



微分方程：一种建模方法

[美] 考特尼·布朗 (Courtney Brown) 著
李兰 译

- ★ 革新研究理念
- ★ 丰富研究工具
- ★ 最权威、最前沿的定量研究方法指南

格致方法·定量研究系列 吴晓刚 主编

微分方程：一种建模方法

[美] 考特尼·布朗(Courtney Brown) 著
李 兰 译



SAGE Publications ,Inc.

格致出版社 上海人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

微分方程：一种建模方法 / (美)布朗(Brown, C.)著；李兰译。
—上海：格致出版社；上海人民出版社，2012
(格致方法·定量研究系列)
ISBN 978 - 7 - 5432 - 2196 - 3

I. ①微… II. ①布… ②李… III. ①微分方程
IV. ①0175

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 271630 号

责任编辑 高璇

格致方法·定量研究系列

微分方程：一种建模方法

[美]考特尼·布朗 著

李 兰 译

出 版 世纪出版集团 格致出版社
www.ewen.cc www.hibooks.cn
上海人民出版社
(200001 上海福建中路193号24层)



编辑部热线 021-63914988
市场部热线 021-63914081

格致出版

发 行 世纪出版集团发行中心
印 刷 浙江临安曙光印务有限公司
开 本 920×1168 毫米 1/32
印 张 5.5
字 数 83,000
版 次 2012 年 12 月第 1 版
印 次 2012 年 12 月第 1 次印刷
ISBN 978 - 7 - 5432 - 2196 - 3/C · 93
定 价 15.00 元

出版说明

由香港科技大学社会科学部吴晓刚教授主编的“格致方法·定量研究系列”丛书,精选了世界著名的 SAGE 出版社定量社会科学研究丛书中的 35 种,翻译成中文,集结成八册,于 2011 年出版。这八册书分别是:《线性回归分析基础》、《高级回归分析》、《广义线性模型》、《纵贯数据分析》、《因果关系模型》、《社会科学中的数理基础及应用》、《数据分析方法五种》和《列表数据分析》。这套丛书自出版以来,受到广大读者特别是年轻一代社会科学工作者的欢迎,他们针对丛书的内容和翻译都提出了很多中肯的建议。我们对此表示衷心的感谢。

基于读者的热烈反馈,同时也为了向广大读者提供更多的方便和选择,我们将该丛书以单行本的形式再次出版发行。在此过程中,主编和译者对已出版的书做了必要的修订和校正,还新增加了两个品种。此外,曾东林、许多多、范新光、李忠路协助主编参加了校订。今后我们将继续与 SAGE 出版社合作,陆续推出新的品种。我们希望本丛书单行本的出版能为推动国内社会科学定量研究的教学和研究作出一点贡献。

总序

往事如烟，光阴如梭。转眼间，出国已然十年有余。1996年赴美留学，最初选择的主攻方向是比较历史社会学，研究的兴趣是中国的制度变迁问题。以我以前在国内所受的学术训练，基本是看不上定量研究的。一方面，我们倾向于研究大问题，不喜欢纠缠于细枝末节。国内一位老师的话给我的印象很深，大致是说：如果你看到一堵墙就要倒了，还用得着纠缠于那堵墙的倾斜角度究竟是几度吗？所以，很多研究都是大而化之，只要说得通即可。另一方面，国内（十年前）的统计教学，总的来说与社会研究中的实际问题是相脱节的。结果是，很多原先对定量研究感兴趣的学生在学完统计之后，依旧无从下手，逐渐失去了对定量研究的兴趣。

我所就读的美国加州大学洛杉矶分校社会学系，在定量研究方面有着系统的博士训练课程。不论研究兴趣是定量还是定性的，所有的研究生第一年的头两个学期必须修两门中级统计课，最后一个学期的系列课程则是简单介绍线性回归以外的其他统计方法，是选修课。希望进一步学习定量研

究方法的可以在第二年修读另外三个学期的系列课程,其中头两门课叫“调查数据分析”,第三门叫“研究设计”。除此以外,还有如“定类数据分析”、“人口学方法与技术”、“事件史分析”、“多层次线性模型”等专门课程供学生选修。该学校的统计系、心理系、教育系、经济系也有一批蜚声国际的学者,提供不同的、更加专业化的课程供学生选修。2001年完成博士学业之后,我又受安德鲁·梅隆基金会资助,在世界定量社会科学研究的重镇密歇根大学从事两年的博士后研究,其间旁听谢宇教授为博士生讲授的统计课程,并参与该校社会研究院(Istitute for Social Research)定量社会研究方法项目的一些讨论会,受益良多。

2003年,我赴港工作,在香港科技大学社会科学部,教授研究生的两门核心定量方法课程。香港科技大学社会科学部自创建以来,非常重视社会科学研究方法论的训练。我开设的第一门课“社会科学里的统计学”(Statistics for Social Science)为所有研究型硕士生和博士生的必修课,而第二门课“社会科学中的定量分析”为博士生的必修课(事实上,大部分硕士生在修完第一门课后都会继续选修第二门课)。我在讲授这两门课的时候,根据社会科学研究的数理基础比较薄弱的特点,尽量避免复杂的数学公式推导,而用具体的例子,结合语言和图形,帮助学生理解统计的基本概念和模型。课程的重点放在如何应用定量分析模型研究社会实际问题上,即社会研究者主要为定量统计方法的“消费者”而非“生产者”。作为“消费者”,学完这些课程后,我们一方面能够读懂、欣赏和评价别人在同行评议的刊物上发表的定量研究的文章;另一方面,也能在自己的研究中运用这些成熟的

方法论技术。

上述两门课的内容,尽管在线性回归模型的内容上有少量重复,但各有侧重。“社会科学里的统计学”(Statistics for Social Science)从介绍最基本的社会研究方法论和统计学原理开始,到多元线性回归模型结束,内容涵盖了描述性统计的基本方法、统计推论的原理、假设检验、列联表分析、方差和协方差分析、简单线性回归模型、多元线性回归模型,以及线性回归模型的假设和模型诊断。“社会科学中的定量分析”则介绍在经典线性回归模型的假设不成立的情况下的一些模型和方法,将重点放在因变量为定类数据的分析模型上,包括两分类的 logistic 回归模型、多分类 logistic 回归模型、定序 logistic 回归模型、条件 logistic 回归模型、多维列联表的对数线性和对数乘积模型、有关删节数据的模型、纵贯数据的分析模型,包括追踪研究和事件史的分析方法。这些模型在社会科学研究中有着更加广泛的应用。

修读过这些课程的香港科技大学的研究生,一直鼓励和支持我将两门课的讲稿结集出版,并帮助我将原来的英文课程讲稿译成了中文。但是,由于种种原因,这两本书拖了四年多还没有完成。世界著名的出版社 SAGE 的“定量社会科学研究”丛书闻名遐迩,每本书都写得通俗易懂。中山大学马骏教授向格致出版社何元龙社长推荐了这套书,当格致出版社向我提出从这套丛书中精选一批翻译,以飨中文读者时,我非常支持这个想法,因为这从某种程度上弥补了我的教科书未能出版的遗憾。

翻译是一件吃力不讨好的事。不但要有对中英文两种

语言的精准把握能力,还要有对实质内容有较深的理解能力,而这套丛书涵盖的又恰恰是社会科学中技术性非常强的内容,只有语言能力是远远不能胜任的。在短短的一年时间里,我们组织了来自中国内地及港台地区的二十几位研究生参与了这项工程,他们目前大部分是香港科技大学的硕士和博士研究生,受过严格的社会科学统计方法的训练,也有来自美国等地对定量研究感兴趣的博士研究生。他们是:

香港科技大学社会科学部博士研究生蒋勤、李骏、盛智明、叶华、张卓妮、郑冰岛,硕士研究生贺光烨、李兰、林毓玲、肖东亮、辛济云、於嘉、余珊珊,应用社会经济研究中心研究员李俊秀;香港大学教育学院博士研究生洪岩璧;北京大学社会学系博士研究生李丁、赵亮员;中国人民大学人口学系讲师巫锡炜;中国台湾“中央”研究院社会学所助理研究员林宗弘;南京师范大学心理学系副教授陈陈;美国北卡罗来纳大学教堂山分校社会学系博士候选人姜念涛;美国加州大学洛杉矶分校社会学系博士研究生宋曦。

关于每一位译者的学术背景,书中相关部分都有简单的介绍。尽管每本书因本身内容和译者的行文风格有所差异,校对也未免挂一漏万,术语的标准译法方面还有很大的改进空间,但所有的参与者都做了最大的努力,在繁忙的学习和研究之余,在不到一年的时间内,完成了三十五本书、超过百万字的翻译任务。李骏、叶华、张卓妮、贺光烨、宋曦、於嘉、郑冰岛和林宗弘除了承担自己的翻译任务之外,还在初稿校对方面付出了大量的劳动。香港科技大学霍英东南沙研究院的工作人员曾东林,协助我通读了全稿,在此

我也致以诚挚的谢意。有些作者，如香港科技大学黄善国教授、美国约翰·霍普金斯大学郝令昕教授，也参与了审校工作。

我们希望本丛书的出版，能为建设国内社会科学定量研究的扎实学风作出一点贡献。

吴晓刚

于香港九龙清水湾

序

在介绍统计方法的著作中,有一小部分著作主要介绍数学方面的知识。例如,哈格尔(Hagle)的著作为社会科学家介绍了一些基本数学知识,艾弗森(Iversen)的著作介绍了微积分。赫克费尔特(Huckfeldt)、科费尔德(Kohfeld)和莱肯斯(Likens)合著的《动态模型》是一本更专业的数学书,介绍了差分方程。本书通过把时间作为连续变量而非离散变量,进一步介绍微分方程,以便拓展读者数学方面的知识。

数学和统计学存在一些基本差别。统计学过去一直被看做应用数学的一个分支,介绍如何把数学应用到社会科学研究中。虽然这两个学科都使用相同的数学符号来表示变量、参数及方程,但是统计模型的特点在于它的随机性,而数学模型一般是确定性的(虽然随机过程也可以放到模型中,生成随机微分方程)。统计模型有助于社会科学家验证理论,而数学模型有助于研究人员做理论探索和理论构建。统计模型包括数据归纳(如利用大量的观测值来做参数估计),而数学模型则意味着知识的延伸(如用几个起始条件来预测一系列的行为模式)。

布朗的这本《微分方程》将具体介绍如何应用微分方程来构建理论并扩展知识。

尽管莱布尼兹和牛顿早在 17 世纪就创立了微分方程，但微分方程在社会科学中的应用却滞后了很久。例如，马尔萨斯利用一个常微分方程得到人口增长模型， $dp/dt = rp$ ，其中， p 表示人口数量，它是时间 t 的指数函数，指数增长率由参数 r 决定。然而，微分方程在社会科学中的实际应用是在 1925 年人口学家、生态学家艾尔弗雷德·洛特卡 (Alfred Lotka) 提出了洛特卡—沃尔泰拉模型 (Lotka-Volterra model) 之后，这是一个描述两个物种之间关系的猎食模型。从此以后，这个模型得以扩展，可应用到多个物种及其他人口学分析中。除了在人口学研究中的应用，微分方程在 20 世纪还被数学家、物理学家、心理学家路易斯·弗莱·理查森 (Lewis Fry Richardson) 成功应用到经典的军备竞赛模型中，还被社会学家肯尼斯·兰德 (Kenneth Land) 应用到涂尔干社会劳动分工 (Durkheimian division of labor in society) 的数学模型以及许多其他现象的分析中，例如，社会、文化和科技传播及流言的散布的分析。

布朗不仅为数学和统计学拓展了一个主题，而且向社会学家提出了新的挑战，希望社会学家能走出以变量为取向的思维定势，更多地从过程的角度来思考问题，因为对过程的理解毫无疑问是正确理解人类的政治、心理和社会行为至关重要的一环。

廖福挺

目 录

序	1
第1章 动态模型与社会变迁	1
第1节 微分方程在社会科学中应用的理论依据	5
第2节 一个实例	8
第3节 微分方程在自然科学和物理学中的应用	12
第4节 确定性微分方程和概率性微分方程的比较	14
第5节 什么是微分方程?	18
第6节 本书的内容	22
第2章 一阶微分方程	25
第1节 线性一阶微分方程组的分析解	27
第2节 分离变量法求解一阶微分方程	29
第3节 社会学实例	41
第4节 求解微分方程的数值方法	43
第5节 本章小结	51
第3章 一阶微分方程组	53
第1节 猎食模型	56

第 2 章	相位图	60
第 3 章	向量场域和方向场域图	64
第 4 章	均衡区和流程图	69
第 5 章	本章小结	72
第 4 章 一阶系统的经典社会科学实例		73
第 1 节	理查森军备竞赛模型	76
第 2 节	兰彻斯特战斗模型	82
第 3 节	拉波波特生产交易模型	86
第 4 节	本章小结	89
第 5 章 二阶非自治微分方程转化成一阶微分方程系统		91
第 1 节	二阶和更高阶微分方程	95
第 2 节	非自治微分方程	98
第 3 节	本章小结	100
第 6 章 线性微分方程系统的稳定性分析		101
第 1 节	一个系统中的稳定性如何突变的一个例子	103
第 2 节	标量法	105
第 3 节	矩阵法	110
第 4 节	均衡类别	115
第 5 节	小结	122

第 7 章 非线性微分方程系统的稳定性分析	125
第 1 节 雅可比矩阵	127
第 2 节 本章小结	132
第 8 章 研究前沿	133
附录	137
参考文献	146
译名对照表	149

第 1 章

动态模型与社会变迁

人类生活在持续的时间里，所有社会现象的发生都是连续的。微分方程正是模拟这种随时间推移而连续发生的变化。微分方程在模拟社会和政治变迁上的广泛应用能开启社会科学前沿研究的新局面。

在物理和自然科学领域，科学家们常常用微分方程来模拟各种现象的变迁。这样做的原因并不是他们所研究的现象呈现出来的变化过程非常独特以及与社会和政治变迁存在本质差异。例如，化学反应中的传染和扩散过程与社会现象呈现出来的过程类似。更确切地说，物理学家和自然科学家使用微分方程是因为想用这些模型来更好地模拟在真实世界中发生的现象随时间连续变化的本质。也就是说，这些现象本身要求使用微分方程。

社会科学家也研究变迁，且有几个非常值得注意的、用微分方程来模拟社会变迁过程的例子。这些有巨大影响的例子已经成为现有社会科学文献中经典的理论思考典范。路易斯·弗莱·理查森的军备竞赛模型就是其中的一个例子。

然而，微分方程在社会科学中的应用程度远没有自然科学和物理科学中那么广泛。这主要由两方面原因造成：一方

面源自理论,另一方面源自传统。从理论角度来讲,社会科学中大量早期的经验研究都建立在20世纪50年代出现的人口调查的基础上(Berelson, Lazarsfeld & McPhee, 1954; Campbell, Converse, Miller & Stokes, 1960)。研究人员利用交互表和各种相关分析技术来分析这些调查数据。这些早期的经验研究极大地促进了人们对社会和社会变迁过程的理解。这些研究方法的应用最终导致了回归模型在现有社会科学经验研究文献中占主导的局面。基于这些理论方面的原因,社会科学家一直被培训使用统计模型而不是微分方程模型。专注于统计模型的训练现在已成为常规应用社会科学方法发展的历史传统。但是,考虑到许多社会和政治变迁过程实际上是连续发生的,因此,如果社会科学家更常用连续时间模型来模拟所研究的变迁的动态结构,那么,社会科学中将会涌现出很多重要的新发现,这样的假定是非常符合逻辑的。

本书的主要目的之一,是把微分方程建模介绍给社会科学中的更多研究人员。而且,我也期望社会科学家能增加微分方程在社会和政治变迁建模中的应用,这种应用能开拓社会科学家新的理论思考方式,这种理论思考方式将导致一些新发现。同时值得注意的是,一套源于系统理论的理论构建图示法的存在,能协助社会科学家生成微分方程模型,从而帮助他们理解理论的高度复杂性和精密程度(Brown, 2008; Cortés, Przeworski & Sprague, 1974)。

也许很多社会科学家会问,相对于其他方法,微分方程在研究社会变迁时存在什么优势呢?各种变迁一般都可以用微分方程和差分方程这两种模型来表示。两种模型的区别