



自适应学习系列
示例演练实验用书

诺贝尔奖

获得者

教你
轻松
学数学

代数

ZHONG XUE DAI SHU

第二册(上)(初二年级第一学期用)

朱新明 [美]赫伯特·西蒙(H.A.Simon)/主编

中国人民大学出版社

1011401

示例演练实验用书

(初二年级第一学期用)

代数

第二册 (上)

朱新明
[美] 赫伯特·西蒙(H.A.Simon) 主编



淮阴师院图书馆1011401

中国人民大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

示例演练实验用书. 代数. 第二册 (上) (初二年级第一学期用)

朱新明, [美] 赫伯特·西蒙主编. 3 版

北京: 中国人民大学出版社, 2003

ISBN 7-300-04492-1/G·982

I. 示…

II. ①朱… ②赫…

III. 代数课-初中-教学参考资料

IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 037856 号

封面压有人大社社标印纹。否则均为盗版,

欢迎举报。举报电话:010-62515275

示例演练实验用书

代数

第二册 (上)

(初二年级第一学期用)

朱新明

主编

[美] 赫伯特·西蒙 (H. A. Simon)

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号 邮政编码 100080

电 话 010-62511242 (总编室) 010-62511239 (出版部)

010-62515351 (邮购部) 010-62514148 (门市部)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 三河汇鑫印务有限公司

开 本 787×1092 毫米 1/16 版 次 2001 年 7 月第 1 版 2003 年 6 月第 3 版

印 张 13.5 印 次 2003 年 6 月第 1 次印刷

字 数 331 000 定 价 15.00 元

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换

前 言

长期以来,中学教学普遍存在着师生负担过重的问题,学生忙于做作业,老师忙于批改作业,师生都在超负荷状态下运转,但教学效果却并不令人满意,甚至不少学生掉队厌学。如何减轻师生负担,提高教学质量是人们迫切要求解决的问题。

为探讨解决这个问题,中国科学院心理研究所在20世纪60年代曾实验过“程序教学”,结果表明其中有某些积极因素可以利用。80年代初期,我国著名认知心理学家、国务院津贴享有者、中国科学院心理研究所朱新明教授开始从认知观点研究人的学习问题。他们与美国著名认知心理学家、诺贝尔奖获得者赫伯特·西蒙(H. A. Simon)教授从信息加工观点出发,探讨了示例学习和问题求解,研究发展了自适应产生式系统的模型,并提出了加强人对产生式条件认知和构造有效样例等思想。与此同时,他们以上述思想理论为指导,并结合“程序教学”的有利因素,编制了示例演练材料,让学生通过样例和通过问题求解进行学习,先后在我国和美国进行了实验。先是选择某些知识单元,如因式分解、幂的运算、平行四边形的性质和判定、三角形中位线、梯形中位线,以及物理学科中浮力部分等进行了试验。反复多次试验表明,这种方法能大大减轻师生负担,学生课外可以少做作业,当堂消化知识,当堂测试检验学习效果。实验的结果是实验班学生的平均分数对比班高出5分~15分,而且学习时间也缩短了。这项实验的部分结果及其理论研究刊登在美国《认知与教学》(Cognition and Instruction)杂志(1987)上。这一研究引起了国外认知心理学界极大的关注,特别是得到西蒙教授高度的赞扬和热情支持。在这期间,朱新明教授曾应邀赴美进行合作研究。这一研究结果,也引起了国内一些教师的兴趣,认为它为减轻师生负担、提高教学质量、缩短学时找到了一条出路。本研究的阶段成果,获中国科学院科技进步二等奖(1987);其基础理论研究获中国科学院自然科学二等奖(1999)。本研究是全国教育科学规划“九五”和“十五”重点课题。

在实验初期,朱教授与胡奇老师合作,编写了初一至初三《代数》和《几何》的全部示例演练实验用书初稿,从1985年秋开始至1987年夏止,进行了实验,实验班学生在两年内接近学完三年的课程,与1987年应届初三毕业班学生进行了对比测验,获得了可喜的结果。近年又扩大了一些试点,也取得了明显的效果。从这些实验中,大家的认识越来越明确,都认为这是减轻师生负担、提高教学质量的一条行之有效的途径。因此还将继续扩大试点。

应各试点学校的要求,出版了此套示例演练实验用书。这套实验用书的最大特点是从学生学习的认知过程出发,由浅入深,循序渐进,以有指导的发现法,引导学生动脑、动手,使他们当堂消化知识,当堂达到一定的熟练程度。在教学上我们主张打破填鸭式和一刀切,力求体现启发式和分类推进的做法。

示例演练教材在历年修改的基础之上,今年在结构上增加了思考探究和阅读材料两部分。在材料设计上提供一些例题,创设一定的问题情景,启发学生积极思考,以学生发展为本,体现学生自主学习的过程。通过学生动手、动脑,有助于注意力的集中和知识的获取。依照新课程方案,在扩展提高部分,向学生提供一些现实、生动、有趣和富有挑战性的学习素材,通过学习真正有意义、有价值的数学知识,激发学生学习的兴趣,提高学生的实践能

力和创新意识，并且使他们提出问题、分析问题和解决问题的能力得到锻炼和提高。探索是学习的生命线，我们针对优等生选编了一些探索题和开放题，给学生探索与交流提供了素材和空间，让学生学会逻辑性思考问题，以自己的体验来获取知识和技能，使自己的潜能得到最大程度的展现与发挥。

《代数》第二册（上），是在1985年及历次试用稿的基础上编写而成的，并于1997年、2000年、2001年和2002年作了不同程度的修改和补充，先后参加编写和修改者有：朱新明、胡奇、杨京慧、何树精、王克镇、朱春婷、邹慧琼、苏秀芝、张敏、赵秀萍、王海陆、张秀峰、吴明铎、郭悦田、高婷、赵杰、王倩、汤剑辉等。先后参加过本书审稿或统稿人有：李金池、高素玉、邵光砚、张国栋。在本书编写和修改过程中，吸收过一些实验老师的意见，如尚云鹏、星书臣、李贵轩、高慧萍等。

本书在2002年版的基础上，又进行了修订和补充，参加这次修改及校对的有：杨振英、陈佃敏、宋亦芳、崔代革。由杨振英审稿。本项目既是认知心理学原理及其应用的研究，也是学科学习及教学的心理学研究，近年来，得到华南师范大学心理应用研究中心的资助。

编者

2003年5月

序 言

人们向来认为，数学难教、难学。因为数学在科技和人们生活中极为重要，所以必须寻求一种方法，使人们学好数学。

十多年前，在教儿童形成技能方面出现了一些新思想，主张不是对儿童讲授，而是给他们呈现例题、问题和答案，供他们学习。这种想法来自计算机学习，即让计算机具有学习能力的研究。

这项研究编制了计算机程序（所谓自适应产生式系统），使计算机能通过已经有解答步骤的例题，从中进行学习，从中发现导致成功解题的策略，最后还要修改它的程序，以便能执行这些策略，解答类似的各种问题。这一研究表明计算机能通过考察解题的样例进行学习。

计算机能以这种方式学习，那么儿童是不是也可以这样学习呢？如果可以的话，与传统的教学方法比较起来，对师生来说它是不是更省时省力？中国科学院心理研究所的朱新明教授及其同事对此甚为关注。从1983年起，他们就此问题进行了实验研究。朱教授依据理论编制了一系列示例让学生从中学习因式分解的技能，并对示例进行了精心安排。

这项实验非常成功。看来学生不必经老师讲述，就能从课题的示例中进行学习（教师着重辅导学习上有特殊困难的学生）。朱教授和我对实验结果与学生学习过程的材料进行分析、研究，形成了论文，并在美国和中国的心理学刊物上发表。这项研究成果引起了人们极大的兴趣，也引起了一些人沿着这种思路进行研究。

朱教授及其同事后来继续编写材料，编写了从初一至初三三年用的代数和几何示例演练教材。学生在课堂上处在积极的问题求解中。结果表明学生用这种方法学习，学得又快又好。一年后的追踪测验成绩表明，学生做到了真正理解，而不只是机械记忆。现在的这份教材就是在几次成功实验的基础上编成的。目前这项研究及其应用还只是在中国进行。类似这种规模的实验在其他国家还没有进行。这项研究已为认知心理学及其在教学中的应用作出了重要的贡献。

当然，已经做的工作还只是开始，这种方法还有待完善。另外，还要探讨其他学科，如物理、化学、生物乃至写作和阅读等应用这种方法的可能性。我希望其他国家也有人同他们协同努力。

最后，我想说：我和中国科学院心理研究所的协作已十年了，我为一直能参加这些工作而感到非常高兴。我于1983年春夏访问中华人民共和国，随后连续多次访问，我看到这些工作的进展是令人感到鼓舞的。科学是国际性的活动，我高度地评价同朱教授和其他同仁的合作，并祝愿他们继续进行他们的重要研究工作。

美国宾州
卡内基—梅隆大学
赫伯特·西蒙^① (H. A. Simon)
1992年10月12日

^① 赫伯特·西蒙 (H. A. Simon) 是前中美科技交流委员会美方主席，是当代认知科学的权威和人工智能创始人。他曾获诺贝尔奖、计算机科学的图灵奖和美国总统科学奖。1994年被中国科学院聘为首批外籍院士。

使用 说 明

本书在编写形式上是以例题和练习题的形式出现，但不是习题集，它是一本使学生通过考察例题和解决问题来获取知识和技能的教材，称为“示例演练实验用书”。它是以现行中学数学教学大纲为基础，根据现代认知心理学和教育心理学关于人的学习机制的理论与原则，结合数学教学的特点，由中国科学院心理研究所的研究人员与具有丰富教学经验的数学教师合作编写而成的。

示例演练的学习是一种新型的学习方法，它的特点是根据学生获取知识的心理机制，以有指导的发现法，引导学生进行积极主动的学习，使他们当堂消化知识，并能运用这些知识解决具体问题，达到一定的熟练程度，为了用好这套实验用书，学生和教师需要注意以下几点：

对学生的要求：

1. 在学习前，要准备好一只铅笔（用于做练习）、一只红笔（用于改错）、一块硬纸板（用于在学习时把书中右边的答案盖上）、一些草稿纸（用于演算和做测验题）。
2. 在学习过程中，首先要认真看例题，然后根据例题做下面的练习题。每做一个小题，就与右边的答案进行核对，做对了，继续往下做；做错了，想想错在什么地方，可用红笔改过来。
3. 在做练习时，要积极思考，自己得出结果后再核对答案；如果通过自己思考得不出结果，可以参考答案，并思考答案为什么是正确的；如果不理解，可以举手问老师（或与同学讨论）。
4. 每一节课后的“课堂测验”是没有答案的，要求用草稿纸在课堂上独立完成，做完后可由学生照教师的答案互批，然后立即交给教师审阅。
5. 在学习时要注意坐姿，保持眼睛与课本的适当距离。

对教师的要求：

1. 在刚开始用此套教材时，建议教师用3节~5节课的时间领学，使学生学会用这种新的教材进行示例演练学习（参见上面“对学生的要求”），使学生养成良好的学习习惯。
2. 如班级中学生的程度较好较齐（基本上没有差生），可以让学生自定步调进行学习，教师则进行个别辅导，并在课堂上对学习效果进行检测。在这种情况下，要防止学生单纯比速度的倾向。
3. 对一般的班级，可以采用精讲多练的方式组织教学。即在每节课的开始作引导性讲解（5分钟左右），激发学生的学习兴趣；然后让学生进行演练，教师作巡回辅导（30分钟左右）；剩下的时间可以总结本节课的知识，并对学习效果进行检测（10分钟左右）。这种方法要求学生保持大体一致的学习进度。
4. 教师在课堂上要调动每个学生的主动性和积极性，并重点辅导那些学习不认真和学习上有困难的学生。要纠正学生不动脑思考、见答案就抄的坏习惯，培养他们正确的学习态度和良好的学习习惯；在学生遇到困难时及时引导和鼓励，避免他们因受挫折而失去学习的信心和兴趣，要让学生得到一种学习成功的体验。

5. 学习材料是按课时设计的, 每节课的题量较多, 不要求每个学生都要完成. 有少数标有星号的题目较难, 教师可以只让部分学习较好的学生选做.

6. 在每堂课的学习内容后安排有课堂测验题, 用来检测学生在这堂课中的学习效果. 这些检测题主要适合于大多数中等程度的学生, 为了适应学生的个别差异, 教师可以另外为学习较好的学生和较差的学生分别布置课堂测验题. 要注意分类推进. 教师可以从各地的目标测试题和同步练习题中挑选一些题作为检测或补充练习.

这套实验用书既适合于学生在课堂上由教师的辅导下进行学习, 也适合学生或其他读者在家中自学使用. 我们希望它能够达到“减轻师生负担, 提高教学质量”的目的, 为我国的教学改革做出应有的贡献. 欢迎广大教师使用这套实验用书, 并在使用过程中积极参与实验用书的修改和编写工作, 使这套实验用书不断完善.

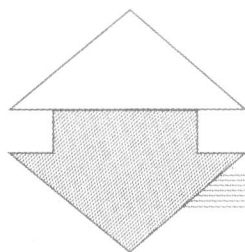
凡新购买“示例演练”教材并参加实验班实验的学校及老师, 请与北京西蒙示例演练教育研究中心联系, 本中心将定期给学校邮寄“示例演练”实验通讯, 并将有关活动(如教学观摩课、地区性研讨会及年度研讨会等)及时通告大家, 以便各学校能派人参加.

联系地址: 北京海淀区知春路17号2号楼1203室

邮政编码: 100083 电话: (010) 82332362 82311949

网 址: www.simonedu.com

E-mail: pubic@simonedu.com



目 录

第八章 因式分解	(1)
8.1 提公因式法	(2)
8.2 运用公式法	(11)
8.3 分组分解法	(30)
8.4 十字相乘法(选学)	(60)
小结与复习	(78)
复习参考题八	(79)
检测题 A	(86)
检测题 B	(89)
检测题 A 答案	(91)
检测题 B 答案	(92)
总检测题 A	(93)
总检测题 A 答案	(95)
总检测题 B	(97)
总检测题 B 答案	(98)
第九章 分 式	(101)
9.1 分式的意义	(101)
9.2 分式的基本性质	(108)
9.3 分式的乘除法	(117)
9.4 分式的加减法	(128)
9.5 含有字母系数的一元一次方程	(154)
9.6 可化为一元一次方程的分式方程及其应用	(160)
小结与复习	(179)
复习参考题九	(182)
检测题 A	(188)
检测题 B	(191)
检测题 A 答案	(194)
检测题 B 答案	(195)
总检测题及答案	(197)
附录	(201)

☆新知识

1. 计算:

(1) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(2) $(x+3)(x-3) = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $(x+2y)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $m(a+b+c) = \underline{\hspace{2cm}}$

上述等式的特点是:左边是整式乘积的形式,右边是多项式.

2. 把上面各式反过来写成:

(1) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

(2) $x^2 - 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $x^2 + 4xy + 4y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $ma + mb + mc = \underline{\hspace{2cm}}$

上述等式的特点是:左边是多项式,右边是

定义:把一个多项式化成几个整式的__的形式,叫做把这个多项式因式分解,也叫做把这个多项式因式分解.它与__是相反的.

$$\text{如 } a^2 - b^2 \begin{matrix} \xrightarrow{\text{因式分解}} \\ \xleftarrow{\text{整式乘法}} \end{matrix} (a+b)(a-b)$$

3. 下列各式由左到右的变形,是因式分解的,在括号里面画“√”;不是的画“×”.

(1) $a^2 + 2a - c = a(a+2) - c$

()

(1) ×

(2) $bx + cx = (b+c)x$

()

(2) √

(3) $x + (a^2 - b^2) = x + (a+b)(a-b)$

()

(3) ×

(4) $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

()

(4) √

(5) $y^2 - 6y + 9 = (y-3)^2$

()

(5) √

(6) $6a^3b = a^2 \cdot 6ab$

()

(6) ×

(7) $2x^2y + 2x = 2x^2(y + \frac{1}{x})$

()

(7) ×

(8) $3x^2 - 6xy + x = x(3x - 6y)$

()

(8) ×

1.

(1)

(2) $x^2 - 9$

(3) $x^2 + 4xy + 4y^2$

(4) $ma + mb + mc$

2.

(1)

(2) $(x+3)(x-3)$

(3) $(x+2y)^2$

(4) $m(a+b+c)$

几个整式乘积

积

整式乘法

3.

小结:

看一个等式变形是不是因式分解关键有三点:

- A. 等号左边是_____.
- B. 等号右边是_____.
- C. 等号两边的代数式必须_____.

- A. 多项式
- B. 几个整式的积
- C. 相等

小结:

把一个多项式化成_____,叫做把这个多项式因式分解,也叫做把这个多项式分解因式.

几个整式的积的形式

8.1 提公因式法

☆新知识

- 1. (1)在多项式 $ma+mb$ 的各项中有相同的因式 m .
- (2)在多项式 $ax+ay$ 的各项中有相同的因式_____.
- (3)在多项式 $2a^2b+2ab^2$ 的各项中有相同的因式_____.
- (4)在多项式 $x^2a-x^2b+x^2c$ 的各项中有相同的因式_____.

- 1. (1)
- (2) a
- (3) $2ab$
- (4) x^2

小结:

以上各多项式中每一项都含有相同的因式,叫做各个多项式的公因式.

2. 把下列各多项式的公因式提到括号外:

- (1) $ma+mb+mc=m(a+b+c)$
- (2) $ax+ay=__(x+y)$
- (3) $2a^2b+2ab^2=__(a+b)$
- (4) $x^2a-x^2b+x^2c=__(a-b+c)$

- 2.
- (1)
- (2) a
- (3) $2ab$
- (4) x^2
- 几个整式

以上各式,从左边到右边是因式分解,因为右边是_____的积的形式.

把多项式中各项的_____提到括号外,将多项式写成因式乘积的形式,这种因式分解的方法叫做提公因式法.

公因式

3. 判断下面因式分解是否正确(正确的画“√”;错误的画“×”并改正):

- (1) $6a^2b^3-8a^3b^2-4ab=ab(6ab^2-8a^2b-4)$ ()
- (2) $4x^2y^3-8x^3y^2=2x^2y^2(2y-4x)$ ()
- (3) $8a^3b^2+12ab^3c=8ab^2(a+4bc)$ ()
- (4) $15x^3y^3-6x^3y^2+3x^2y=3x^2y(5xy^2-2xy+1)$ ()

- 3.
- (1) ×, $2ab(3ab^2-4a^2b-2)$
- (2) ×, $4x^2y^2(y-2x)$
- (3) ×, $4ab^2(2a^2+3bc)$
- (4) √

小结:

所提公因式的系数,应取各项系数的最大公约数.

4. 把下列各题的公因式提到括号外:

$$(1) a^3b + a^2b^2 - ab^3 = ab(a^2 + ab - b^2)$$

$$(2) x^2y^3 - x^3y^2 + xy^3 = \underline{\hspace{2cm}} (xy - x^2 + y)$$

$$(3) m^4 + 3m^3 - m^2p = \underline{\hspace{2cm}} (m^2 + 3m - p)$$

$$(4) 2a^2b^2 - a^2b^2c = \underline{\hspace{2cm}} (2 - c)$$

4.

(1)

(2) xy^2

(3) m^2

(4) a^2b^2

小结:

用提公因式法分解因式时,所提的字母的指数应是各项相同字母指数中最低的.

提公因式法分解因式时,所提的公因式中:

A. 系数取各项系数的 .

B. 字母取各项的 字母.

C. 各相同字母的指数取 的.

A. 最大公约数

B. 相同

C. 最低

5. 用提公因式法分解因式:

$$(1) 5x^2 + 10x = 5x \cdot x + 5x \cdot 2 = 5x(x + 2)$$

$$(2) 6a^4 + 12a^3 = \underline{\hspace{2cm}} \\ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) 4x^2y + 8x^3y - 10x^2y^3 = \underline{\hspace{2cm}} \\ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4) 6m^4n + 8m^2n^2 - 12m^2n^3 = \underline{\hspace{2cm}} \\ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(5) 12a^2b - 18ab^2 - 24a^3b^3 = \underline{\hspace{2cm}} \\ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(6) x^6 + 3x^4 - 2x^2 = \underline{\hspace{2cm}} \\ = \underline{\hspace{2cm}}$$

5.

(1)

(2) $6a^3 \cdot a + 6a^3 \cdot 2$

$6a^3(a + 2)$

(3) $2x^2y \cdot 2 + 2x^2y \cdot 4x - 2x^2y \cdot 5y^2$
 $2x^2y(2 + 4x - 5y^2)$

(4) $2m^2n \cdot 3m^2 + 2m^2n \cdot 4n$
 $- 2m^2n \cdot 6n^2$
 $2m^2n(3m^2 + 4n - 6n^2)$

(5) $6ab \cdot 2a - 6ab \cdot 3b - 6ab \cdot 4a^2b^2$
 $6ab(2a - 3b - 4a^2b^2)$

(6) $x^2 \cdot x^4 + x^2 \cdot 3x^2 - x^2 \cdot 2$
 $x^2(x^4 + 3x^2 - 2)$

小结:

用提公因式法分解因式时:

第一步:确定公因式.

第二步:用公因式去除多项式的每一项,即得括号中的另一个因式.

确定所提的公因式中:

A. 系数取 .

B. 字母取 .

C. 各相同字母的指数取 .

A. 各项系数的最大公约数

B. 各项相同的字母

C. 最低的

课堂测验 (一)

1. 判断下列变形是否是因式分解(对的打“√”,错的打“×”):

- (1) $15a^2b = 3a \cdot 5ab$ ()
- (2) $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$ ()
- (3) $3x^2y - 6xy^2 + 3xy = 3xy(x-2y)$ ()
- (4) $2a^2 + 4ab + a = a(2a + 4b + 1)$ ()

2. 填空题:

- (1) $3a^3 + 6a^2 = \underline{\hspace{2cm}}(a+2)$
- (2) $\frac{1}{2}mn^2 + \frac{1}{2}m^2n = \underline{\hspace{2cm}}(m+n)$
- (3) $12xyz - \underline{\hspace{2cm}} = 3xy(\underline{\hspace{2cm}} - 3xy)$

3. 把下列各式分解因式:

- (1) $25x^8 + 125x^{16}$
- (2) $24x^3 + 16x^2y - 8x^2$
- (3) $8a^3x^2 - 6a^5x^2 - 12a^4x^4$
- (4) $81m^3n^2 - 54m^2n^2 - 27m^2n^3$
- (5) $35x^5y^6 - 14x^3y^4 - 49x^4y^3$

☆练习与巩固

6. 分解下列各式:

- | | |
|--|--|
| $(1) 2ab - 2a = 2a \cdot b - 2a \cdot 1 = 2a(b-1)$ | |
| $(2) 6ab - 6a = \hspace{10em} =$ | $(2) 6a \cdot b - 6a \cdot 1, 6a(b-1)$ |
| $(3) 5a^4 - 5a^3 = \hspace{10em} =$ | $(3) 5a^3 \cdot a - 5a^3 \cdot 1, 5a^3(a-1)$ |
| $(4) x^3 + x^2 = \hspace{10em} =$ | $(4) x^2 \cdot x + x^2 \cdot 1, x^2(x+1)$ |

小结:

数 1 作为项的系数通常可以省略,但如果单独成一项时,它在因式分解时不能漏掉.

- | | |
|--|---|
| $7. (1) -2mx + 4my = -(2mx - 4my) = -2m(x-2y)$ | $7. (1)$ |
| $(2) -6x + 6y = \hspace{10em} =$ | $(2) -(6x-6y), -6(x-y)$ |
| $(3) -x^2 + xy - xz = \hspace{10em} =$ | $(3) -(x^2 - xy + xz), -x(x-y+z)$ |
| $(4) -4a^3 + 6a^2 + 2a = \hspace{10em} =$ | $(4) -(4a^3 - 6a^2 - 2a)$
$-2a(2a^2 - 3a - 1)$ |

如果多项式的第一项的系数是负数,一般要提出“-”号,使括号内第一项的系数是____. 在提出“-”号时,多项式的各项都要_____.

正数
改变符号

$$(5) -5x^3 + 20x^2y - 5xy^2 =$$

$$=$$

$$(6) -100ax - 5bx + 15cx =$$

$$=$$

$$(7) -4x^3 + 10x^2 - 2x =$$

$$=$$

$$(5) -(5x^3 - 20x^2y + 5xy^2)$$

$$= -5x(x^2 - 4xy + y^2)$$

$$(6) -(100ax + 5bx - 15cx)$$

$$= -5x(20a + b - 3c)$$

$$(7) -(4x^3 - 10x^2 + 2x)$$

$$= -2x(2x^2 - 5x + 1)$$

小结:

对于第一项系数是负数的多项式,因式分解时一般要提出_____,使括号内的第一项是_____,此时括号内的各项必须都_____.

负号,正的
改变符号

8. 判断对错(对的画“√”,错的画“×”,并将正确答案写出来):

$$(1) 8x^2 + 8x^3y = 8x^2(1 + xy)$$

()

$$(1) \checkmark$$

$$(2) -a^2 + ab - a = -a(a - b)$$

()

$$(2) \times, -a(a - b + 1)$$

$$(3) 4a^4 - 4a^3 = 2a^3(2a - 2)$$

()

$$(3) \times, 4a^3(a - 1)$$

$$(4) -5ab + 5a = -5a(b + 1)$$

()

$$(4) \times, -5a(b - 1)$$

小结:

A. 用提公因式法进行因式分解的关键是确定公因式. 公因式的系数取各项系数的_____;字母取各项的相同的字母;且各相同字母的_____.

A.
最大公约数
指数取最低的

B. 多项式是几项,提取公因式以后得到的括号中的因式也是_____.

B.
几项

C. 当多项式的某一项和公因式相同或只是符号相反时,提取公因式后,这项为_____,千万不可漏掉.

C.
1 或 -1

D. 第一项是负数的多项式,一般要先提出_____,括号中的各项都要_____.

D. 负号
改变符号

9. 利用因式分解计算:

$$(1) 12 \times 3.14 + 62 \times 3.14 + 26 \times 3.14 = 3.14 \times (\quad)$$

$$= \quad = \quad$$

$$9.$$

$$(1) 12 + 62 + 26$$

$$= 3.14 \times 100, 314$$

$$(2) 2.186 \times 1.237 - 1.237 \times 1.186 =$$

$$=$$

$$(2) 1.237 \times (2.186 - 1.186)$$

$$= 1.237$$

$$(3) -2^{97} + 2^{98} = -(\quad)$$

$$= \quad = \quad$$

$$(3) 2^{97} - 2^{98}$$

$$= -2^{97}(1 - 2), 2^{97}$$

$$\text{或 } -2^{97} + 2^{98} =$$

$$= \quad = \quad$$

$$2^{98} - 2^{97}$$

$$= 2^{97}(2 - 1), 2^{97}$$

$$(4) \text{ 已知 } U = IR_1 + IR_2 + IR_3, \text{ 当 } R_1 = 19.7, R_2 = 32.4, R_3 = 35.9, I = 2.5 \text{ 时, 求 } U \text{ 的值.}$$

$$(4)$$

解:

$$\begin{aligned}
 U &= I(R_1 + R_2 + R_3) \\
 &= 2.5 \times (19.7 + 32.4 + 35.9) \\
 &= 220
 \end{aligned}$$

小结:

利用因式分解法可以进行简便运算.

☆扩展与提高

10.

(1) 已知 $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$, 求

$1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2000}$ 的值.

(2) 利用因式分解化简多项式

$$1 + x + x(1+x) + x(1+x)^2 + \dots + x(1+x)^{2002}$$

$$(1+x)^2$$

(3) 已知多项式 $2x^3 - x^2 + m$ 有一项因式是 $2x + 1$, 求 m 的值.

10.

(1)

$$\begin{aligned}
 \text{解: } &1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2000} \\
 &= 1 + x(1 + x + x^2 + x^3) + x^5(1 + x \\
 &\quad + x^2 + x^3) + \dots + x^{1997}(1 + x + x^2 \\
 &\quad + x^3) \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}
 \text{解: } &1 + x + x(1+x) + x(1+x)^2 + \dots \\
 &+ x(1+x)^{2002} \\
 &= (1+x)[(1+x) + x(1+x) + x(1+x)^2 \\
 &\quad + \dots + x(1+x)^{2001}] \\
 &= (1+x)^2[(1+x) + x(1+x) + x(1+x)^2 \\
 &\quad + \dots + x(1+x)^{2000}] \\
 &\dots\dots\dots \\
 &= (1+x)^{2001}[(1+x) + x(1+x)] \\
 &= (1+x)^{2002}(1+x) \\
 &= (1+x)^{2003}
 \end{aligned}$$

(3)

解: 因为 $2x + 1$ 是多项式 $2x^3 - x^2 + m$ 的一个因式, 所以多项式可分解为:

$$2x^3 - x^2 + m = (2x + 1) \cdot A, \text{ 其中 } A \text{ 为二次因式.}$$

当 $2x + 1 = 0, x = -\frac{1}{2}$ 时, 等式的右边值为 0, 因此等式左边的值也为 0.

$$\begin{aligned}
 \text{即 } &2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + m \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\text{解之得, } m = \frac{1}{2}$$

课堂测验 (二)

1. 把下列各式分解因式:

(1) $8x^2 + 8x^3y$

(2) $-x^3y^2 + 2x^2y - xy$

(3) $-3m^2 + 6m^2n - 9mn^2$

(4) $-7ab - 14abx + 49aby$

(5) $-3ma^3 + 6ma^2 - 2my$

(6) $-4x^3y^2 + 6x^2y - 2xy$

(7) $56x^3yz + 14x^2y^2z - 21xy^2z^2$

2. 利用因式分解计算:

(1) $5.123 \times 10^5 + 4.877 \times 10^5$

(2) $9998^2 + 2 \times 9998$

3. (选做) 计算 $-(-2)^{97} + (-2)^{98} + (-2)^{99}$ 的结果是 () .

A. -2^{97} B. 2^{97} C. 3×2^{97} D. -3×2^{97}

4. (选做) 已知 $4x^2 + 7x + 2 = 4$, 求 $-12x^2 - 21x$ 的值. -6

11. 把下列各题的公因式填在横线上:

(1) $x(a+b) + y(a+b)$ 的公因式是 $(a+b)$.

(2) $a(m+n) - b(m+n)$ 的公因式是 .

(3) $(a+b)^2 - (a+b)$ 的公因式是 .

(4) $x(a-b) + y(a-b)^2$ 的公因式是 .

(5) $6(a+b) + 4a(a+b)$ 的公因式是 .

(6) $a(a-b)^3 + a(a-b)^2 - a(a-b)$ 的公因式是 .

(7) $p(x^2 + y^2) + q(x^2 + y^2)$ 的公因式是 .

以上各多项式的公因式是一个 项式.

12. 已知一个公因式, 填写另一个因式:

(1) $3x(a+b) + y(a+b) = (a+b)(3x+y)$

(2) $a(m+n) - b(m+n) = (m+n)(\underline{\hspace{2cm}})$

(3) $p(x^2 + y^2) + q(x^2 + y^2) = (x^2 + y^2)(\underline{\hspace{2cm}})$

(4) $(a+b)^2 - (a+b) = (a+b)(\underline{\hspace{2cm}})$

13. 把下列各式分解因式:

(1) $(a-b)^2 - (a-b) = (a-b)(a-b-1)$

(2) $(a+b) + (a+b)^2 =$

(3) $2(x+y)^2 - 2(x+y) =$

(4) $(a+b) - (a+b)^2 = (a+b)[1 - (a+b)]$
 $= (a+b)(1 - a - b)$

11.

(1)

(2) $(m+n)$

(3) $(a+b)$

(4) $(a-b)$

(5) $2(a+b)$

(6) $a(a-b)$

(7) $(x^2 + y^2)$

多

12.

(1)

(2) $a-b$

(3) $p+q$

(4) $a+b-1$

13.

(1)

(2) $(a+b)(1+a+b)$

(3) $2(x+y)(x+y-1)$

(4)

$$(5) 2(x+y) - (x+y)^2 =$$

$$=$$

$$(6) 3(x-y) - 6(x-y)^2 =$$

$$=$$

14. 在下列各式中等号右边的括号前填入正号或负号,使左边与右边相等:

$$(1) y-x = -(x-y)$$

$$(2) b-a = _ (a-b)$$

$$(3) d+c = _ (c+d)$$

$$(4) -m-n = _ (m+n)$$

$$(5) -x^2+y^2 = _ (x^2-y^2)$$

$$(6) (b-a)^2 = _ (a-b)^2$$

$$(7) (y-x)^3 = _ (x-y)^3$$

$$(8) (-y+x)^2 = _ (x-y)^2$$

$$(9) (-y+x)^3 = _ (x-y)^3$$

$$(10) (x-y)^4 = _ (y-x)^4$$

$$(11) (m-n)^5 = _ (n-m)^5$$

$$(12) (a-x)(a-y) = _ (x-a)(y-a)$$

$$(5) (x+y)[2-(x+y)]$$

$$(x+y)(2-x-y)$$

$$(6) 3(x-y)[1-2(x-y)]$$

$$3(x-y)(1-2x+2y)$$

14.

(1)

(2) -

(3) +

(4) -

(5) -

(6) +

(7) -

(8) +

(9) +

(10) +

(11) -

(12) +

★ 小结:

$$n \text{ 为整数 } \begin{cases} (b-a)^{2n-1} = -(a-b)^{2n-1} \\ (b-a)^{2n} = (a-b)^{2n} \end{cases}$$

$$n \text{ 为自然数 } (b+a)^n = (a+b)^n$$

15. 把下列各式分解因式:

$$(1) a(x-y) + b(y-x) = a(x-y) - b(x-y)$$

$$= (x-y)(a-b)$$

$$(2) m(a-b) - n(b-a) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) m(a-3) + 2(3-a) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4) (x-y)^2 - 5(y-x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$a-b$ 与 $b-a$ 的关系是: $b-a = -(a-b)$

$$(5) 6(p+q)^2 - 2(p+q) = 2(p+q)[3(p+q)-1]$$

$$= 2(p+q)(3p+3q-1)$$

$$(6) 6(x-2) - 2x(2-x) = 6(x-2) + 2x(x-2)$$

$$= 2(x-2)(3+x)$$

$$(7) 10a(x-y)^2 - 5b(y-x) =$$

15.

(1)

$$(2) m(a-b) + n(a-b)$$

$$(a-b)(m+n)$$

$$(3) m(a-3) - 2(a-3)$$

$$(a-3)(m-2)$$

$$(4) (x-y)^2 + 5(x-y)$$

$$(x-y)(x-y+5)$$

(5)

(6)

$$(7) 10a(x-y)^2 + 5b(x-y)$$