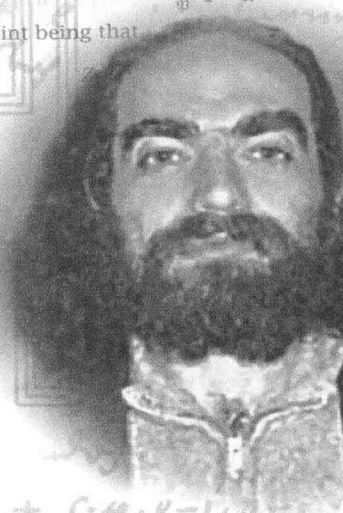
—The History of Poincaré Conjecture



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



国家出版基金资助项目



影响数学世界的猜想与问题

佩捷 李莹英 郭梦舒 编著

从庞加莱到佩雷尔曼

——庞加莱猜想的历史



From Poincaré to Perelman

—The History of Poincaré Conjecture



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

全书共分3编23章:上编庞加莱与庞加莱猜想;中编三维空间与拓扑学;下编面向大众的拓扑学描述.详细阐述了庞加莱猜想从提出到解决的全过程以及相关的数学专业理论.

本书适合于高等学校数学及相关专业师生使用,也适用于数学史爱好者.

图书在版编目(CIP)数据

从庞加莱到佩雷尔曼/庞加莱猜想的历史/佩捷, 李莹英, 郭梦舒编著. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社, 2013.3

(影响数学世界的猜想与问题)

ISBN 978-7-5603-3916-0

I. ①从… II. ①佩…②李…③郭… III. ①庞加莱
猜测 IV. ①O189

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 315002 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 张永芹 王勇钢

封面设计 孙茵艾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 黑龙江省教育厅印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 72.25 字数 1330 千字

版 次 2013 年 3 月第 1 版 2013 年 3 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-3916-0

定 价 298.00 元

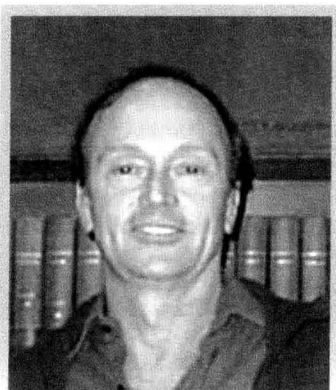
(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)



亨利·庞加莱（法国数学家）

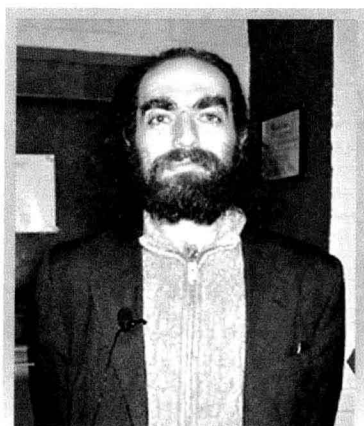


从庞加莱到佩雷尔曼——庞加莱猜想的历史



理查德·哈密尔顿

(Ricci流理论的创立者、美国
科学院院士)



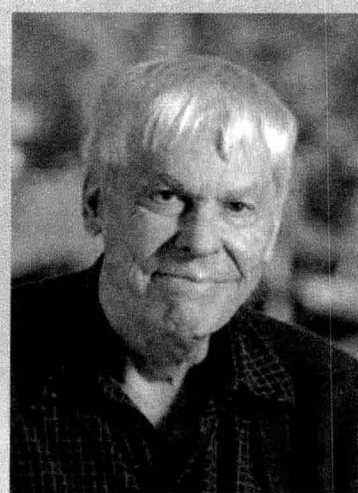
格里戈里·佩雷尔曼

(俄罗斯数学家)



威廉·瑟斯顿

(康奈尔大学教授)



斯蒂芬·斯梅尔

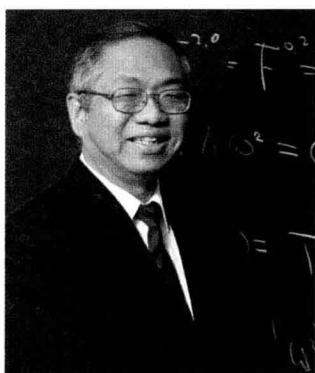
(美国科学院院士)



从庞加莱到佩雷尔曼——庞加莱猜想的历史



哈里·福斯坦柏
(美国科学院院士)



丘成桐 (菲尔兹奖获得者)



朱熹平教授(左) 曹怀东教授(右)



朱熹平教授(中山大学教授)

从庞加莱到佩雷尔曼——庞加莱猜想的历史



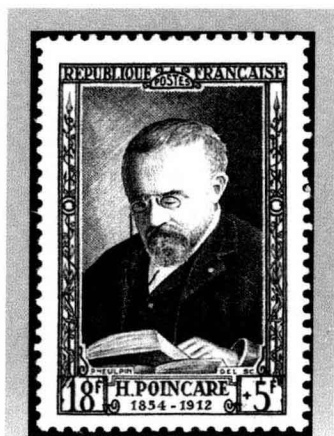
曹怀东
(美国里海大学教授)



田刚
(美国哈佛大学教授)



从庞加莱到佩雷尔曼——庞加莱猜想的历史



法国1952年发行的
纪念庞加莱邮票



法国数学家庞加莱
(1854—1912)



波兰数学家巴拿赫
(1892—1945)



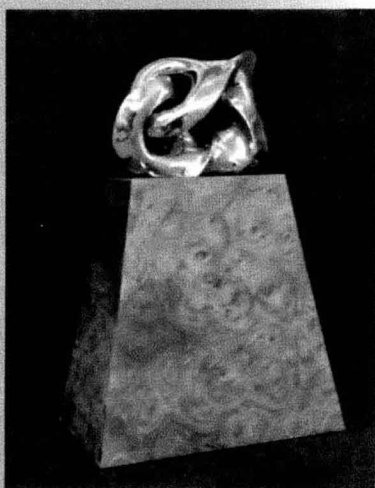
瑞典奥斯卡二世国王

从庞加莱到佩雷尔曼——庞加莱猜想的历史

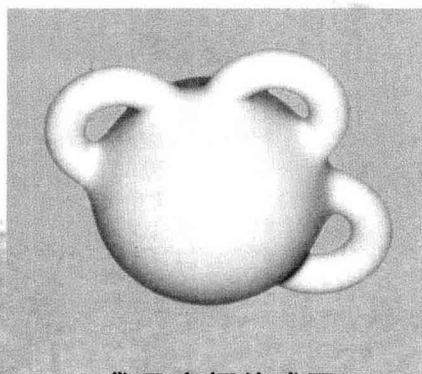


低维拓扑研究的领袖人物之一 靖斯顿

靖斯顿在2010年的
巴黎时装秀



拓扑结构的雕塑



带三个柄的球面

菲尔兹奖

菲尔兹奖 (Fields Medal, 全名 The International Medals for Outstanding Discoveries in Mathematics) 是一个在国际数学联盟的国际数学家大会上颁发的奖项。每四年颁奖一次, 颁给有卓越贡献的年轻数学家, 每次最多四人得奖。得奖者须在该年元旦前未满四十岁。它是据加拿大数学家约翰·查尔斯·菲尔兹的要求设立的。菲尔兹奖被视为数学界的诺贝尔奖。



奖章由加拿大雕塑家罗伯特·泰特·麦肯齐(Robert Tait McKenzie)设计。

正面有古希腊科学家阿基米德右侧头像。在头像旁刻上希腊文“ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ”, 意思为“阿基米德的(头像)”。又刻上作者名字缩写RTM, 和设计年份的罗马数字MCNXXXIII(1933年, 第二个M字以N代替), 还有一句拉丁文“TRANSIRE SUUM PECTUS MUNDOQUE POTIRI”, 意为“超越他的心灵, 掌握世界”, 出自罗马诗人马尔库斯·马尼利乌斯(Marcus Manilius)的著作《天文学》(Astronomica)卷四第392行。句中“suum”(他的)原文作“tuum”(你的)。

奖章背面刻有拉丁文“CONGREGATI EX TOTO ORBE MATHEMATICI OB SCRIPTA INSIGNIA TRIBUERE”, 意为“聚集自全球的数学家, 为了杰出著作颁发(奖项)”。背景为阿基米德的球体嵌进圆柱体内。

得奖列表

年 份	地 点	得 主 (国 籍 , 当 年 生 日 后 岁 数)
1936	挪威奥斯陆	拉尔斯·瓦莱里安·阿尔弗斯 (芬兰, 29岁)
		杰西·道格拉斯 (美国, 39岁)
1950	美国麻省剑桥	洛朗·施瓦茨 (法国, 35岁)
		阿特勒·塞尔贝格 (挪威, 33岁)
1954	荷兰阿姆斯特丹	小平邦彦 (日本, 39岁)
		让-皮埃尔·塞尔 (法国, 28岁)
1958	英国苏格兰爱丁堡	克劳斯·弗里德里希·罗斯 (英国, 33岁)
		勒内·托姆 (法国, 35岁)
1962	瑞典斯德哥尔摩	拉尔斯·赫尔曼德 (瑞典, 31岁)
		约翰·米尔诺 (美国, 31岁)
1966	俄罗斯莫斯科	迈克尔·阿蒂亚 (英国, 37岁)
		保罗·寇恩 (美国, 32岁)
		亚历山大·格罗滕迪克 (无国籍, 居于法国, 生于德国, 38岁)
		斯蒂芬·斯梅尔 (美国, 36岁)
		艾伦·贝克 (英国, 31岁)
1972	法国尼斯	广中平祐 (日本, 39岁)
		谢尔盖·诺维柯夫 (苏联, 32岁)
		约翰·格里格斯·汤普森 (美国, 38岁)
1974	芬兰赫尔辛基	恩里科·邦别里 (意大利, 34岁)
		大卫·芒福德 (美国, 生于英国, 37岁)
1978	加拿大温哥华	皮埃尔·德利涅 (比利时, 34岁)
		查尔斯·费弗曼 (美国, 29岁)
		格列戈里·亚历山德罗维奇·马尔古利斯 (苏联, 32岁)
		丹尼尔·格雷·奎林 (美国, 38岁)
1982	波兰华沙	阿兰·孔涅 (法国, 35岁)
		威廉·瑟斯顿 (美国, 36岁)
		丘成桐 (美国, 生于中国, 33岁)

得奖列表

年 份	地 点	得 主 (国 籍 , 当 年 生 日 后 岁 数)
1986	美国加州伯克利	西蒙·唐纳森 (英国, 29岁)
		格尔德·法尔廷斯 (西德, 32岁)
		迈克尔·哈特利·弗里德曼 (美国, 35岁)
1990	日本京都	弗拉基米尔·德林费尔德 (苏联, 36岁)
		沃恩·弗雷德里克·兰德尔·琼斯 (新西兰, 38岁)
		森重文 (日本, 39岁)
		爱德华·威滕 (美国, 39岁)
1994	瑞士苏黎世	让·布尔甘 (比利时, 40岁)
		皮埃尔-路易·利翁 (法国, 38岁)
		让-克里斯托夫·约科兹 (法国, 37岁)
		叶菲姆·泽尔曼诺夫 (俄罗斯, 39岁)
1998	德国柏林	理查德·博赫兹 (英国, 生于南非, 39岁)
		威廉·蒂莫西·高尔斯 (英国, 35岁)
		马克西姆·孔采维奇 (俄罗斯, 34岁)
		柯蒂斯·麦克马伦 (美国, 40岁)
2002	中国北京	洛朗·拉佛阁 (法国, 36岁)
		弗拉基米尔·沃埃沃德斯基 (俄罗斯, 36岁)
2006	西班牙马德里	安德烈·欧克恩科夫 (苏联 美籍, 37岁)
		格里戈里·佩雷尔曼 (俄罗斯, 40岁)
		陶哲轩 (澳大利亚, 31岁)
		温德林·沃纳 (法国, 38岁)
2010	印度班加罗尔	吴宝珠 (法国 越南裔, 38岁)
		埃隆·林登施特劳斯 (以色列, 40岁)
		斯坦尼斯拉夫·斯米尔诺夫 (俄罗斯, 40岁)
		塞德里克·维拉尼 (法国, 37岁)

◎ 前言

沙漠植树是一个善举。

数学史学家胡作玄先生在《近代数学史》(济南:山东教育出版社,2006年)的序言中指出:

世界数学史的研究有资料的限制,语言的困难和文化背景的差异.特别地,近代数学史的研究更要求研究者具备数学的功底,科学的知识及哲学的头脑,没有一定的训练恐怕难有什么成就.如果再加上社会上的反智传统,科学界对于历史的无知及蔑视,那么其后果就只能是呈现出一种文化沙漠的景象.

在此文化沙漠上植树种草,不论活与不活都是值得一试的,更何况是一株法国梧桐.

英国《金融时报》刊登的专栏作家西蒙·库珀的文章说:“人们过去常说每个文明人都有两个祖国:一个是自己的国家,另一个是法国.”

对于数学史来说这句话太准确了.法兰西这个以浪漫闻名于世的民族居然在以理性与严谨为其特征的数学中屡屡领先.庞加莱这位曾被著名的 IQ 测试判为“傻子”的法国人近年来再一次成为世界关注的焦点.原因是他提出的著名庞加莱猜想被俄国数学家佩雷尔曼证明了.

美国数学家阿诺德·塞庚在谈及法国的数学时,用一首叫“至美”的诗对法国数学,特别是庞加莱进行了赞美,这首诗是这样的(翻译成中文后已无任何美感)

天皇皇,地皇皇.

庞加莱,真叫棒.

证明漂亮定理,

不慌也不忙.

使用对偶,还有亏格,

就把流形微分同胚分类光.

德国著名导演赫尔佐格导演了一部颇为另类的关于南极的电影,片名叫《在世界的尽头相遇》,在这部片子中最让人难忘的是那只决绝的企鹅,它从队伍中转头,背离海洋向 70 公里外的群山狂奔,“它的步态滑稽而孤独,癫狂而决绝,那确实是难以忘怀的背影.”

有人说:每个物种都有这样的“开拓者和好奇者”.佩雷尔曼恰似人类中那只决绝的企鹅.

法国的纪德说:“别人比成功,我愿比永久.”

本书所记录下的几百位在征服庞加莱猜想征程上的世界各国数学家因他们各自的出色工作,虽然没有取得最后的成功,但都永久地镌刻在人类智库的金榜上.这其中也有我们中国数学家的名字,尽管在国际舆论界的承认问题上有许多戏剧性的情节,但这毕竟是在世界级的著名数学猜想的解决过程中闪现出了国人的身影,这是足以令我们感到自豪的.

2005 年 11 月,中科院数学与系统科学研究院举办“华罗庚讲座”学术报告会,邀请了对庞加莱猜想作出开创性贡献的美国科学院院士、数学家哈密尔顿作学术报告,他在黑板上写下了三四位华人的名字,其中就有朱熹平和曹怀东,还提到了他们的工作.

数学界与围棋界颇类似,都是靠实力、靠硬功夫打天下,来不得半点虚假,但正如中、日、韩三足鼎立.要想分出绝对高下,也并非易事.

有人这样写道:万涓成水,岁月铅华洗净,拨开数十载乱云尘土,整个围棋世界才发现唯有吴清源和李昌镐笑对夕阳黄昏,无愧无咎,参天而立……

在证明庞加莱猜想的数十载风云变幻中最后参天而立的两棵大树是哈密尔顿和佩雷尔曼,这一点在国际数学界似已有定论,而且这两位都是颇具传奇色彩的人物,与国人想象中的数学家及现实生活中的数学家都很不相像.

哈密尔顿(Richard Hamilton)是国际公认的几何分析大师.据说在证明庞加莱猜想的功劳簿上他应该分享 50% 以上,但他不是传统意义上刻板的数学家,而是颇有浪漫气息的人,据曹怀东的夫人映碧在《偶然尘》中描述:“有一次,他一个人在家生火,炉火不知怎么就烧到炉壁外面来了,急得这位天才数学家赶紧给房东老太太打电话,借灭火器.没想到这一回电话那边传来的却是房东侄

女的甜美声音.噢,你们知道,她可是个金发靓女!在这之前 Richard 正愁没得着机会跟她唠嗑呢,屋里浓烟弥漫, Richard 仍旧与靓女聊了近一刻钟,然后才问她:‘我能借你的灭火器用一下吗?’‘干嘛?’‘我屋里着火了.’那边自然是啊的一声惊叫.”(映碧,著.偶然尘.长沙:湖南科学技术出版社,2010:273)

就是这样一位颇具浪漫情怀的数学家才会想到用瑞奇流来攻克庞加莱猜想,这一大胆的想法连以敢想著称的丘成桐大师都感到“是疯了”.哈密尔顿曾在几年前来过一次中国,不过不是来做学术报告的,据说是来追求某位心仪的中国女士的.

北京师范大学教育学部博士生高政在一篇题为“自我为什么是深渊?”的文章中指出:“……在今天看来,有些哲学家自以为成功的思想成果未必是真的成功.但至少,他们自己会感觉幸福而圆满.有一件自己喜欢又毕生追求的事情是多么的美好,如果碰巧解决了,就像牛顿谦虚地说他在海边捡到几个贝壳一样,真是要感谢上帝了!今天,有一件自己喜欢又毕生追求的事情,几乎成为大多数人的奢望.”(张立升,主编.社会学家茶座.济南:山东人民出版社,2011年第2辑)

本书虽然是讲述拓扑学中的一个重要猜想,但多数读者可能对隐士佩雷尔曼和骑士哈密尔顿及斗士丘成桐更感兴趣.他们都有自己独特的人生观、价值观、世界观.正如哈佛大学的阿瑟·杰夫所说:“我觉得他(佩雷尔曼)是一个非常反传统的人,他拒绝与炫耀和偶像崇拜扯上关系.”

佩雷尔曼的与众不同归根到底是他是一个有信仰的人.中国社会科学院副研究员海青对此有一番高论:

信仰容易让人吃亏犯傻,甚至丧命,没有信仰的人应该活得更舒服.但是,信仰是货真价实的双刃剑,有它没它都很痛苦.如果一个人什么都没信仰过,没为钱以外的任何东西,自己以外的任何人牺牲过哪怕一根头发,甚至买东西讨价还价都没吃过一次亏,那么他到中年时,可能会感到空虚莫名,上蹿下跳想找到一点儿牺牲的感觉,这种“信仰型”中年危机,比什么都无药可救.

这本书从广义上说可以算做拓扑学史书.作家石康曾说:“我想要干点实事儿,不怕别人笑话,我把它说出来,那就是,我要写一本浅显易懂又生动有趣的《数学史》.这样的书在国内没有(早就有,但他不知道),我要写出它,也可让后面有天赋的中国小孩对数学发生兴趣,要是万一有人能干出比高斯、牛顿、阿基米得更有价值的事来,那么我也可以得到少许安慰.当然,我就是再不切实际,也不会荒唐到指望中国能出个伯努利家族.我知道,那不可能,但我仍存侥幸心理,希望个别天才能横空出世,对世界有真正持久的贡献.”

现在天才终于出世了,但不是中国的朱和曹,而是佩雷尔曼.奇怪的是

2003年当俄罗斯斯捷克洛夫数学所没有推选佩雷尔曼为其研究员时,他的信心遭到了打击,据他的一位朋友说,他感到自己是一个“无能而缺乏天赋的人”。尽管他早在16岁那年即在1982年国际数学奥林匹克竞赛中以满分获得金奖,而且他还是一位颇具才华的小提琴手和乒乓球选手。

本书与一般的科普书相比难度超大,但非刻意而为,牛顿之所以要把《自然哲学的数学原理》写得很晦涩难懂,以至有人将其称为“最难看懂的书之一”,是因为他害怕被那些他所认定的数学“门外汉”纠缠不休。

现代的中国也是如此,“民科”遍地,只要有某一个世界难题他们一知半解,便开始大肆向媒体与出版机构进行所谓已证明的狂妄滥炸,所以建立一定的阅读门槛虽然会失去一部分虽对数学感到好奇但缺少必要数学修养的读者,但得到的好处是进行了有效与精准的传播。

本书其实是对庞加莱猜想获证这一重大历史事件的一个全方位解读,包括历史、文化、哲学、心理学等诸多方面,在此我们声明,我们能做的仅是解读而已。

我们既像狗仔队到处搜寻有关这一猜想的“涉案”学术明星的点滴个人信息,也像影评人一样按照自己的一知半解将煽动起观众热情。这种工作是需要,否则像庞加莱那样生活在上个世纪初的法国贵族和像佩雷尔曼那样生活在现代的俄罗斯隐士是很难被了解的。佩雷尔曼低调到了极致,正如纽约州立大学数学家迈克尔·安森所说:“佩雷尔曼来过了,解决了问题。其他的一切对于他都是肤浅的。”如果没有人像我们这样关注数学家那炷幽明的香火和数学儒林那份执著的传承,这伟大的时刻将会被淹没。

在人们对数学史多少有些了解后都会产生这样的疑问:为什么数学家如此倾向于将毕达哥拉斯共济会的高度秘密在他们之中严加保守。对普通人来说,他们“真实的”世界的完善意味着虚幻。普通人生活于其中的世界,乃是一个斗争和失败、实验和错误的世界。而在数学世界中,一旦你习惯于任一事物后,它都是显而易见的,我们通常被蒙在鼓里的是:人类也许费了一千年时间,才看出了在数学论证中只需举手之劳就“显而易见的”事物。

1976年一位英国文人威尔逊送给董桥一本《The Colossus of Maroussi》时说了一句:“世界太喧闹了,我们差一点错过了这样远古的一声喟叹!”对此我们深有同感。

刘培杰

2012年5月27日

上编 庞加莱与庞加莱猜想

引 言 庞加莱猜想获证 // 3

- 1 庞加莱猜想的历史与解法 // 3
- 2 格里戈里·佩雷尔曼 // 11
- 3 朱熹平 // 13
- 4 曹怀东 // 14
- 5 丘成桐 // 15
- 6 菲尔兹奖 // 19

第一章 最后一位通才——庞加莱 // 20

第二章 庞加莱和数学 // 41

- 1 庞加莱和数学 // 41
- 2 数学的未来 // 46
- 3 数学的创造 // 55
- 4 数学和逻辑 // 63

第三章 庞加莱的数学贡献 // 72

- 1 函数论 // 73
- 2 Abelian 函数和代数几何(学) // 76
- 3 数论 // 77
- 4 代数学 // 78
- 5 微分方程和天体力学 // 78