精选精编最新试题解析

（初　中）

数　学

刘素娥　杨兆一
刘建业　周沛耕　编

北京师范学院出版社

精选精编最新试题解析

初中数学

刘素娥　杨兆一　刘建业　周沛耕　编

北京师范学院出版社

1990年·北京

精选精编最新试题解析

初中数学

刘素娥　杨兆一　刘建业　周沛讲　编

•

北京师范学院出版社出版

（北京阜成门外花园村）

新华书店总店科技发行所发行

国防出版社印刷厂印刷

•

开本：787×1092　1/32　印张：8　字数：162千

1990年2月北京第1版　1990年2月北京第1次印刷

印数：00,001—60,000册

ISBN 7-81014-408-1/G·35

定价：2.50元

前　言

为了使初中、高中毕业班学生更好地重温和巩固所学的基础知识，并进行基本技能的训练；为指导初高中其他年级学生平时学习和为教师提供备课参考资料，我们编写了《精选精编最新试题解析》丛书。计为：初中语文、数学、物理、化学、英语，高中语文、数学、物理、化学、英语共10册。

这套丛书的编写紧扣教学大纲，紧密结合授课内容和目前学生的实际水平，主要特点是：

1. 每册书中各部分（或章）均有知识的重点、难点介绍和知识内在联系的说明，便于读者对所学知识的巩固。

2. 每册书中各部分（或章）均在基础知识介绍后安排了一定数量的例题分析。例题的选择注意了代表性和典型性，有基础知识题，也有难度适中的综合题；例题的安排注意了由易到难，循序渐进。例题分析主要介绍解题思路，提示解题方法，有利于提高读者综合运用知识的能力。

3. 每册书中各部分（或章）例题解析后都安排了一定数量的练习题。习题内容紧扣本部分（或章）基本知识介绍和例题分析，目的是使读者牢固掌握本部分（或章）知识内容并提高应考能力。为了方便读者，书末附有习题答案。

本丛书由北京大学附属中学、清华大学附属中学、人民大学附属中学、北京师范学院附属中学、北京101中学、花园村中学和中关村中学工作在教学第一线富有教学经验的高级教师和一级教师编写。

由于时间仓促，书中错漏之处恳望读者提出宝贵意见。以使这套丛书质量不断提高。

编　者

1989年9月

目　录

第一篇 代 数

第一章 实 数

有理数，无理数，实数，数轴，相反数，倒数，绝对值的概念，实数大小的比较及实数的运算是本章的知识要点。其中绝对值的概念是个难点也是重点，在二数大小的比较及有理数的运算中都要用到。因此正确地掌握绝对值的概念，很重要。复习本章应注意以下几点：

1． 实数的绝对值是非负数。若干个非负数的和也是非负数，若干个非负数的积也是非负数。如果若干个非负数的和为零，那么每个非负数必定为零。非负数与正数的和是正数。这些对今后解题很有意义。

2． 对于绝对值的理解，从数轴上来看，一个实数的绝对值就是数轴上表示这个数的点到原点的距离。

$|a|=\begin{cases} a, & (a\geqslant 0) \\ -a, & (a<0) \end{cases}$，从定义可以看出，$-a$在$a<0$时表示一个正数。也就是说，用字母表示数时应注意字母所表示的实数的范围。当$a>0$时，绝对值等于a的数有两个，这两个数互为相反数，它们是$\pm a$。

3． 对于实数的运算，有理数集合的一切运算性质在实数范围内都适用，实数的运算顺序是先乘方，开方，然后乘除，最后加减。若有括号应先算括号里边，正确进行实数的运算是学好后续课的前提。

例1 比较下列各组数的大小：

1. $-\pi$和-3.14；

2. $\sqrt{2}-1$和$\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$；

3. $0<a<1$时a和$\dfrac{1}{a}$。

解 1. $|-\pi|=\pi$，$|-3.14|=3.14$，

$\because$ $\pi>3.14$，

$\therefore$ $-\pi<-3.14$。

2. $\because$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$，

$\therefore$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$。

$\therefore$ $\sqrt{2}-1=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$。

3. $\because$ $a-\dfrac{1}{a}=\dfrac{a^2-1}{a}=\dfrac{(a+1)(a-1)}{a}$，

又$\because$ $0<a<1$，$\therefore$ $a-1<0$。

而$a+1>0$，$\therefore a-\dfrac{1}{a}<0$，

$\therefore$ $a<\dfrac{1}{a}$。

在比较两个负数的大小时，可求出这两个负数的绝对值，按照绝对值大的数小，绝对值小的数大的原则比较。特别要注意π不等于3.14，不是无理数，而3.14是有理数。如果要比较的两个实数是用字母表示的，可根据条件求其差，以确定两个实数的大小.办法是：$a-b>0$则$a>b$；$a-b=0$则$a=b$；$a-b<0$则$a<b$。

例2 若实数a，b，c在数轴上的对应点如图所示：

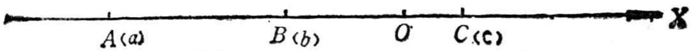

图1-1-1

求$\sqrt{(a+b)^2}-|c-b|-|a+c|$的值。

解 $\because$ $a<0$，$b<0$；

$\therefore$ $a+b<0$；

$\therefore$ $\sqrt{(a+b)^2}=-(a+b)$。

$\because$ $c>0$，$b<0$；

$\therefore$ $c-b>0$，

$\therefore$ $|c-b|=c-b$。

$\because$ $a<0$，$c>0$；$|a|>|c|$，

$\therefore$ $a+c<0$，$|a+c|=-(a+c)$。

$$\begin{aligned}&\sqrt{(a+b)^2}-|c-b|-|a+c|\\&=-(a+b)-(c-b)-[-(a+c)]\\&=-a-b-c+b+a+c\\&=0.\end{aligned}$$

任何实数的绝对值均为非负数。在这里是将绝对值符号里的$c-b$，$a+c$视为一个整体来考虑的，这种看问题的方法应该掌握。

例3 计算$\left[\left(\frac{27}{39}-\frac{15}{26}\right)\times\left(0.5-\frac{1}{2}\right)^2+6\frac{6}{7}\div\frac{6}{21}\right]\times(-1)^{35}$

解 原式$=\left[\left(\frac{27}{39}-\frac{15}{26}\right)\times0+\frac{48}{7}\times\frac{21}{6}\right]\times(-1)$

$$=\left[\frac{48}{7}\times\frac{21}{6}\right]\times(-1)$$

$=24\times(-1)$

$=-24$.

例4 $-2^2\div\left(-\frac{1}{2}\right)^2-3^{12}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{11}$

解 原式 $=-4\div\frac{1}{4}-3^{12}\times\left(-\frac{1}{3^{11}}\right)$

$=-16-3\times(-1)$

$=-16+3$

$=-13$.

在计算中应先乘方，再乘除，最后加减，有括号应先算括号里的，要注意-2^2与$(-2)^2$的区别，-2^2是2的平方的相反数，结果为-4，$(-2)^2$是$(-2)(-2)$，结果是$+4$。

习题1-1

一、填空：

1. -5的绝对值是____；$-\frac{1}{5}$的相反数是____，$1\frac{1}{2}$的倒数是____。

2. 用“>”号按由大到小的顺序联接下列各数-5，$+2$，-3.6，-6，$+1$，0，$\frac{1}{2}$____；

3. 用“<”号联接$-2\frac{7}{10}$和$-2\frac{4}{5}$____；

4. 用“>”号联接-0.75和$-\frac{2}{3}$____；

5. 最小的正整数是____，最大的正整数是____；

6. 最大的负整数是____，最小的负整数是____；

7. $\sqrt{3}-2$的相反数是____，$\sqrt{3}-2$的倒数是____，

$\sqrt{3}-2$的绝对值是___；

8．在数$\sqrt{16}$，-3.14，$\sqrt{8}$，0.101001000100001……（两个1之间依次多一个零）中是无理数的有___；

9．一个数的倒数的相反数是$2\frac{1}{3}$，这个数是___；

10．若$a+b=0$，则这两个数的关系是___；若$a-b=0$，则这两个数的关系是___，若$ab=1$，则这两个数的关系是___；

11．用"<"号按由小到大的顺序联接下列各数：$-\sqrt{5}$，$\cos 60°$，$\sqrt{(-2)^2}$，π，$\mathrm{tg}135°$，$\lg 0.01$，___；

12．如果$|a+3|=1$，那么$a=$___；

13．若$a<0$，则$|a-(-a)|$的结果是___；

14．数轴上的点A表示$-3\frac{1}{2}$，那么与A相距3个长度单位的点所表示的数是___；

15．如果$(a-2)^2+\frac{1}{2}|b-8|=0$，则$a$___，$b=$___；

16．当$x<0$时，$\sqrt{(x-2)^2}-|x|=$___。

二、判断正误（对的画"√"，错的画"×"）：

1．有理数是整数与小数的统称（　）。

2．有理数与无理数的和是无理数（　）。

3．$a+b$是有理数，那么a、b都是有理数（　）。

4．实数的平方都是正数（　）。

5．实数的偶次幂、绝对值及非负实数的算术根都是非负数（　）。

6．n表示整数，$2n$是偶数（　），$2n+1$是奇数（　）。

7．$\frac{\pi}{5}$是分数（　）。

8. $-2^2=4$（ ），$-(-2)^2=4$（ ），$(-2)^2=4$（ ）。

9. $0-(-8)=-8$（ ）；$-8-8=0$（ ）。

10. $\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{2^3}{5}$（ ）；$\left(-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)$

$=\left(-\frac{2}{5}\right)^3$（ ）。

11. $a+1>a$（ ）；$2a>a$（ ）。

12. 如果$\frac{x^2}{y^2}=1$，则$x=y$（ ）。

13. 如果$|m|=|n|$，则$m=n$（ ）。

14. 如果$\sqrt{a}=\sqrt{b}$，则$a=b$（ ）。

15. $a>-a$对任意实数都成立（ ）。

16. 如果$|a|>|b|$，则$a>b$（ ）。

17. 如果$|m|=|-10|$，那么$m=-10$（ ）。

三、计算：

1. $0\div\left(-\frac{5}{16}\right)$；

2. $-4.5\times(-6)$；

3. $-0.01\div\frac{1}{25}$；

4. $(-1)\cdot(0.3)\cdot(-3)$；

5. $-\{-[-(+1)]\}$；

6. $|-0.3|+|-3|-\left|2\frac{1}{4}\right|$；

7. $0-(-3)^2$；

8. 用简便方法计算$(-354)\times(-3)+(-354)\times5+(-354)\times(-2)$；

9. $(-2)^3 \div (-4^2)$;

10. $\left|10\frac{1988}{1989}-17\frac{1989}{1990}\right|+10\frac{1988}{1989}-17\frac{1989}{1990}$;

11. $-3^2 \div \frac{9}{4} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2$;

12. $-2^2-(-2)^2-2^3+(-2)^3-(-1^2)+(-1)^{1990}$;

13. $(-3^3)\times(-3)\div 5\frac{2}{5}-(-5)^2\div 5\times 5$;

14. $(-2\times 5^2)^3\times\left[6-2\times(-1)^2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+(-6)^2\right.$

$\left.\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2-(-8)^2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\right]$;

15. $-3-\left[-5+\left(1-0.2\times\frac{3}{5}\right)\div(-2)\right]$;

16. $-1^4-(1-0.5)\times\frac{1}{3}\times[2-(-3)^2]$;

17. $-3^2\times 1.2^2\div 0.3^3-\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-3)^3$;

18. $|(-5)^3\times(0.2)^4|\times(-5)^2\div(-6.25)^0$
 $+(-1)^{2n-1}$ (n是整数);

19. $18\div(-3^2)\times(-3)^2-2^3\times(-3)$;

20. $|-4^2-(-6)|+\left|-1+\frac{2}{3}\right|-|5\div(-6)|$;

21. 已知 $\frac{(a-2b)^2+|9-a^2|}{\sqrt{a+b}}=0$，求实数$a$，$b$；

22. $2\sqrt{5}(1+\sqrt{3})$（保留二个有效数字）。

四、选择填空：

1．如果x在数轴上如图1-1-2所示，下列各式中正确的是（　　）：

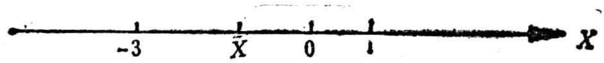

图1-1-2

A．$|x-4|=x-4$；B．$|x-4|=x+4$；

C．$|x-4|=4-x$；D．以上全错．

2．已知$|x|=-x$，那么x的取值是（　　）．

A．$x<0$；B．$x=0$；C．$x\leqslant 0$；D．$x>0$．

3．下列说法正确的是（　　）：

A．若$a>0$，则$a>\frac{1}{a}$．B．如果$a>a^2$，那么$a<1$．

C．如果$0<a<1$，那么$a>a^2$．D．如果$|a|=a$，那么$a>0$．

4．一个数等于它的倒数的9倍，则这个数是（　　）．

A．3；B．$\frac{1}{3}$；C．± 3　D．$\pm\frac{1}{3}$．

5．若$|a+b|=|a|+|b|$成立，那么（　　）．

A．a、b同号；　　B．a、b异号；

C．a、b为一切有理数；D．a、b同号或$a\cdot b=0$．

第二章　有理式

本章主要内容有：代数式，单项式，多项式，整式，分式，有理式，无理式的概念，因式分解的概念、方法及有理式的运算．整式加减运算的实质是合并同类项，整式乘除运算的基础是幂运算性质：

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0,\ m > n);$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$(a^n)^m = a^{m \cdot n}.$$

多项式的乘法可转化为单项式乘法．掌握好整数运算的关键是熟练地掌握幂运算性质进行单项式乘除运算，有些特殊的多项式乘法运算可以利用乘法公式进行，如：

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2;$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) + a^3 \pm b^3 \text{等。}$$

对于这些乘法公式应理解它的实质，灵活加以运用．如 $[(x+2y)+1][(x+2y)-1]$ 的计算就可以将 $(x+2y)$ 视为一个整体，把它看作公式中的 a，而 1 可看成公式中的 b，因此利用公式运算可得 $(x+2y)^2 - 1^2 = x^2 + 4xy + 4y^2 - 1$．公式中的字母 a、b 不仅表示数，还可以表示一个单项式，或一个多项式，也可表示为一个分式．总之，只要题目具有公式的那种形式就可以利用公式进行计算．公式的恒等变形对于求某些代数式的值具有重要意义，要注意它的各种变形．如：$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 又可写成 $a^2 + b^2 = (a+b)^2 = 2ab$，这是用两数和的平方及这两数积的 2 倍的差表示这两个数的平

方和。

分式的基本性质是进行分式约分和通分的依据，分式的符号法则是：分子、分母和分式本身的符号改变其中任何两个，分式的值不变。这个法则对于在分式运算中需改变分子、分母的符号时是有用的。特别要注意：分式除法运算$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$，没有将$\frac{c}{d}$写成$\frac{d}{c}$就转化为乘法是不对的。

本章复习中还应注意以下几点：

1. 数系结构：

$$代数式\begin{cases}有理式\begin{cases}整式\begin{cases}单项式\\多项式\end{cases}\\分式\end{cases}\\无理式\end{cases}$$

这一分类是以它所包含的运算为基础的。如只含有加减乘除乘方运算(包含数字开方运算)的代数式叫有理式。

2. 单项式的次数是以所含字母指数之和为它的次数的，如$\frac{1}{2}x^2yz^3$，这个单项式的次数是$2+1+3=6$，而$-a$的次数是1，它的系数是-1。多项式的次数是该多项式中次数最高的那一项的次数。如$2x+3y^2-4x^2y^2$，这是一个四次三项式，以$-4x^2y^2$这一项的次数4作为这个多项式的次数。

3. 在研究分式的值为零时应注意，必须在分式有意义的前提下进行，如$\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$在x为何值时分式值为零，就是

$$\begin{cases}x^2-9=0,\\x^2-2x-3\neq0;\end{cases}即\begin{cases}(x+3)(x-3)=0,\\(x-3)(x+1)\neq0.\end{cases}$$

所以$x=-3$时分式值为零，而不能取$x=3$，因为分母为零分式无意义，无法再谈分式值为零。

4．要注意分式加减运算不得去分母，如计算

$$\frac{1}{x+3}-\frac{2}{x-3}=(x-3)-2(x+3)=x-3-2x-6=-x-9.$$

这种错误就是将分式运算与分式方程混为一谈了。

5．因式分解的方法一般有提公因式法，利用公式法，十字相乘法，分组分解法．对于二次三项式还可以用求根法。分解：$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$其中$x_1$，$x_2$是$ax^2+bx+c=0$的两根．一般因式分解指在有理数范围内，若指出在实数内分解，按要求应分解到不能分解时为止，如$x^4-9=(x^2+3)(x^2-3)$是在有理数范围内分解，若要求在实数范围内分解应为$x^4-9=(x^2+3)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$。还要注意：若分解后的因式有重因式应写成幂的形式，如有$(a-b)\times(a-b)$应写成$(a-b)^2$。

例1　求下列代数式的值：

1．当$a=0$，1，-2时求a^2-2a+3的值；

2．当$a=-\frac{2}{3}$，$b=\frac{1}{2}$时求$2a-\{7b+[4a-b-(a+3b]\}$的值；

3．当$a=-\frac{1}{2}$，$b=\frac{\sqrt{5}}{2}$时求$\left(a-b+\frac{4ab}{a-b}\right)\left(a+b-\frac{4ab}{a+b}\right)$的值；

4．已知$x^2+x-1=0$，求$x^3-\frac{1}{x^3}$的值。

解　1．当$a=0$时，$a^2-2a+3=0^2-2\times0+3=3$，