高等学校理工类课程学习辅导丛书

大学物理学习指导

University Physics Student's Guide

熊小华　主编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

高等学校理工类课程学习辅导丛书

大学物理学习指导

Daxue Wuli Xuexi Zhidao

熊小华　主编

安徽大学图书馆
藏书
www.lib.ahu.edu.cn

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS　BEIJING

内容提要

本书是与黄亦斌主编的《大学物理》配套的教学辅导书。《大学物理》是供普通高等学校理工科专业“大学物理”课程使用的教材。本书按章节顺序对基本概念和公式作了简要的梳理，以帮助学生全面系统地理解主教材的内容，巩固所学知识，并对每章的习题作了相应解答。

本书可供以《大学物理》或同类教材作为主要授课教材的师生使用，也可供相关读者参考。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理学习指导 / 熊小华主编. -- 北京：高等教育出版社，2013. 5

ISBN 978-7-04-037014-0

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①熊… Ⅲ. ①物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 031241 号

策划编辑 程福平 责任编辑 程福平 封面设计 于 涛 版式设计 马敬茹
插图绘制 尹 莉 责任校对 刘 莉 责任印制 刘思涵

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	网　　址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印　　刷	山东省沂南县汇丰印刷有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
开　　本	787 mm×960 mm 1/16		http://www.landraco.com.cn
印　　张	11	版　　次	2013 年 5 月第 1 版
字　　数	200 千字	印　　次	2013 年 5 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定　　价	17.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 37014-00

前　　言

《大学物理学习指导》是与黄亦斌主编的《大学物理》配套的教学辅导书，该教材是一套适合于一般本科院校少学时“大学物理”课程使用的教材。

“大学物理”是理工科高校开设的一门必修的重要基础理论课程，对培养和提高学生的科学素养、科学思维方法以及科学研究能力具有其他课程不可替代的重要作用。在大学物理的学习过程中，习题求解是一个不可缺少的重要环节，它既是学生巩固在课堂上所学知识的必要途径，也是运用所学知识解决实际问题的一种训练。只有做一定数量的习题，才能加深对基本概念、基本规律的理解，才能融会贯通、举一反三，才能切实提高分析问题和解决问题的能力。然而，多年来的教学实践表明，学生在学习大学物理过程中经常感到困难，在习题求解这一环节困难更为突出，面对部分习题，他们有可能束手无策，无所适从，这说明他们在分析问题、解决问题的能力上还有待进一步培养。

为帮助学生在学习过程中少走弯路，在短时间内掌握好大学物理的基本概念、基本规律和基本方法，灵活运用各种方法求解大学物理习题，并正确灵活地应用于实际，提高分析问题和求解问题的能力，所以我们针对学生在学习“大学物理”课程中存在的各种问题和困难编写了这本《大学物理学习指导》。

在本书的编写过程中，难免存在疏漏，欢迎大家批评指正。

编　　者

2012 年 9 月

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第 1 章　质点运动学

一、内 容 提 要

1. 质点　参考系和坐标系

（1）质点：为物体的一种理想模型，是把一个物体看成是一个只有质量没有体积的理想模型体（当物体运动轨迹曲率半径远大于物体的线度时，该运动物体就可视为质点）.

（2）参考系：对物体运动的描述依赖于选取的标准参照物，被选为标准的物体或物体系，即为参考系（对同一物体的运动，在不同的参考系中的描述可能不一样）.

（3）坐标系：为了定量地说明物体对参考系的位置，建立在参考系上的一套固定的度量系统或标尺，即为坐标系.

2. 位置矢量　位移和运动方程

（1）位置矢量（$\boldsymbol{r}$）：在所选定的坐标系中，用于描述运动质点的瞬时位置所采用的，即从坐标系的原点到质点所在的瞬时位置的有向线段.

在直角坐标系中：$\boldsymbol{r}(t)=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$

位置矢量的大小和方向余弦分别为：$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

$$\cos\alpha=\frac{x}{r},\ \cos\beta=\frac{y}{r},\ \cos\gamma=\frac{z}{r}$$

（2）位移：是指运动物体在两个不同时刻的位置矢量的变化. 即

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$$

（3）运动方程：表示运动质点位置随时间变化的函数式称为该运动质点的运动方程. 记为：

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$$

采用直角坐标时，$\boldsymbol{r}(t)=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$，其中

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

3. 速度和加速度

(1) 平均速度：$\overline{\boldsymbol{v}} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$

(2) 瞬时速度(速度)：$\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$

在直角坐标系中：$\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}$

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\ v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\ v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t},$$

速度的大小为：$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

(3) 加速度：$\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$

在直角坐标系中：$\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}$

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t},\ a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t},\ a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t},$$

速度的大小为：$a = |\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

4. 匀变速运动　圆周运动

(1) 匀变速运动：其特点是 $\boldsymbol{a}$ = 常矢量，而且有

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a}t$$

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{v}_0 t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$$

其中$\boldsymbol{v}_0$，$\boldsymbol{r}_0$ 分别为 $t=0$ 时刻的速度和位置矢量.

(2) 抛体运动：特点是 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g} = -g\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{v}_0 = v_0\cos\theta\boldsymbol{i} + v_0\sin\theta\boldsymbol{j}$

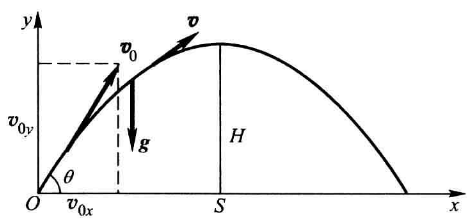


图 1.1　抛体运动

$$\boldsymbol{v} = v_0\cos\theta\boldsymbol{i} + (v_0\sin\theta - gt)\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{v}_0 t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2 = v_0 t\cos\theta\boldsymbol{i} + v_0 t\sin\theta\boldsymbol{j} - \frac{1}{2}gt^2\boldsymbol{j}$$

$$= v_0 t\cos\theta\boldsymbol{i} + \left(v_0 t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2\right)\boldsymbol{j}$$

（3）圆周运动：角速度 $\omega \equiv \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$，单位为 $\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$；

角加速度 $\beta \equiv \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$，单位为 $\mathrm{rad\cdot s^{-2}}$

圆周运动线度量与角度量大小关系为：

$$v = \omega r$$

$$\boldsymbol{a} = a_t\boldsymbol{e}_t + a_n\boldsymbol{e}_n = r\alpha\boldsymbol{e}_t + \omega^2 r\boldsymbol{e}_n$$

其中 $a_t = r\alpha$ 为切向加速度，表示作圆周运动质点的速度大小变化快慢；$a_n = \omega^2 r$ 为法向加速度，表示速度方向变化的快慢.

5. 相对运动

静坐标系中与动坐标系中的物理量关系为：

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{r}'$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}'$$

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_0 + \boldsymbol{a}'$$

这里的 $\boldsymbol{r}_0$，$\boldsymbol{v}_0$，$\boldsymbol{a}_0$ 为动坐标系原点相对静坐标系的物理量.

二、习 题 解 答

1.1 一物体从静止开始，在 2 s 内被匀加速到 40 m/s，物体的加速度为多少？在 2 s 内物体运动的距离是多少？

解 物体的加速度为

$$a = \frac{v_t - v_0}{t} = \frac{40-0}{2}\mathrm{m/s^2} = 20\ \mathrm{m/s^2}$$

物体在 2 s 内运动的距离为

$$x = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2a} = \frac{40^2 - 0^2}{2\times 20}\mathrm{m} = 40\ \mathrm{m}$$

1.2 质点在水平方向作直线运动，坐标与时间的变化关系为 $x = 4t - 2t^3$（SI 单位）. 试求：(1)开始的 2 s 内的平均速度和 2 s 末的瞬时速度. (2)1 s 末到 3 s 末的位移和平均速度. (3)1 s 末到 3 s 末的平均加速度. (4)3 s 末的

瞬时加速度.

解 (1) 由题意知，物体在2 s内的位移为

$$x=4t-2t^3=4\times2\text{ m}-2\times2^3\text{ m}=-8\text{ m}$$

2 s内的平均速度为

$$\bar{v}=\frac{x}{t}=\frac{-8}{2}\text{m/s}=-4\text{ m/s}$$

2 s末的瞬时速度为

$$v_2=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4-6t^2=4-6\times2^2=-20(\text{m/s})$$

(2) 1 s末到3 s末的位移为

$$s_{13}=x_3-x_1=(4\times3-2\times3^3)\text{m}-(4\times1-2\times1^3)\text{m}=-44\text{ m}$$

1 s末到3 s末平均速度为

$$\bar{v}_{13}=\frac{s_{13}}{\Delta t}=\frac{-44}{3-1}\text{m/s}=-22\text{ m/s}$$

(3) 由运动方程求导，可得各时刻的瞬时速度为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4-6t^2$$

1 s末的瞬时速度为 $v_1=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4-6t^2=4-6\times1^2=-2(\text{m/s})$

3 s末的瞬时速度为 $v_3=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4-6t^2=4-6\times3^2=-50(\text{m/s})$

1 s末到3 s末平均加速度为

$$\bar{a}_{13}=\frac{v_3-v_1}{\Delta t}=\frac{-50-(-2)}{3-1}\text{m/s}^2=-24\text{ m/s}^2$$

(4) 3 s末的瞬时加速度为

$$a_3=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-12t=-12\times3=-36(\text{m/s}^2)$$

1.3 质点以初速度 v_0 作直线运动，所受阻力与质点运动速度成正比. 求当质点速度减为$\frac{v_0}{n}$时($n>1$)，质点走过的距离与质点所能走的总距离之比.

解 质点运动过程中所受阻力为

$$F=-kv$$

根据牛顿第二定律有

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv$$

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-k\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$$\mathrm{d}v=-\frac{k}{m}\mathrm{d}x$$

当质点速度减为$\frac{v_0}{n}$时($n>1$)，质点走过的距离为

$$\int_{v_0}^{v_0/n}\mathrm{d}v=-\frac{k}{m}\int_0^{x_1}\mathrm{d}x$$

$$\left(\frac{v_0}{n}-v_0\right)=-\frac{k}{m}x_1$$

$$x_1=\frac{m}{k}\left(n-\frac{1}{n}\right)v_0$$

质点所能走的总距离为

$$\int_{v_0}^{0}\mathrm{d}v=-\frac{k}{m}\int_0^{x_2}\mathrm{d}x$$

$$-v_0=-\frac{k}{m}x_2$$

$$x_2=\frac{m}{k}v_0$$

即

$$\frac{x_1}{x_2}=\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

1.4 作直线运动的质点的加速度为 $a=4+3t$(SI 单位). 初始条件为 $t=0$ 时，$x=5$ m，$v=0$. 求质点在 $t=10$ s 时的速度和位置.

解

$$\mathrm{d}v=(4+3t)\mathrm{d}t$$

$$v=4t+\frac{3}{2}t^2+C_1$$

由初始条件：$t=0$ 时，$v=0$，可得

$$C_1=0$$

即

$$v=4t+\frac{3}{2}t^2$$

$$\mathrm{d}x=\left(4t+\frac{3}{2}t^2\right)\mathrm{d}t$$

$$x=2t^2+\frac{1}{2}t^3+C_2$$

由初始条件：$t=0$ 时，$x=5$ m，可得

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

$$C_2=5$$

即
$$x=2t^2+\frac{1}{2}t^3+5$$

当 $t=10$ s 时

$$v=4t+\frac{3}{2}t^2=4\times10+\frac{3}{2}\times10^2=40+150=190(\text{m/s})$$

$$s=2t^2+\frac{1}{2}t^3+5=2\times10^2+\frac{1}{2}\times10^3+5=200+500+5=705(\text{m})$$

1.5 质点沿 x 轴作直线运动，加速度和位置的关系为 $a=2+6x^2$(SI 单位). 求质点在任意位置时的速度. 已知质点在 $x=0$ 时，速度为 10 m/s.

解
$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v\,\mathrm{d}x}{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=2+6x^2$$

$$v\mathrm{d}v=(2+6x^2)\mathrm{d}x$$

由上式两边积分

$$\int_{10}^{v}v\mathrm{d}v=\int_{0}^{x}(2+6x^2)\mathrm{d}x$$

$$v^2=4x+4x^3+50\times2$$

又因为 $a>0$，所以 $v>0$，即

$$v=\sqrt{4x+4x^3+100}$$

$$=2\sqrt{x+x^3+25}$$

1.6 质点沿半径为 1 m 的圆周运动，运动方程为 $\theta=2+3t^3$(SI 单位). 求：(1) $t=2$ s 时，质点的切向加速度和法向加速度. (2) 当加速度的方向和半径成 45°角时，角位移是多少？

解 质点运动的角速度和角加速度分别为

$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=9t^2$$

$$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=18t$$

切向加速度
$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=r\alpha=1\times18t=18t$$

法向加速度
$$a_n=r\omega^2=1\times(9t^2)^2=81t^4$$

(1) 当 $t=2$ s 时有

$$a_t=18t=18\times2=36(\text{m/s}^2)$$

$$a_n=81t^4=81\times2^4=1\ 296(\text{m/s}^2)$$

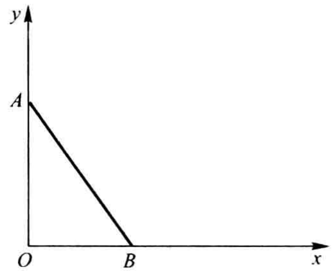
(2) 加速度的方向和半径成 45°时，即 $a_t=a_n$

$$81t^4 = 18t$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{2}{9}}\ \mathrm{s}$$

此时角位移 $\theta = 2 + 3t^3 = 2 + 3 \times t^3 = 2.67(\mathrm{rad})$

1.7 一长度为 5 m 的直杆斜靠在墙上. 初始时，顶端离地面 4 m，当顶端以 2 m/s 的速度沿墙面匀速下滑时，求直杆下端沿地面的运动方程和速度.



题图 1.7

解 令直杆的上端为 A 点，坐标为 y、下端为 B 点，坐标为 x. 而且有

$$x^2 + y^2 = 5^2 \ (\text{SI 单位})$$

由题意，有

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -2$$

$$\mathrm{d}y = -2\mathrm{d}t$$

由上式两边积分

$$\int_4^y \mathrm{d}y = \int_0^t -2\mathrm{d}t$$

$$y = 4 - 2t$$

杆的下端的运动方程和速度分别为

$$x = \sqrt{5^2 - y^2} = \sqrt{5^2 - (4 - 2t)^2} = \sqrt{9 + 16t - 4t^2}$$

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{8 - 4t}{\sqrt{9 + 16t - 4t^2}}$$

1.8 以初速度 $v_0 = 15$ m/s 竖直上抛一物体，在 1 s 末又竖直上抛出第二个物体，后者在 $h = 11$ m 高度处击中前者，求第二个物体的抛出速度；若在 1.3 s 末竖直上抛出第二个物体，它仍在 $h = 11$ m 高度处击中前者，求第二个物体的抛出速度.

解 (1) 取 $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$，取第一物体抛出的时间为 0 时刻，则有先后上抛的两个物体的位置与时间的关系分别为

$$x_1 = 15t - \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 = 15t - 5t^2 \ (\text{SI 单位})$$

$$x_2 = v(t - 1) - \frac{1}{2} \times 10 \times (t - 1)^2 = v(t - 1) - 5(t - 1)^2$$

令 $x_1 = 15t - \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 = 15t - 5t^2 = 11$，求得

$$t \approx 1.276\ \mathrm{s}\ 或\ 1.724\ \mathrm{s}$$

由 $t=1.724$ s 或 $t=1.276$ s 代入 $x_2=v(t-1)-5(t-1)^2=11$ 分别求得

$$v\approx 18.8\ \mathrm{m/s} \text{ 或 } v\approx 41.1\ \mathrm{m/s}$$

(2) $x_1=15t-\dfrac{1}{2}\times 10\times t^2=15t-5t^2$

$$x_2=v(t-1.3)-\frac{1}{2}\times 10\times (t-1.3)^2=v(t-1.3)-5(t-1.3)^2$$

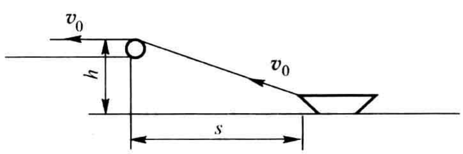
由于 $t=1.276\ \mathrm{s}<1.3\ \mathrm{s}$ 不可能满足题意，即 $t=1.724$ s，代入 $x_2=v(t-1.3)-5(t-1.3)^2=11$ 求得

$$v\approx 28\ \mathrm{m/s}$$

1.9　在离水面高度为 h 的岸边，有人用绳子拉船靠岸，收绳速率是恒定的 v_0，当船离岸边距离为 s 时，试求船的速率与加速度.

解　如图所示，斜边的绳长为 l，有

$$l^2=h^2+s^2$$



题图 1.9

对上式两边求导

$$2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=0+2s\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

$$2lv_0=2su$$

即
$$u=\frac{l}{s}v_0=\frac{\sqrt{s^2+h^2}}{s}v_0$$

由 $u=\dfrac{l}{s}v_0$ 求导

$$a=\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=\frac{v_0 s\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}-lv_0\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}}{s^2}=\frac{v_0^2 s-lv_0\dfrac{l}{s}v_0}{s^2}=\frac{v_0^2s^2-l^2v_0^2}{s^3}=\frac{(s^2-l^2)v_0^2}{s^3}$$
$$=-\frac{h^2}{s^3}v_0^2$$

1.10　质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}(t)=\boldsymbol{i}+4t^2\boldsymbol{j}+t\boldsymbol{k}$(SI 单位). 求质点的速度、加速度和轨道方程.

解　质点的速度为　　$\boldsymbol{v}(t)=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}(t)}{\mathrm{d}t}=8t\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$

质点的加速度为

$$a=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}(t)}{\mathrm{d}t}=8\boldsymbol{j}$$

质点的轨迹方程为 $x=1,\ y=4t^2z=t$

所以轨迹方程为

$$\begin{cases}x=1\\4z^2=y\end{cases}$$

1.11 在质点运动中，已知 $x=ae^{kt}$，$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-bke^{-kt}$，$y|_{t=0}=b$，其中 a，b，k 为常量. 求质点的加速度和轨道方程.

解 由 $x=ae^{kt}$求导，得

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=kae^{kt}$$

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=k^2ae^{kt}$$

由$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-bke^{-kt}$积分，得

$$\mathrm{d}y=-bke^{-kt}\mathrm{d}t$$

$$\int_b^y\mathrm{d}y=\int_0^t-bke^{-kt}\mathrm{d}t$$

因此 $y=-be^{-kt}$

$$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=bke^{-kt}$$

$$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=bk^2e^{-kt}$$

所以 $\boldsymbol{a}(t)=k^2ae^{kt}\boldsymbol{i}+k^2be^{-kt}\boldsymbol{j}$

轨迹方程 $xy=ab$

1.12 靶子在离人水平距离 50 m、高 13 m 处，一个人抛一个小球欲击中靶子. 该小球最大的出手速率为 $v=25$ m/s，则他是否能击中靶子？在这个距离上能击中的靶子的最大高度是多少？

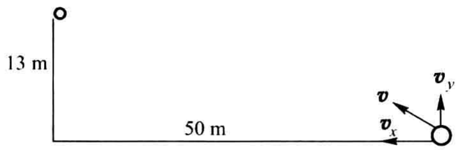
解 （1）设可以击中速度方向与水平轴夹角为 θ，则有

$$v_x=v\cos\theta$$

$$v_y=v\sin\theta$$

$$t=\frac{50\ \mathrm{m}}{v_x}=\frac{50\ \mathrm{m}}{v\cos\theta}$$

$$v_yt-\frac{1}{2}gt^2=13\ \mathrm{m}$$



题图 1.12

$$v\sin\theta\frac{50}{v\cos\theta}-\frac{1}{2}\times10\left(\frac{50}{v\cos\theta}\right)^2=13\ (\text{SI 单位})$$

$$50\tan\theta-5\times\frac{2\ 500}{v^2\cos^2\theta}=13$$

当 $v=25\ \text{m/s}$，取最大值时，有

$$50\tan\theta-\frac{20}{\cos^2\theta}=13$$

$$50\tan\theta=13+\frac{20}{\cos^2\theta}=\frac{13\cos^2\theta+20(\cos^2\theta+\sin^2\theta)}{\cos^2\theta}$$

$$50\tan\theta=33+20\tan^2\theta$$

$$20\tan^2\theta-50\tan\theta+33=0$$

$$\Delta=50^2-4\times20\times33=2\ 500-2\ 640=-140$$

$\Delta<0$，方程无解，所以不能击中靶子

（2）$v_x=v\cos\theta$

$$v_y=v\sin\theta$$

$$t=\frac{50\ \text{m}}{v_x}=\frac{50\ \text{m}}{v\cos\theta}$$

令高度为 h，则有

$$h=v_yt-\frac{1}{2}gt^2$$

$$h=v\sin\theta\frac{50}{v\cos\theta}-\frac{1}{2}\left(\frac{50}{v\cos\theta}\right)^2$$

$$h=50\tan\theta-5\frac{2\ 500}{v^2\cos^2\theta}$$

当 $v=25\ \text{m/s}$

$$h=50\tan\theta-\frac{20}{\cos^2\theta}$$

$$h=50\tan\theta-\frac{20(\cos^2\theta+\sin^2\theta)}{\cos^2\theta}$$

$$h=50\tan\theta-20-20\tan^2\theta$$

$$= 10(5\tan\theta - 2\tan^2\theta - 2)$$

令
$$f = 5\tan\theta - 2\tan^2\theta - 2$$

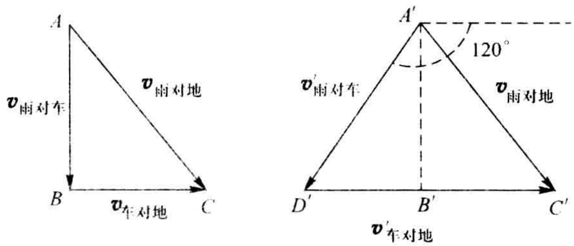
$$= -2\left(\tan\theta - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{25}{8} - 2$$

$$f \leqslant \frac{9}{8}\,\mathrm{m}$$

$$h \leqslant \frac{90}{8}\,\mathrm{m} = 11.25\ \mathrm{m}$$

1.13 汽车以 5 m/s 的速度由东向西行驶，司机看见雨滴垂直下落. 当汽车速度增至 10 m/s 时，看见雨滴与他前进方向成 120°角下落. 求雨滴对地的速度.

解 如图所示$\boldsymbol{v}_{雨对地} = \boldsymbol{v}_{雨对车} + \boldsymbol{v}_{车对地}$



题图 1.13

作 DC' 的中垂线为 $A'B'$，$DC' = 10$ m/s，$DB' = 5$ m/s，$\triangle A'C'D$ 是等边三角形，$\angle A'C'B' = 60°$而且有$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$，即$\angle ACB = 60°$

$$AC = \frac{BC}{\cos 60°} = 10\ \mathrm{m/s}$$

即
$$\boldsymbol{v}_{雨对地} = 10\ \mathrm{m/s}$$

1.14 甲船以 10 km/h 的速度向东，乙船以 5 km/h 的速度向南同时出发航行. 从乙船看，甲船的速度是多少？方向如何？又如果从甲船看，乙船的速度是多少？方向如何？

解
$$\boldsymbol{v}_{甲对乙} = \boldsymbol{v}_{甲对地} - \boldsymbol{v}_{乙对地}$$

$$\boldsymbol{v}_{甲对乙} = 10\boldsymbol{i}\ \mathrm{km/h} - (-5\boldsymbol{j})\,\mathrm{km/h} = 10\boldsymbol{i}\ \mathrm{km/h} + 5\boldsymbol{j}\ \mathrm{km/h}$$

大小为
$$v = \sqrt{10^2 + 5^2}\,\mathrm{km/h} = 5\sqrt{5}\ \mathrm{km/h}$$

方向为东偏北方向 $\arctan\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\boldsymbol{v}_{乙对甲} = \boldsymbol{v}_{乙对地} - \boldsymbol{v}_{甲对地}$$

$$\boldsymbol{v}_{乙对甲} = -5\boldsymbol{j}\ \mathrm{km/h} - 10\boldsymbol{i}\ \mathrm{km/h} = -10\boldsymbol{i}\ \mathrm{km/h} - 5\boldsymbol{j}\ \mathrm{km/h}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com