

九年义务教育

初中数学教案

代数 • 第二册

主编 谭光宙 赵大文



北京师范大学出版社



九年义务教育
初中数学教案

代数第二册

主 编 谭光宙 赵大文
副主编 徐玉明 胡婉娴 王永禄

北京师范大学出版社

(京)新登字 160 号

九年义务教育

初中数学教案

代数第二册

主 编 谭光宙 赵大文

副主编 徐玉明 胡婉娴 王永禄

北京师范大学出版社出版发行(邮编 10008)

丰润印刷厂印刷 全国新华书店经销

石家庄方正计算机技术开发部激光照排

开本:787×1092 1/32 印张:11 字数:230 千字

1993 年 7 月第 1 版 1994 年 3 月第 2 次印刷

印数:10400—20400

ISBN7-303-02478-6/G · 1627 定价:5.90 元

前 言

我社自 1984 年以来,先后出版了《中学数学教材研究与教案选》,后来又修订改名为《初中数学教案》、《高中数学教案》,旨在将广大中学数学教师多年来积累的教学经验在全国范围内进行交流和推广。实践证明这种作法得到了全国各地广大中学教师的欢迎,它对于开展中学数学教学研究,深入进行教学改革、提高教学质量起了促进作用。

为贯彻《中华人民共和国义务教育法》,1992 年 8 月国家教委颁布了《九年义务教育全日制中学,初级中学课程方案(试行)》(以下简称《课程方案》)。《课程方案》是国家对义务教育阶段教学工作的指导性文件。它体现了义务教育的宗旨,是全面贯彻党的教育方针,全面提高教育质量的一项重要措施。

为配合《课程方案》和《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》及《教材》的实施,我们组织各地有经验的教师又重新编写了《九年义务教育初级中学数学教案》,共七册,代数四册,几何三册,同教材同步,力图使大多数案在深度和份量方面对大多数学校的教学切实可行,教案尽可能体现开发学生智力和培养学生的能力。

教学过程是一个知识传递的过程,这个过程要靠师生双方的协同活动来完成。教师如何教、学生如何学,才能使知识的传递更加有效,这是一个很值得探讨的问题。

本书的特点是:(1)教案的作者仍然是全国范围内部分有

经验的数学教师,其中不少是特级教师;(2)本书依照《九年义务教育全日制中学数学教学大纲的教学内容和教学要求》及教材的体系进行编写;(3)本书的目的在于研究如何通过课程教学,使学生掌握基础知识,基本技能和基本方法,不断开发学生的智力,提高学生的能力;(4)本书每章开头配套教材分析,介绍本章内容在中学数学中的地位 and 作用,知识的结构,知识的内在联系,教学目的和要求,重点和难点的解析,提出教学的建议和课时安排。(5)教案中一般是由教学目的,教学重点和难点,教学过程(包括引入,新课,小结,作业)等组成,教案的设案注意了不断渗透教学思想方法,注意了知识形成过程的教学。(6)每章后附有本章检测题,供教师在教学中参考。

几何第一册,第二册由北京市西城教育教学研究中心高级教师李松文同志主编。

几何第三册由北京师大一附中特级教师陈汶同志主编。

初中代数第一册(上)由北京市汇文中学高级教师任中文同志主编。

初中代数第一册(下)由唐山八中高级教师谭光宙、天津河北区教师进修学校高级教师赵大文同志主编。

初中代数第二册由北京市海淀区教师进修学校特级教师赵大悌同志主编。

初中代数第三册由北京市东城区教研科研中学特级教师明知白同志主编。

目 录

因式分解	(1)
因式分解的教材分析	何履端 王永禄(1)
因式分解的概念	林 文(6)
提公因式法(一)	林 文 吴子基(9)
提公因式法(二)	吴子基(14)
运用公式法—平方差公式(一)	李天恒(18)
运用公式法—平方差公式(二)	李天恒(23)
运用公式法—完全平方公式(一)	李天恒(27)
运用公式法—完全平方公式(二)	李天恒(31)
运用公式法—立方和(差)公式(一)	李宏国 朱建元(33)
运用公式法—立方和(差)公式(二)	韩 玫 李懿业(38)
分组分解法(一)	张德平 侯旺 张增凯(42)
分组分解法(二)	赵助军 任连华(45)
分组分解法(一)	郑连德(49)
分组分解法(二)	郑连德(53)
十字相乘法(一)	荣 兴 孔庆成(57)
十字相乘法(二)	张志超 谷俊印(61)
十字相乘法(三)	刘玉儒 王德荣(64)
十字相乘法(二)	李恩柱 温淑珍 周春敏(68)

十字相乘法(三)	张德平	屈玉璞	张永福(73)
十字相乘法(四)	张风英	张玲	(77)
因式分解复习课(一)	马惠军	谢佑玛	(81)
因式分解复习课(二)	马惠军	谢佑玛	(84)
分式			(88)
分式的教材分析	宋博贤	胡婉娴	(88)
分式的概念	陈绍堂		(92)
分式的基本性质(一)	曾兆清		(97)
分式的基本性质(二)	曾兆清		(101)
分式的约分	陈连巧		(106)
分式的乘除法	董春儒		(110)
分式的乘方	刘永兰	安书田	(115)
通分	郑雅桥	安书田	(119)
同分母分式的加减法	宋殿凯	安书田	(124)
异分母分式的加减法(一)	徐松柏		(128)
异分母分式的加减法(二)	徐松柏		(131)
繁分式	刘永兰		(134)
比例(一)	赵炳义		(139)
比例(二)	赵炳义		(143)
比例(三)	赵炳义		(147)
含有字母系数的一元一次方程	岳松岭		(151)
可化为一元一次方程的分式方程(一)	程振球		(154)
可化为一元一次方程的分式方程(二)	程振球		(158)
分式方程的应用	董秀青	朱文礼	(161)

分式复习课(一).....	刘永兰 张大利(164)
分式复习课(二)	刘永兰 张大利 (169)
数的开方.....	(175)
数的开方的教学	赵大文(175)
平方根(一).....	赵家伟(185)
平方根(二).....	赵家伟(189)
平方根(三).....	赵家伟(193)
立方根(一).....	徐世英(196)
立方根(二).....	徐世英(202)
实数(一).....	李婉文(206)
实数(一)*	尚懿俊(213)
实数(二)*	尚懿俊(218)
数的开方复习课(一).....	赵大文(222)
数的开方复习课(二).....	赵大文(225)
数的开方复习课(三).....	赵大文(229)
二次根式.....	(233)
二次根式的数学.....	赵大文(233)
二次根式(一).....	钱正瑞(240)
二次根式(二).....	钱正瑞(243)
二次根式的乘法(一).....	李子明(246)
二次根式的乘法(二).....	李子明(251)
二次根式的除法(一).....	邓 薇(256)
二次根式的除法(二).....	邓 薇(261)
二次根式的除法(三).....	邓 薇(265)
最简二次根式(一).....	钱正瑞(271)
最简二次根式(一)*	吴迪生(275)

最简二次根式(二).....	吴迪生(279)
二次根式的加减法(一).....	史郡仙(282)
二次根式的加减法(一)*	陈菊秋(288)
二次根式的加减法(二).....	陈菊秋(292)
二次根式的混合运算(一).....	赵若萍(298)
二次根式的混合运算(二).....	赵若萍(301)
二次根式的混合运算(三).....	赵若萍(305)
二次根式的混合运算(四).....	赵若萍(311)
二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简(一)	权永浩(315)
二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简(二)	权永浩(319)
二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简(三)	权永浩(323)
二次根式复习课(一).....	赵大文(327)
二次根式复习课(二).....	赵大文(331)
二次根式复习课(三).....	赵大文(334)
如何写教案.....	赵大文(340)

因式分解

教材分析

一、教学功能

中学代数式的问题,可以概括为四大类:计算,求值,化简,论证。解代数式问题的关键是通过代数运算,把代数式作恒等变形。代数式恒等变形的重要手段之一是因式分解。它贯穿、渗透在各种代数式问题之中。

因式分解是在学习有理数和整式四则运算的基础上进行的。它为以后学习分式运算、解方程和方程组及代数式和三角函数式的恒等变形提供必要的基础。所以因式分解是中学代数教材的一个重要内容。它具有广泛的基础知识的功能。

由于进行因式分解时要灵活综合运用学过的有关数学基础知识,并且因式分解的途径多,技巧性强,逆向思维对中学生来讲具有一定的深广度,所以因式分解又是发展学生智能、培养能力、深化学生逆向思维的良好载体。正因为因式分解具有良好的培养能力和思维的功能,所以因式分解又是中学代数教材的一个难点。

二、教学目标

1. 使学生正确理解因式分解的意义。
2. 使学生熟练掌握多项式因式分解的四种基本方法和因式分解的一般步骤。

3. 使学生较熟练地综合运用四种基本方法进行因式分解,从而培养学生分析问题和解决问题的能力,提高逆向思维能力。

三、教材分析

本章教材首先是介绍因式分解的概念,之后是介绍多项式因式分解的四种基本方法。

正确理解因式分解的意义是学生学好因式分解的前提。教材的重点是因式分解的四种基本方法,而灵活运用各种方法进行因式分解是教材的难点。掌握因式分解的一般步骤是分散难点的基本方法。

四、教法建议

1. 因式分解的概念

可以运用与分解因数作类比,与整式乘法作对比的方法引入新课题,说明因式分解的意义。

必须指出,因式分解是多项式的一种恒等变形,它是把多项式的和差形式变成乘积形式。恰恰相反,整式乘法是把多项式的乘积形式变成和差形式。两者的变形过程是互逆的。因此,两者是既有联系又有区别,在教学中必须指出其联系与区别所在。(联系:同样是由几个相同的整式组成的等式。区别:这几个相同的整式所在的位置不同,变形的功能不同。)分清因式分解与乘法运算的区别,明确因式分解的意义,是学好因式分解的前提。

2. 提公因式法

此方法的理论根据是乘法的分配率,用提取公因式法分解因式分两个步骤:(1)找出公因式;(2)提取公因式。其第(1)步是关键。确定公因式的方法是:公因式的系数应取各项

系数的最大公约数;字母取各项的相同的字母,而且各字母的指数取次数最低的。

公因式本身可以是单项式,也可以是多项式。前者是明显型的公因式,容易找到;后者既有明显型,又有隐含型。例如 $(x-y)$ 与 $(y-x)$ 、 $(a+b)^2$ 与 $(b+a)^3$ 就分别含有隐含型的公因式 $(x-y)$ (或 $(y-x)$)、 $(a+b)^2$ (或 $(b+a)^2$)。确定隐含型的公因式,对于初二学生来说,需要具有一定的观察、分析、判断的能力,才能找出来。

3. 运用公式法

利用五个乘法公式进行因式分解。对于具体的一个多项式,该用哪一个乘法公式来分解因式,关键在于熟练各个乘法公式的模式。要教会学生在提取公因式之后,再观察余下的另一个因式的项数。例如余下的另一个因式是二项的,有可能可用平方差公式或立方和(差)公式,再把这二项分别写成平方项之差或立方项之和(或差)的模式。如果是三项的,则有可能可用完全平方公式。再把这三项分别写成两个数的平方和,加上(或者减去)这两个数的积的 2 倍的模式。如果能分别写成这几种模式,就可以用乘法公式分解因式,否则,就不能直接用此方法分解因式,而须考虑先用分组分解法或十字相乘法。

4. 分组分解法

对于一个多项式的整体,若不能直接运用提公因式法和公式法时,可以考虑分部处理的方法(即分而治之),即把这个多项式分成几组,先对各组分别分解因式,然后再对整体作因式分解。

使用此方法的关键是选择合理的分组。其目标是使得分组之后,能够提取公因式或运用公式法、十字相乘法,继续进

行因式分解。为了实现合理的分组,有时还需进行拆项、添项。如何分组,这是此方法的难点。此方法的运用,没有固定模式可循,只能是具体问题具体分析,这就需要有较强的分析问题的能力。而这种能力实质上是一种特能技巧,需要通过学生自己的实践去领悟、去总结。

5. 十字相乘法

对二次三项式进行因式分解,最基本的也是最有实效的方法,就是十字相乘法。运用此方法的关键,在于对二次三项式的各项系数的分析,给学生强调记住课本中的黑体字是十分有益的。首先要让学生熟悉二次项系数为1的二次三项式的因式分解。在比较熟练的掌握此种情况的因式分解的基础上,再讲授二次项系数不是1的因式分解。这样循序渐进,才有效果。

进行十字相乘时,学生必须通过心算口算对系数可能出现的各种分解的组合凭直觉决定取舍。这也是一种技能技巧。学生必须通过适量的训练,才能灵活运用。

6. 多项式因式分解的一般步骤

在学习了上述四种基本的因式分解方法之后,告诉学生:多项式的因式分解,通常是要综合运用各种方法的。对一个具体的多项式分解因式,应先用哪一种方法,这需因题而异,不能一概而论,但却有一定规律可以遵循:

(1)如果多项式的各项有公因式,那么先提公因式;

(2)如果各项没有公因式,那么可以尝试运用公式来分解;

(3)如果用上述方法不能分解,那么可以尝试用分组或其它方法(例如十字相乘法)来分解。

(4)分解因式,必须进行到每一个因式都不能再分解为止。

这个步骤是把多项式因式分解过程加以程序化,给解题思维一种定势的框架,这有助于培养学生对具体的题目作发散思维。这是因为定势思维是按一种固定的思路去考虑问题,表现出思维的一种准备状态。它具有把新问题归纳为旧问题的趋向性,又能扩大已有经验的应用范围,如果对因式分解的全过程,有个程序的框架,心中有数,有的放矢,目标明确,这就容易展开思路,提高成功率。

五、教学的注意点

1. 用配方法分解二次三项式,这是课本里“读一读”的内容,不作为教学要求,只供学生课外参考。指导学生阅读这一内容时,可以指明:“配方法”分解因式,是通过添项或拆项的技巧,创造性地使用以上四种基本方法。配方法的分解过程不如十字相乘法简便,但是配方法是代数式变形时常用的一种重要方法。通过配方法的训练,有利于培养和提高创造能力。

2. 多项式因式分解,是在给定的数集内进行的。在不同的数集里,同一个多项式的因式分解,可以有不同的结果。本章所说的因式分解,都是在有理数范围内进行的;要求因式中每个系数(包括常数项)都是有理数,并且分解到不能再分解为止。

福州师专 何履端

因式分解的概念

教学目的

1. 使学生正确理解因式分解的意义
2. 加深对公式逆向变形的印象,以利于培养逆向思维能力。

教学重点与难点

重点是因式分解的意义,关键是讲清整式乘法与因式分解的联系与区别。

教学过程

一、新课引入

用类比方法引入课题。在算术里学习分数的时候,常常要进行约分与通分,因此常常要把一个数分解因数(即分解约数)。例如,把 33 分解成 3×11 ,把 42 分解成 $2 \times 3 \times 7$ 。

在代数里学习分式的时候,也常常要进行约分与通分,因此也常常要把一个多项式化成几个整式的积。

这一章就是介绍把一个多项式化成几个整式的积的方法。现在请同学们先看课本中的图形。

从分析插图入手,引导学生进行逆向思维。使学生初步了解课题——因式分解的含义。

分析插图两个相反方向的箭头所表示的变形过程,从直观上给出因式分解的形象(感性认识)。

$m(a+b+c) = ma+mb+mc$ 表示多项式的一种变形,它表明两个因式乘积的结果,是一个多项式,其中各项都含有一个公共的因式 m ,反过来写,即 $ma+mb+mc = m(a+b+c)$ 表

示多项式的另一种变形。它表明,如果一个多项式的各项都含有一个公共的因式 m , 那么这个多项式可以化成 m 与另一个因式的积, 结果是两个因式乘积的形式。

从以上分析可以看出, 这是两种互为相反的变形, 前者是我们已经学习过的整式乘法, 而后者则是我们今天要学习的新课——因式分解(随手板书)。

二、新课

1. 在通过插图得出因式分解的感性认识的基础上, 进一步指导学生概括出因式分解的概念。

从插图上半部分第二个等式 $ma + mb + mc = m(a + b + c)$, 我们可以发现它的左边是一个多项式, 右边是两个整式的积, 因此, 不难归纳出因式分解的定义:

把一个多项式化成为几个整式的积的形式, 叫做把这个多项式因式分解, 也叫做分解因式。

2. 弄清有关因式分解概念的四个问题:

(1) 比较插图上半部分两个等式, 可得出因式分解与整式乘法是两种不同的多项式的变形。它们既有联系又有区别。

联系: 同样是由几个相同的整式组成的等式。

区别: 这几个相同的整式所在的位置不同, 上式是做整式乘法; 下式是进行因式分解。两者是方向相反的恒等变形。乘法的特征是积化和差的形式, 因式分解的特征是和差化积的形式。

(2) 必须正确理解因式分解的定义, 因式分解不能只“分解”多项式的某些项, 变形的结果必须是化成几个整式积的形式。

练习:

(口答)下列由左边到右边的变形,哪些是因式分解?哪些不是?为什么?

① $(x+2)(x-2)=x^2-4$;

② $x^2-4=(x+2)(x-2)$;

③ $x^2-4+3x=(x+2)(x-2)+3x$;

④ $x^2-4=(x+2)(x-2)=x^2-4$.

解答可叫学生一一回答,并说明理由。

(3)因式分解是一种恒等变形(即变形前后两式是恒等式)。

可用 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 说明恒等意义。

(4)因式分解是整式乘法的逆向思维,从插图来看箭头方向,我们可以得出图的上式是整式乘法,它的图示是从左边到右边,是表示整式乘法的变形过程,反过来,图的下式是因式分解,它的图示是从右边到左边,是表示因式分解的变形过程,直观地反映了因式分解与整式乘法正好是相反的关系。这两种变形是思维方向相反的两种变形,因此,因式分解的思维过程就是整式乘法的逆向思维的过程。从分析插图中不难发现,因式分解问题可以化成为整式乘法的逆向思维来解决,这给了我们一个启示,即只要我们找出事物之间的内在联系,就可以利用它们之间的关系来分析与解决问题。

3. 直观地给出因式分解的两种基本方法:

我们学习了因式分解的定义,如果一个多项式可以因式分解,那么如何进行因式分解呢?我们再来看插图上、下两部分,插图上部第二个等式给出了因式分解的一种基本方法——提公因式法;下部等式从下到上则给出了因式分解的另一种基本方法——分组分解法。因式分解的几种基本方法,就