



CAILIAO LIXUE (I)

QUANCHENG XUEXI ZHIDAO YU XITI JINGJIE

材料力学 (I)

全程学习指导与习题精解

主 编◎陈平

适合(孙训方)高教五版

基础知识归纳

重点难点提示

课后习题解析

考试真题检测

南京出版社



CAILIAO LIXUE (I)

QUANCHENG XUEXI ZHIDAO YU XITI JINGJIE

材料力学 (I)

全程学习指导与习题精解

主 编◎陈平

适合(孙训方)高教五版

基础知识归纳

重点难点提示

课后习题解析

考试真题检测

南京出版社

图书在版编目(CIP)数据

材料力学(I)全程学习指导与习题精解/陈平主编.
—南京:南京出版社,2012.9

(炫风丛书)

ISBN 978-7-5533-0066-5

I. ①材… II. ①陈… III. ①材料力学—高等学校—
教学参考资料 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 209430 号

编 委 (以汉语拼音首字母顺序排列)

蔡春光 陈 平 陈兴春 丁 伟 韩伟伟
何 敏 胡 俊 廖启新 林启露 卢 月
罗 珊 马丽梅 缪 蓉 石 会 孙 峥
吴元亮 肖红军 周晶玲 周 林 朱 明

书 名: 材料力学(I)全程学习指导与习题精解

作 者: 陈 平

出版发行: 南京出版社

社址: 南京市成贤街 43 号 3 号楼 邮编: 210018

网址: <http://www.njpbs.com> 电子信箱: njpbs1988@163.com

联系电话: 025-83283871, 83283864(营销) 025-83283883(编务)

出 版 人: 朱同芳

责任编辑: 赵育春

装帧设计: 周 勇

责任印制: 陈南柯

特约编辑: 李 香

排 版: 南京新洲印刷有限公司

印 刷: 南京新洲印刷有限公司

开 本: 718×1005 毫米 1/16

印 张: 14.25

字 数: 420 千字

版 次: 2012 年 9 月第 1 版

印 次: 2012 年 9 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5533-0066-5

定 价: 22.00 元

营销分类: 教育

序

随着我国经济体制和教育体制改革的不断深入,高等教育进入了持续快速发展的轨道。从1999年我国实施高校扩招计划至今,高等教育已基本实现了由精英化向大众化的转变。根据教育部的统计,2012年我国普通高校毕业生人数达到680万人,比上年增加20万,而10年前的2002年我国普通高校毕业生人数仅为135万人。目前高校的在读学生数已高达1300多万人。然而,伴随而来的是每年有相当数量的大学生退学的情况。国内的一项研究表明,退学大学生中32.2%是因为学业成绩达不到学校规定的要求。出现这样的现象,原因是多方面的:一是大学专业课程多,每个学生每学期都要面对10门左右内容各不相同的课程;二是每节课的信息量大,知识点多,学习要求高;三是高中和大学老师的教学方法差别很大,学生按以前的惯例学习,普遍感到比较吃力。再加上大学教材的内容翔实而繁复,缺少对知识点的简明讲解和系统梳理,更缺乏对考点的梯度训练和全真考查。

另外,现代社会对高层次人才的需求更加迫切,每年毕业几百万大学生的现状也推高了人才市场的用人标准。大学本科教育的“集体贬值”,引爆了新一轮的考研热。有数据显示,2012年全国研究生入学考试吸引了165.6万名考生参加,比2011年增加14.5万人,再创历史新高。由于考研人数急剧增加,考研竞争愈加激烈,凡是有志于此的大学生越发要取得更加优异的成绩,以确保在考研竞争中掌握主动权。

为了帮助莘莘学子,全面把握教材内容,有效提高学习成绩,我们联手相关高校的专家教授,精心组织出版了这套高校热门专业经典教材学习辅导丛书。这套书涉及的学科有数学、物理、化学、生物以及力学、材料、电子技术、电气工程等,基本上覆盖了高校热门专业的全部基础学科和主干课程。丛书注重对教材知识点的梳理,注重对课后习题的讲解,注重对考点训练的设计,力图帮助读者拓展知识,发散思维,点拨思路,触类旁通,有效提高学习效率,着力减轻学业负担,全面强化应试能力。既为专业课程学习提供同步辅导,又为考研复习提供实际帮助。

为广大读者提供优质服务是我们出版人的职责所在。如果本丛书的出版能得到广大读者的认可,那将是我们莫大的荣幸。

编者

内容简介

本书是本科生学习材料力学的辅导材料,可与孙训方、方孝淑、关来泰编,胡增强、郭力、江晓禹修订的《材料力学(I)》(第五版)配套使用,也可作为硕士研究生入学考试的复习参考资料,旨在帮助学生更好地掌握材料力学课程所涉及的基本概念基本分析方法。

本书每章内容分为主要内容及学习提示、学习重点难点、学习方法及疑难解析、解题指导及例题精解和课后习题详解五个部分。其中,“主要内容及学习提示”整理该章学习内容,给出学习方法提示;“学习重点难点”简述该章重、难点,以便帮助读者抓住要旨,建立整体概念;“学习方法及疑难解析”在学习方法上提出指导建议,对易出现的问题加以分析,并结合例题进行疑难解析;“解题指导及例题精解”精选有代表性、测试价值高的题目,以检验学习效果,提高应试水平;“课后习题详解”对该章习题给出了详尽的解题思路和参考答案。

本书由解放军理工大学陈平教授编写。

目 录

第一章 绪论及基本概念

1.1 主要内容及学习提示	1
1.2 学习重点难点	2
1.3 学习方法及疑难解析	2

第二章 轴向拉伸和压缩

2.1 主要内容及学习提示	3
2.2 学习重点难点	6
2.3 学习方法及疑难解析	7
2.4 解题指导及例题精解	7
2.5 课后习题详解	9

第三章 扭转

3.1 主要内容及学习提示	25
3.2 学习重点难点	28
3.3 学习方法及疑难解析	28
3.4 解题指导及例题精解	29
3.5 课后习题详解	30

第四章 弯曲应力

4.1 主要内容及学习提示	43
4.2 学习重点难点	46
4.3 学习方法及疑难解析	47
4.4 解题指导及例题精解	47
4.5 课后习题详解	50

第五章 梁弯曲时的位移

5.1 主要内容及学习提示	91
5.2 学习重点难点	92
5.3 学习方法及疑难解析	93

5.4 解题指导及例题精解	93
5.5 课后习题详解	95

第六章 简单的超静定问题

6.1 主要内容及学习提示	116
6.2 学习重点难点	117
6.3 学习方法及疑难解析	117
6.4 解题指导及例题精解	117
6.5 课后习题详解	121

第七章 应力状态和强度理论

7.1 主要内容及学习提示	137
7.2 学习重点难点	140
7.3 学习方法及疑难解析	141
7.4 解题指导及例题精解	141
7.5 课后习题详解	144

第八章 组合变形及连接部分的计算

8.1 主要内容及学习提示	162
8.2 学习重点难点	164
8.3 学习方法及疑难解析	164
8.4 解题指导及例题精解	165
8.5 课后习题详解	169

第九章 压杆稳定

9.1 主要内容及学习提示	189
9.2 学习重点难点	192
9.3 学习方法及疑难解析	192
9.4 解题指导及例题精解	192
9.5 课后习题详解	195

附录 I 截面的几何性质

I.1 主要内容及学习提示	205
I.2 学习重点难点	207
I.3 学习方法及疑难解析	207
I.4 解题指导及例题精解	207
I.5 课后习题详解	209

第一章

绪论及基本概念

1.1 主要内容及学习提示

1.1.1 材料力学的任务

1. 组成结构物和机械的单个组成部分,统称为构件。构件上承受的外力,称为荷载。
2. 对构件正常工作的要求可归纳为三方面:
 - (1) 强度方面:构件应具有足够的抵抗破坏的能力;
 - (2) 刚度方面:构件应具有足够的抵抗变形的能力;
 - (3) 稳定性方面:构件应具有足够的保持原有平衡状态的能力。
3. 材料力学的主要任务是在保证构件既安全又尽可能经济合理的前提下,为构件选择适当的材料、合适的截面形状和尺寸;为合理设计构件提供必要的理论基础和计算方法。
4. 构件的强度、刚度和稳定性,均与所用材料的力学性质有关,而相关参数要用试验方法来确定。试验与理论分析同样重要。

□学习提示:除了称为荷载的重力、风、接触作用、摩擦等因素外,温度变化、制造误差、支座沉降等也会对结构和构件的正常使用与安全产生影响。

1.1.2 可变形固体及其基本假设

1. 材料力学研究的构件是固体,在荷载作用下将发生变形,包括构件尺寸的改变和形状的改变。这些材料统称为可变形固体。

2. 对可变形固体的三个基本假设:

- (1) 连续性假设;
- (2) 均匀性假设;
- (3) 各向同性假设。

3. 弹性变形与塑性变形。

- (1) 弹性变形:在卸载后能完全消失的那部分变形。
- (2) 塑性变形:在卸载后不能消失的那部分残留变形。

4. 小变形条件。

构件承受外界因素所产生的变形与构件的原始尺寸相比可以略去不计。

5. 材料力学主要研究对象的几何特征。

材料力学的主要研究对象是纵向尺寸(长度方向)远大于横向尺寸的构件,抽象为杆。杆的主要几何因素是横截面和轴线。在材料力学中所研究的主要是等截面直杆。

□学习提示:对材料力学研究对象的基本假设是:均匀、连续、各向同性,这种模型在后续力学课程中将继续使用,如结构力学、弹性力学等。其他如小变形、弹性、细长杆等虽不是基本假设,但也有重要意义。

均匀性指的是不同点的力学性质相同,而各向同性则指的是同一点各方向的力学性质相同。

1.1.3 杆件变形的基本形式

在外力作用下,杆件的基本变形有:1. 轴向拉伸或轴向压缩;2. 剪切;3. 扭转;4. 弯曲。

□学习提示:这四种变形的基本形式,对应着相应的基本受力形式。这里体现的是力学分析时常用的把复杂问题分解为简单问题的组合来解决的思路。其条件是线弹性、小变形。杆件其他复杂的变形都可看成以上四种基本变形的组合。

1.2 学习重点难点

1.2.1 重点

强度、刚度、稳定性的概念,基本假设和基本变形。

1.2.2 难点

基本变形的分解。

1.3 学习方法及疑难解析

1. 绪论部分是整门课程的理论基础、核心原则和研究方法的概述,是非常重要的而又常被忽视的部分。

2. 本章的新概念较多,初学时因不知什么地方要用到这些概念,掌握起来有一定困难。建议大家自己先将其分一下类,一时未理解的,在后面用到时再回头复习。

3. 本章没有课后习题,建议大家可自选一些工程构件和日常用品,分析其受力和变形是如何组合的。

第二章 轴向拉伸和压缩

2.1 主要内容及学习提示

2.1.1 轴向拉伸和压缩的概念

作用在直杆上的外力或外力合力的作用线与杆轴线重合,其变形特征是杆将发生纵向伸长或缩短。

学习提示:要特别注意外力或外力合力作用线与杆轴线重合这一条件。

2.1.2 内力·截面法·轴力及轴力图

1. 内力

由外力作用而引起的物体相邻部分质点之间相互作用力的改变量,即为材料力学中所研究的内力。

学习提示:物体相邻部分质点之间相互作用的力有多种,即使没有外力作用时,也会存在,如质点分子间引力等,他们对维持固体的形状起着重要的作用,但不是材料力学的研究对象。

对于可变形固体,内力应是一个连续分布的空间力系,材料力学中将其简化合成后的力和力偶沿坐标轴的各分量,简称为内力。不同的单一内力元素,将产生不同的基本变形。

2. 截面法·轴力及轴力图

(1) 截面法

分析内力的一般方法是截面法。其步骤为:

- 截开:在需求内力的地方,用一个平面假想地将杆件截分为两部分。
- 代替:用作用于截面上的内力分量代替弃去部分对留下部分的作用。
- 平衡:用静平衡方程求出各内力分量。

学习提示:在静力学中进行受力分析时,内力在受力图中是不出现的。材料力学要研究变形,必须要分析内力。为了让内力“暴露”出来,在选取“系统”时,就只选择了部分构件,既所谓“截开”构件。因此,并不是真的将构件或结构断成两半。

若截面的法线与杆件轴线一致,称为横截面。若有一定角度,则为斜截面。截开后,通常不知道弃去部分对留下部分的作用是如何分布的。但将此分布力系向截面形心简化,总可得一力和一力偶,分解后即对应于各种基本变形的内力元素。

(2) 轴力及轴力图

杆件受外力轴向拉伸或压缩时,其横截面上的内力为沿构件轴线方向的力 F_N ,称为轴力。以引起杆件纵向伸长的轴力为正,称为拉力;以引起杆件纵向缩短的轴力为负,称为压力。

表明横截面上轴力沿截面位置变化情况的图线称为轴力图。

学习提示:轴力图的坐标线可省略,但要标注轴力的数值和正负号。

2.1.3 应力·拉(压)杆内的应力

1. 应力的概念

应力是内力分布的集度。将总应力 p 分解为与截面垂直的法向分量 σ 和与截面相切的切向分量 τ 。法向分量 σ 称为正应力,切向分量 τ 称为切应力。

过同一点的不同截面、同一截面上的不同点,其上的应力不尽相同。因此对应力必须指明其作用

点和作用面。

正应力 σ 以拉应力为正, 压应力为负; 切应力 τ 以产生顺时针力矩时为正, 反之为负。

应力的量纲为 $ML^{-1}T^{-2}$ 。应力的单位为 N/m^2 或 Pa 。

学习提示: 构件内部的相互作用是以应力的形式存在的。同面同点上的不同方向应力可以按矢量合成, 不同点、面的应力必须求出其合力后才能代入平衡方程求解。

2. 平面假定

假设原为平面的横截面在杆件变形后仍为平面, 称为平面假设。

学习提示: 材料力学中认为杆件产生各基本变形时均服从平面假设。

3. 拉(压)杆横截面上的应力

拉(压)杆横截面上只有正应力, 没有切应力, 且横截面上各点处的正应力都相同。其计算公式为:

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

学习提示: 此式只能用于计算轴向拉伸或压缩时横截面上的正应力, 不能随意用在别的地方。

4. 拉(压)杆斜截面上的应力

在与横截面的夹角为 α 的斜截面上, 一般情况下不仅有正应力 σ_α , 还会有切应力 τ_α 。计算公式为:

$$\begin{aligned}\sigma_\alpha &= \sigma_0 \cos^2 \alpha \\ \tau_\alpha &= \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha\end{aligned}$$

可见:

a. 当 $\alpha = 0^\circ$ 时, 正应力最大。 $\sigma_{\max} = \sigma_0$ 。即轴向拉伸压缩时, 横截面上的正应力是所有截面上正应力中的最大值。

b. 当 $\alpha = 45^\circ$ 时, 切应力最大。 $\tau_{\max} = \frac{\sigma_0}{2}$ 。即轴向拉伸压缩时, 与横截面呈 $\alpha = 45^\circ$ 面上的切应力是所有截面上切应力中的最大值。

c. 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 正应力与切应力均为零。可见自由表面上无应力。

学习提示: α 由横截面外法线转向斜截面外法线, 逆时针为正。斜截面上的正应力 σ_α 以拉应力为正, 切应力 τ_α 转向法线为逆时针时为正。以后讨论斜截面上的应力时均采用这样的规定。

2.1.4 拉(压)杆的变形·胡克定律

1. 纵向变形与线应变

杆件沿轴向上的长度变化, 为纵向变形 Δl 。伸长时为正, 缩短时为负。

每单位长度的伸长(或缩短), 称为线应变, 并用记号 ϵ 表示。

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

ϵ 的正负与 Δl 相同。

2. 胡克定律

实验证明: 当杆内的应力不超过材料的某一极限值时, 杆的伸长 Δl 与其所受外力 F 、杆的原长 l 成正比, 而与其横截面面积 A 成反比, 引入比例常数 E 后, 有:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} \quad \text{或} \quad \Delta l = \frac{F_N l}{EA}$$

这一关系称为胡克定律。式中比例常数 E 称为弹性模量, 其单位为 Pa , 数值随材料而异, 通过实验测定。 EA 称为杆的拉伸(压缩)刚度。

学习提示: 此种形式的胡克定律仅适用于杆件的轴向拉伸(压缩)。

3. 单轴应力状态下的胡克定律

$$\sigma = E\epsilon$$

学习提示: 此种形式的胡克定律适用于所有的单轴应力状态。

4. 横向线应变

实验结果指出, 当杆内的应力不超过材料的某一极限值时, 横向线应变 ϵ' 与纵向线应变 ϵ 的绝对值之比为一常数。即:

$$\nu = \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right| \quad \text{或} \quad \epsilon' = -\nu \epsilon$$

式中 ν 称为横向变形因数或泊松比, 数值随材料而异, 通过实验测定。

2.1.5 拉(压)杆内的应变能

1. 应变能的定义

变形固体在外力作用下, 因变形而储存的能量称为应变能。

2. 功能原理

在弹性体变形过程中, 积蓄在弹性体内的应变能在数值上等于外力所作的功。

3. 拉(压)杆内应变能的计算公式

$$V_{\epsilon} = \frac{F_N l}{2EA} \quad \text{或} \quad V_{\epsilon} = \frac{EA}{2l} \Delta l^2$$

4. 应变能密度

弹性体单位体积内积蓄的应变能称为应变能密度, 即:

$$v_{\epsilon} = \frac{1}{2} \sigma \epsilon$$

学习提示: 拉(压)杆应变能计算公式的适用范围是其应力与应变成线性关系。用能量法解决材料力学问题主要在《材料力学(II)》的第三章中讨论。

2.1.6 材料在拉伸和压缩时的力学性能

材料的力学性能是指材料在外力作用下表现出的变形、破坏等方面的特性。它要按照国家的有关规范由试验来测定。

1. 材料的拉伸和压缩试验

(1) 拉伸标准试样

圆截面试样(俗称棒材): $l=5d$ 或 $l=10d$

矩形截面试样(俗称板材): $l=5.65\sqrt{A}$ 或 $l=11.3\sqrt{A}$

式中 l 为试样工作段长度; d 为圆截面试样直径; A 为矩形截面试样横截面面积。

(2) 试验设备

万能试验机、引伸计等

2. 金属试样的拉伸试验及力学性质

(1) 低碳钢拉伸试验

- 试验过程的四个阶段: 弹性阶段、屈服阶段、强化阶段、局部变形阶段。
- 低碳钢在拉伸时的三个现象: 屈服(或流动)现象、颈缩现象、冷作硬化现象。
- 低碳钢拉伸时的特性参数: 比例极限 σ_p 、弹性极限 σ_e 、屈服极限 σ_s 、强度极限 σ_b 、弹性模量 E 。
- 低碳钢在拉伸时的两个塑性指标: 延伸率 δ 、断面收缩率 ψ 。

(2) 铸铁拉伸试验

铸铁的强度极限 σ_b 是衡量其强度的唯一指标。

(3) 其他金属材料在拉伸时的力学性能

16 锰及一些高强度低合金钢与低碳钢 $\sigma-\epsilon$ 曲线相似, 但屈服强度与抗拉强度显著提高。

其他金属材料的 $\sigma-\epsilon$ 曲线不一定都具备四个阶段。

对于没有屈服阶段的塑性材料, 一般将对应于塑性应变 $\epsilon_p = 0.2\%$ 时的应力定为规定非比例延伸强度, 并以 $\sigma_{p0.2}$ 表示。

对脆性材料, 通常取总应变为 0.1% 时 $\sigma-\epsilon$ 曲线的割线斜率来确定弹性模量, 称为割线弹性模量。

3. 金属材料压缩时的力学性能

- 低碳钢压缩时的弹性模量和屈服极限都与拉伸时大致相同, 不存在抗压强度极限。
- 铸铁压缩时, 试样沿斜截面相对错动而破坏, 压缩强度极限比拉伸强度极限高很多。

4. 几种非金属材料的力学性能

(1) 混凝土

混凝土的拉伸强度约为其压缩强度的 $\frac{1}{5} \sim \frac{1}{20}$, 因此其受拉部分要用钢筋来加强。

(2) 木材

木材为各向异性材料,其力学性质随应力方向与木纹间倾角的不同而变。

(3) 玻璃钢

玻璃钢的力学性能与所用玻璃纤维和树脂的性能,以及两者配比和结合方式相关。玻璃钢也是各向异性材料。

□学习提示:这里所指的材料的力学性能,均为标准试样在室温、静载下实验测定的。按国家标准,室温为 $10^{\circ}\text{C}\sim 35^{\circ}\text{C}$ 。材料在高温状态或低温状态下,力学性质会与室温状态不同。在动荷载下,力学性质也会不同。实际构件的力学性质参数,与标准试件也会有差异。

材料的力学性质对于分析其强度和刚度有着重要意义,拉伸与压缩试验是测定材料力学性能的常用方法。国家对于试验方法有明确的规定,并且会不断更新。教材中的内容更新可能会滞后于国家标准,大家在实际进行试验时要注意查阅最新的国家标准。

2.1.7 拉(压)杆的强度条件

(1) 安全因数和许用应力

极限应力 σ_0 :构件失效时的应力。

对脆性材料, σ_0 为强度极限 σ_b ;对塑性材料, σ_0 为屈服极限 σ_s 。

许用应力 $[\sigma]$:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_0}{n}$$

n 为一个大于1的因数,称为安全因数。

(2) 强度条件

构件轴向拉伸(压缩)时的强度条件为

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{N,\max}}{A} \leq [\sigma]$$

强度计算的三项任务:

① 强度校核:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{N,\max}}{A} \leq [\sigma]$$

② 截面设计:

$$A \geq \frac{F_{N,\max}}{[\sigma]}$$

③ 荷载计算:

$$F_{N,\max} \leq [\sigma]A$$

□学习提示:① 对于各种受力情况的强度计算都有上述三项任务;

② 在截面设计时往往还要附加一些条件,如截面形状、矩形截面的高宽比、空心截面的尺寸关系等;

③ 对于截面设计和荷载计算,我们追求的是优化解,即尽量小的截面和尽量大的荷载;

④ 工程上允许有5%的误差存在。

2.1.8 应力集中的概念

构件局部的应力骤增现象,称为应力集中。

构件截面骤然变化会引起产生应力集中,其它原因如在集中力作用点附近也会有应力集中现象。

脆性材料对应力集中比塑性材料敏感的多。

□学习提示:在静荷载作用时,塑性材料可不考虑应力集中。

2.2 学习重点难点

2.2.1 重点

1. 拉(压)杆横截面应力计算;
2. 拉(压)杆变形计算;
3. 材料拉伸和压缩时的力学性能;
4. 拉(压)杆强度条件及其应用。

2.2.2 难点

1. 桁架杆件变形计算;
2. 强度条件应用。

2.3 学习方法及疑难解析

2.3.1 应力与应变

应力与应变是非常重要的力学概念。

正应力使两截面对应点靠近或分开,切应力则使对应面产生错动。大家可以通过对变形的分析来判断截面上存在哪类应力。

正应力与大家物理中学到的压强量纲一样,但含义要深刻,概念要宽泛。物体接触面上的压强是一种表面接触应力。

一般情况下应力会随点和截面法线方向而变。在考虑平衡时,应力必须乘以所在面积后才能进入平衡方程。

线应变表示的是长度变化的程度,切应变表示的是角度的变化(下章讨论)。

要注意正应力符号 σ 、切应力符号 τ 的正确书写方法。

2.3.2 轴力图

内力图就是内力随截面位置变化的函数图,手工绘制时与数学课上的函数图要求又不完全一样,是表现出关键处的示意图。轴力图是大家遇到的第一个内力图。

所谓关键处包括正负、突变、变化趋势以及数值大小。练习时要善于总结规律,又快又好的画出内力图。

2.3.3 材料的力学性能

材料的力学参数较多,学习时可以对其进行分类,如与强度相关的指标、与变形相关的指标、与塑性相关的指标等。

2.3.4 拉压强度计算

强度计算要注意一定要有结论,因为应力值计算不是目的,而是手段。

2.4 解题指导及例题精解

2.4.1 解题指导

1. 轴力图

(1) 一般应从左往右画内力图。若原构件不是水平放置的,内力图的轴线应与原构件平行。

(2) 左端无约束的悬臂杆可直接画图,其他情况一般应先求出约束力。

(3) 分析内力时,在确定分析对象前,不能作静力等效变换,如用合力来替换分布力等。而分析隔离体平衡时,则可以在隔离体内进行静力等效变换。

(4) 在集中力作用点,轴力图产生突变,突变值为力的大小;分布力作用区域内轴力图产生渐变,均布时为斜线,总变化值为区域内分布力合力大小;无力作用区段,轴力图为与轴线平行直线。

2. 拉压强度计算

(1) 先进行内力分析,复杂情况要画出内力图,了解整个杆件内力分布情况。

(2) 危险截面可能产生在内力最大处,也可能在截面变化处。

2.4.2 例题精解

例 2-1 画出图 2-1(a)所示杆的轴力图

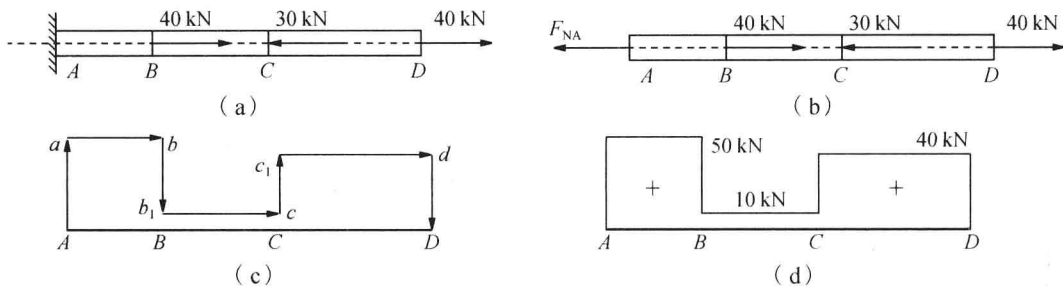


图 2-1

解 用简易画法。

(1) 作隔离体图如图 2-1(b), 设 A 端约束力为拉力 F_{NA} , 则:

$$F_{NA} = 50 \text{ kN}$$

(2) 作图过程为: 从零开始, 在 A 点有一集中力作用, 为拉力, 因此向上突变至 a 点; AB 段无荷载, 作平行线 ab; B 点有集中力, 与 A 点作用力方向相反, 因此向下突变至 b_1 点; BC 段无荷载, 作平行线 b_1c ; C 点有集中力, 与 A 点作用力方向相同, 因此向上突变至 c_1 点; CD 段无荷载, 作平行线 c_1d ; D 点有集中力, 与 A 点作用力方向相反, 因此向下突变回到零点。流程如图 2-1(c) 所示。

(3) 最后轴力图如图 2-1(d) 所示。

讨论: 杆件两端是受拉还是受压比较容易直观判断, 但中间段则必须仔细分析。若从 B、C 两点相向受力就断定 BC 段一定受压, 则是个错误的结论。

AB 段内力最大, 那么危险截面是否一定在 AB 段呢? 这要根据截面积的大小综合计算各段应力后才能确定。

例 2-2 简单桁架及其受力如图 2-2(a) 所示, 斜杆长度为 l , 与水平杆夹角为 α 。两杆 EA 相同, 求 B 点的垂直位移。

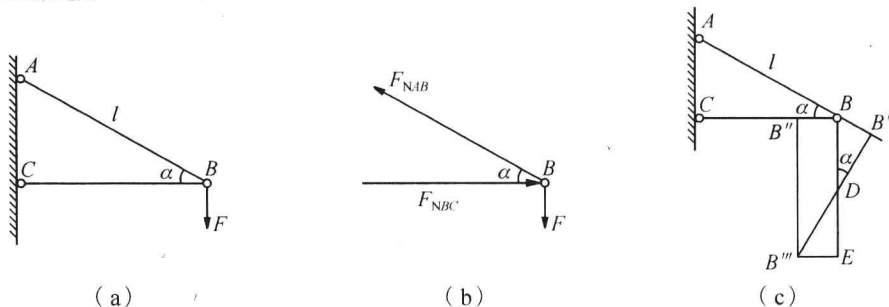


图 2-2

解 分析 B 铰链平衡如图 2-2(b) 所示 (所标各力为实际方向), 有:

$$F_{NAB} \sin \alpha - F = 0$$

$$F_{NBC} - F_{NAB} \cos \alpha = 0$$

得: $F_{NAB} = \frac{F}{\sin \alpha}$ (拉力); $F_{NBC} = \frac{F \cos \alpha}{\sin \alpha}$ (压力)

(1) 用几何法计算位移: 直接列出变形协调条件, 如图 2-2(c) 所示。为直观表示各线段关系, 对变形进行了放大。

设杆 AB 有伸长 Δl_{AB} (图中 BB' 段), 杆 BC 有缩短 Δl_{BC} (图中 BB'' 段)。以 A 点为圆心, AB 杆原长加上 Δl_{AB} 后长度为半径作圆弧; 以 C 点为圆心, BC 杆减去 Δl_{BC} 后长度为半径作圆弧。则变形后, B 点应在这两条圆弧的交点上。考虑到小变形, 用垂线代替圆弧, 则最后 B 点应位移至 B''' 点。而 $BE = B''B'''$ 即为所求 B 点的垂直位移 Δ_{By} 。

$$\Delta_{By} = BD + DE = \frac{\Delta l_{AB}}{\sin \alpha} + \frac{\Delta l_{BC}}{\tan \alpha}$$

$$\text{有: } \Delta l_{AB} = \frac{F_{NAB}l}{EA} = \frac{Fl}{\sin \alpha EA},$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{F_{NBC}l \cos \alpha}{EA} = \frac{Fl \cos^2 \alpha}{\sin \alpha EA}$$

因此, B 点的垂直位移:

$$\Delta_{By} = \frac{\Delta l_{AB}}{\sin \alpha} + \frac{\Delta l_{BC}}{\tan \alpha} = \frac{Fl}{EA} \frac{1 + \cos^3 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

(2) 用应变能方法计算位移: 利用功能原理, $V_\epsilon = \frac{1}{2} F \Delta_{By}$ 。

$$V_\epsilon = \frac{F_{NAB}^2 l}{2EA} + \frac{F_{NBC}^2 l \cos \alpha}{2EA} = \frac{1}{2} F \left(\frac{Fl}{EA} \frac{1 + \cos^3 \alpha}{\sin^2 \alpha} \right)$$

因此, B 点的垂直位移: $\Delta_{By} = \frac{Fl}{EA} \frac{1 + \cos^3 \alpha}{\sin^2 \alpha}$

讨论: 显然后法计算要简单的多, 但是列出变形协调条件仍是必须掌握的基本方法, 也是一个大难点。

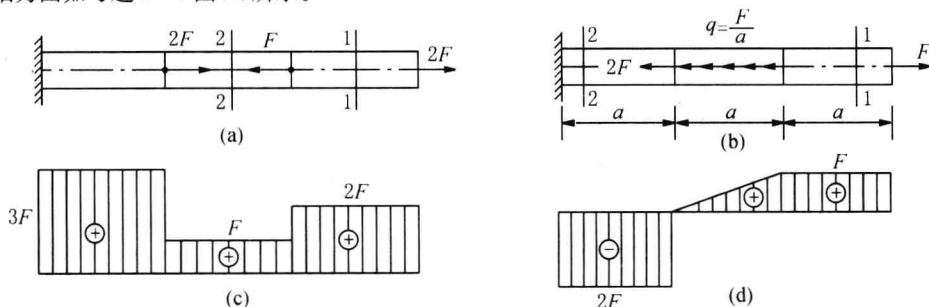
2.5 课后习题详解

2-1 试求习题 2-1 图(a)、(b)所示各杆 1-1 和 2-2 横截面上的轴力, 并作轴力图。

解 a) 分别对各截取部分建立平衡方程 $\sum F_x = 0$, 求得截面 1 和截面 2 上的轴力分别为

$$F_{N1} = 2F, F_{N2} = F$$

轴力图如习题 2-1 图(c)所示。



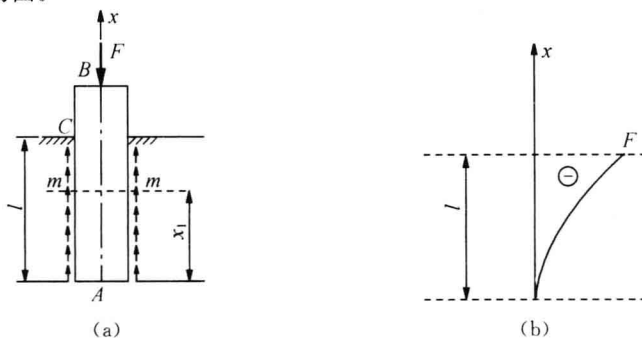
习题 2-1 图

b) 分别对各截取部分建立平衡方程 $\sum F_x = 0$, 求得截面 1 和截面 2 上的轴力分别为

$$F_{N1} = F, F_{N2} = -2F(\text{压力})$$

轴力图如习题 2-1 图(d)所示。

2-2 一打入地基内的木桩如习题 2-2 图(a)所示, 沿杆轴单位长度的摩擦力为 $f = kx^2$ (k 为常数), 试作木桩的轴力图。



习题 2-2 图

解

$$\int_0^l f \cdot dx = F$$

$$\int_0^l kx^2 dx = \frac{1}{3}kl^3 = F$$

$$k = 3F/l^3, f = \frac{3x^2}{l^3} \cdot F$$

任取 $m-m$ 截面, $F_N(x_1) = \int_0^{x_1} f dx = \left(\frac{x_1}{l}\right)^3 \cdot F$ (压力)

轴力图如习题 2-2 图(b)所示。

2-3 石砌桥墩的墩身高 $l = 10$ m, 其横截面尺寸如习题 2-3 图所示。荷载 $F = 1\,000$ kN, 材料的密度 $\rho = 2.35 \times 10^3$ kg/m³。试求墩身底部横截面上的压应力。

解 桥墩的横截面的面积为

$$A = 3 \times 2r + \pi r^2 = 9.14 \text{ m}^2$$

桥墩的自重 P 为

$$P = \rho g l A = 2.35 \times 10^3 \times 9.8 \times 10 \times 9.14 = 2\,104.94 \text{ kN}$$

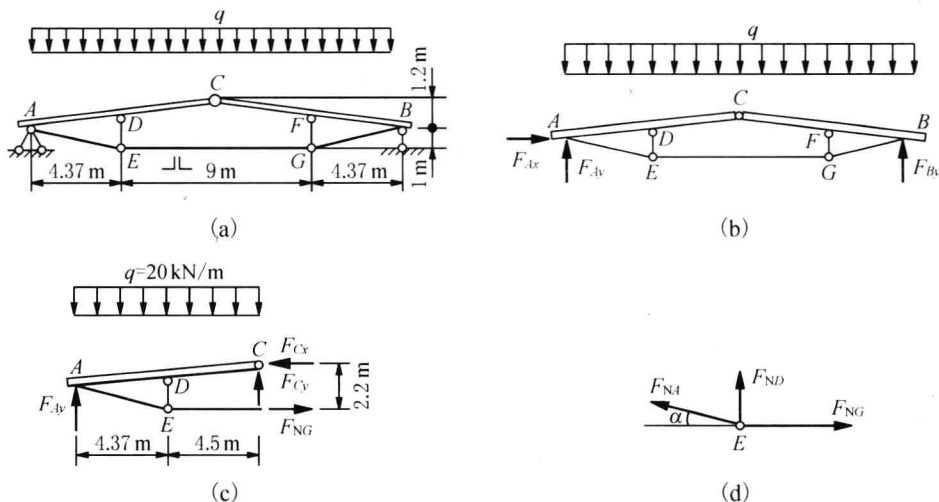
桥墩底部横截面内的轴力为

$$F_N = -F - P = -(1\,000 + 2\,104.94) = -3\,104.94 \text{ kN}$$

桥墩底部横截面上的应力为

$$\sigma = \frac{F_N}{A} = \frac{-3\,104.94 \times 10^3}{9.14} \text{ Pa} = -0.34 \text{ MPa (压应力)}$$

2-4 习题 2-4 图(a)为一混合屋架结构的计算简图。屋架的上弦用钢筋混凝土制成。下面的拉杆和中间竖向撑杆用角钢构成,其截面均为两个 75 mm × 8 mm 的等边角钢。已知屋面承受集度为 $q = 20$ kN/m 的竖向均布荷载。试求拉杆 AE 和 EG 横截面上的应力。



习题 2-4 图

解 以整个结构为研究对象,其受力图如习题 2-4 图(b)所示。由对称性可知

$$F_{Ay} = F_{By} = q \times (4.37 + 9 + 4.37) / 2 = 177.4 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0, F_{Ax} = 0$$