最新 教与学指导丛书

初中数学

题组教学与课堂设计

中央教育科学研究所教育科学技术开发中心 主编

GAOZHONGSHUXUE TIZUJIXUE YU KETANGSHEJI

光明日报出版社

初中数学题组教学与课堂设计

编委会主任　孙现璋

主　　编　常克峰

副 主 编　项昭义　黄传江

编　　者　司马仲杰　孟宪平　王玉梅　张应仕　楚海珊
于士宽　李佑才　张家福　杨少昌　王文超
窦宝坤　王志高　卢名福　韩传栋　远公田
刘　波　许庆元　焦四福　何　杰　王福贵

审　　定　王海鹏　翟连林　吴南举

光 明 日 报 出 版 社

（京）新登字 101 号

内容提要

全书采用“题组教学法”，按教材顺序，将初中数学内容划分成 54 个课时（专题），每一课时按四步进行编写：一、基本知识与基本技能检测；二、基本思想与基本方法总结；三、典型例题；四、课堂练习与作业。以上每课时的四部分，构成了以“检查双基，反馈信息——总结方法，确立思想－－抓纲举目，培养能力——层次训练，全面提高”为核心的新的教学体系。

全书题目新颖灵活，方法具体实用，“查、补、讲、练”配合得当，为便于教学，全书答案另印成册.

初中数学题组教学与课堂设计

主编　　常克峰

光明日报出版社出版发行

（北京永安路 106 号）

邮政编码 100050 电话：3017733—484

新华书店北京发行所经销

河南日报彩印厂印刷

开本 787×1092　　1/16　　印张 7　　字数 150 千字

1993 年 6 月第一版 1993 年 6 月第一次印刷

ISBN7—80091—015—6/G·594

定价 3.20 元

前　言

近年来，人们越来越重视初三复习工作的总体规划及教学模式的研究，全国范围内也相继出现了一批异于以往的较为成熟的复习资料，对推动复习工作的健康进行，提高复习效率起到了一定的作用，但令人遗憾的是，这些众多的复习资料都没有重视或突出数学思想与方法的研究，以及课堂教学设计的探讨，众所周知，思想与方法是打开知识大门的钥匙，是数学的灵魂，而设计好一堂课的教学内容、目标与方法又是提高课堂教学质量的关键.

正是基于这一点，我们特邀请著名教育家、濮阳市教委主任孙现璋先生担任编委会主任、常克峰先生任主编组织北京、天津、上海、湖北、江苏、山东、河南等七省市部分重点中学的初三把关老师以"基于课本、源于课本、高于课本"为原则，共同编写了《初中数学题组教学与课堂设计》这本书，为了使本书对教与学具有较高的指导意义，我们邀请了有关专家与多次参加过中考命题的教研员王海鹏、翟连林、吴南举三位先生审稿、定稿直至成书.

全书采用数学教学最新科研成果——"题组教学法"，按照教材顺序，将初中数学内容划分成 54 个课时（专题），每一课时按四步进行编写：一、基本知识与基本技能检测；二、基本思想与基本方法总结；三、典型例题；四、课堂练习与作业，以上每课时的四部分构成了以"检查双基，反馈信息——总结方法，确立思想——抓纲举目，培养能力——层次训练，全面提高"为核心的新的教学体系，从而使数学教学从"传授知识"的传统模型转变到了"以激励学习为特征的，以学生为中心"的实践模型；从热衷于无数的常规练习转到了发展有广阔基础的数学能力.

此书，为初三的总复习提供了一种新的教学模式，全书题目新颖灵活，方法具体适用，"查、补、讲、练"配合得当，为便于教学，本书答案另印成册.

但因时间仓促，能力有限，书中不当之处在所难免，敬请读者批评指正.

中央教育科学研究所教育科学技术开发中心

一九九三年六月

目　录

代数部分

几何部分

代数部分

§1 实数的概念

一 基本知识与基本技能检测

1. 选择题

(1)在 3.14，$\frac{22}{7}$，$-\sqrt{3}$，cos45°，tg45°，$\sqrt{169}$，$\frac{\pi}{4}$，0.1010010001……中，无理数有(　　)

(A)1 个；　(B)2 个；　(C)3 个；　(D)4 个.

(2)有理数与无理数的区别在于(　　)

(A)有理数是有限小数，无理数是无限小数；

(B)有理数能用分数表示，无理数不能用分数表示；

(C)有理数是正的，无理数是负的；

(D)有理数是整数，无理数是分数.

2. 填空题

(1)设 m、n 互为相反数，则 3^m 与 3^n 互为__________；

(2)一个数的相反数等于它本身，则这个数是__________；一个数的倒数等于它本身，则这个数是__________；绝对值等于它本身的数是__________.

(3)若 $x^2=4$，则 $x^3=$？

4. 求$\frac{\sqrt{a^2}}{a}$的值.

二 基本思想与基本方法总结

本课时主要复习实数的概念，重点要搞清正负数，有理数，无理数，实数，相反数，数轴和绝对值等基本概念及它们之间的相互关系，理解实数的定义和二种分类方法，要对数的概念的扩展过程作系统的整理，归纳，在数的系统里掌握数的有关概念. 另外，对算术数中有些概念，如质数，合数，奇数，偶数，倒数等有关概念也应作适当的复习.

三 典型例题

例 1　下列各数中，哪些互为相反数？哪些互为倒数？哪些互为负倒数？

$3\frac{1}{3}$，$\sqrt{2}+1$，-0.3，$\sqrt{2}-1$，$-\frac{1}{5}$，0.2，ctg30°，tg30°.

例 2　若 $m<0$，化简 $|m-\sqrt{m^2}|$.

例 3　已知 a,b 均为实数，且 $\sqrt{2a+1}+|b+1|=0$，求 $-a^{3}-b^{1993}$ 的值.

例 4　若 $\frac{|a-|a||}{a}$ 是一个整数，则 a 应取哪些值？

四　课堂练习与作业

1. 选择题

(1)和数轴上的点一一对应的数是(　　)

(A)整数；　(B)有理数；　(C)无理数；　(D)实数.

(2) $\sqrt{81}$ 的平方根是(　　)

(A)3；　(B)±9；　(C)±3；　(D)9.

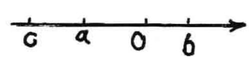
2. 填空题

(1)最小的正整数是________，最大的负整数是________，绝对值最小的数是________；

(2) $\sqrt{3}-2$ 的相反数是________，倒数是________，负倒数是________，绝对值是________.

3. 若 $\sqrt{a-1}+\sqrt{6-a}$ 有意义. 化简 $\sqrt{1+2a+a^{2}}+\sqrt{a^{2}-14a+49}$.

4. 已知 a,b,c 在数轴上的位置如图：化简 $|b-a|+\sqrt{b^{2}}-(a-c)+|b+c|$.



5. 设 a、b 均为实数，且 $4a^{2}+b^{2}-4a-10b+26=0$，求 $\sqrt{(a+5)(b-5)}$ 的值.

§2　绝对值与算术根

一　基本知识与基本技能检测

1. 选择题

(1)若 $a<-2$,那么 $|1-|1+a||$ 化简结果是(　　)

(A)a;　　(B)$2+a$;　　(C)$-2-a$;　　(D)$-a$.

(2)如果 a,b 是实数,下述四个命题正确的是(　　)

(A)若 $a\neq b$,则 $a^2\neq b^2$;　　(B)若 $a>b$,则 $a^2>b^2$;

(C)若 $|a|>|b|$,则 $a\neq b$;　　(D)若 $|a|=|b|$,则 $a=b$.

2. 填空题

(1)把下列各数按从小到大的顺序用不等号连接起来 $|-6|,-3,|\frac{2}{3}|,0,\sqrt{6}$,$-|-\frac{1}{\sqrt{2}}|,2+\sqrt{3}$ ＿＿＿＿＿＿;

(2)如果 $a+|a|=0$,那么 $|a-\sqrt{4a^2}|=$＿＿＿＿＿＿.

3. (1)计算:$|\sqrt{2}-1|-\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$;(2)求 $\sqrt{(a-5)^2}$ 的值.

二　基本思想与基本方法总结

1. 绝对值的性质:

(1)实数 a 的绝对值记为 $|a|$.　　$|a|=\begin{cases} a & (a>0) \\ 0 & (a=0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$

(2)在实数范围内,最小的绝对值是零;(3)任何实数都有唯一的绝对值;

(4)任何一个实数都不大于它的绝对值,即 $a\leqslant|a|$.

(5)绝对值小于 n(n 为正整数)的整数共有 $2n-1$ 个,即 $\pm1,\pm2,\pm3,\cdots\cdots,\pm(n-1),0$.

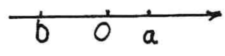
2. 算术根的性质(对算术平方根而言):

(1)非负性:被开方数是非负数,方根的值也是非负数,即若 $\sqrt{a}$ 为算术平方根,则有 $a\geqslant0$,$\sqrt{a}\geqslant0$.(2)唯一性:非负数的算术平方根有,并且只有一个,即式子 $\sqrt{a}$($a\geqslant0$)只表示算术平方根.

3. 算术平方根与绝对值的关系是 $\sqrt{a^2}=|a|$.

三　典型例题

例 1　实数 a,b 在数轴上的对应点如图所示:



试化简(1)$\frac{|a+b|}{a+b}$;　　(2)$|b-a|-\sqrt{b^2}$.

例 2　已知 $(x-1)^2+|y-2|+\sqrt{(z-3)^2}=0$,求实数 x,y,z.

例 3　已知$|m|=2$，$\sqrt{n^2}=5$，求$|m+n|$的值.

例 4　当 x,y 满足$\begin{cases}\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}=1\\3(x+y)+2(x-3y)=15\end{cases}$时，试化简 $\sqrt[3]{27-54x+36x^2-8x^3}-|y-5|$.

四　课堂练习与作业

1. 选择题

(1)若$|-a|>-a$，则(　　)

(A)$a>0$；　(B)$a<0$；　(C)$a<-1$；　(D)$-1<a<0$.

(2)等式$|m-n|=|n-m|$成立的条件是(　　)

(A)$m=n$；　(B)$m>n>0$；　(C)$m<n<0$；　(D)m,n 为任意实数.

(3)有(　　)个实数，能使 $\sqrt{-(x+2)^2}$是一个实数.

(A)1 个；　(B)2 个；　(C)没有；　(D)无穷多个.

2. 填空题

(1)$|\pi-\dfrac{22}{7}|=$__________；

(2)当 k 为实数时，$|k|+k$ 的值为__________.

3. 已知 $a<b<c<d$，化简$|a-b|+|b-c|+|c-d|$.

4. 若 $x<-1$，试化简$|x-\sqrt{(2-x)^2}-2|x-1||$.

5. 计算：$\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\dfrac{10}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)(4\sqrt{3}-3\sqrt{2})$.

6. $[-(2-\sqrt{2})^2-(-1)^2]\times\dfrac{1}{-0.3^2}\div(3\dfrac{1}{3})^2\times|\dfrac{1}{3}-(-\dfrac{2}{3})^2|$.

§3 实数的大小比较

一 基本知识与基本技能检测

1. 选择题

(1)给出下列七个式子：①$-(-\frac{2}{3})$，②$-|-\frac{2}{3}|$，③$(-2)-(-3)$，④$|-2|-|-3|$，⑤$2-(-2)$，⑥$|2|-|-2|$，⑦$(-1)(+2)(-3)$，其中式子的值大于零的题号组为(　　)

(A)①②⑥⑦；　(B)①③⑤⑦；　(C)①③④⑦；　(D)①③⑥⑦.

(2)若 $a=(-2)(-3)$，$b=(-2)^{-3}$，$c=(-3)^{-2}$，则它们的大小关系是(　　)

(A)$a>b>c$；　(B)$b>a>c$；　(C)$a>c>b$；　(D)$c>b>a$.

2. 填空题

(1)比较大小：$-\sqrt{2}$ ________ -1.414；

(2)用“<”或“>”连接：$5\sqrt{5}$ ________ $8\sqrt{2}$.

3. 比较 π^2+9 与 6π 的大小.

4. 若 $a<b<0$，比较$\frac{1}{a}$与$\frac{1}{b}$的大小.

二 基本思想与基本方法总结

1. 实数在数轴上表示出来以后，可以利用数轴上的点的位置关系来规定实数的大小.

2. 求差法：若 $a-b>0$，则 $a>b$；若 $a-b=0$，则 $a=b$；若 $a-b<0$，则 $a<b$.

3. 求比值法：当 a,b 都是正数时，可改为求比值来判别大小，即：若$\frac{a}{b}>1$，则 $a>b$；若$\frac{a}{b}=1$，则 $a=b$；若$\frac{a}{b}<1$，则 $a<b$，反之亦成立.

4. 求倒数法：通常将分子有理化后就变得易于比较大小了.

5. 与某一特殊值 m 相比较，即：若 $a>m$，而 $b<m$，则 $a>b$.

在实数比较大小的题目中，渗透了“分类”思想，应当注意这种思想的理解.

三 典型例题

例 1 比较大小：

(1)x^2+5 与 $4x$；　(2)$7\sqrt{5}$ 与 $8\sqrt{2}$；　(3)$\sqrt{2}+\sqrt{11}$与$\sqrt{3}+\sqrt{10}$.

例 2 比较大小：(1) $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{6}+2}$与$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$； (2) $\sqrt{11}-\sqrt{10}$与$\sqrt{12}-\sqrt{11}$.

例 3 试证：不论 x 为任何实数，多项式 $2x^2-4x-1$ 的值总大于 x^2-2x-4 的值.

例 4 若 a 为实数，比较$\frac{a}{a+1}$和$\frac{a-1}{a}$的大小.

例 5 已知：a,b,x 是实数，且$(x^3-\frac{1}{x^3}-a)^2+|x-\frac{1}{x}-b|=0$，求证：$b(b^2+3)=a$.

四 课堂练习与作业

1. 选择题

(1) $-\sqrt{0.0331}$与$-\frac{2}{11}$的大小关系是(　　)

(A)大于；　　(B)等于；　　(C)小于；　　(D)不小于.

(2)从下列各数中找出最小的正数(　　)

(A) $10-3\sqrt{11}$；　(B) $3\sqrt{11}-10$；　(C) $51-10\sqrt{26}$；　(D) $10\sqrt{26}-51$.

2. 填空题

(1)比较大小：① $-1\frac{3}{4}$________ $-\frac{12}{7}$；② $2\sqrt{7}$________ $4\sqrt{2}$.

(2)比较大小：$\sqrt{13}-\sqrt{12}$________ $\sqrt{14}-\sqrt{13}$.

3. 比较 $\sqrt{2-a}$与$\sqrt[3]{a-4}$的大小.

4. 当 $0<x<1$ 时，试比较 $x^2, x, \frac{1}{x}$的大小.

5. 已知 $a>0, b<0, a+b<0$，试比较 $a, b, -a, -b$ 的大小.

§4 实数的运算

一 基本知识与基本技能检测

1. 选择题

(1)计算：$-2^2-(-2)^2-|-5|-(-13)$的结果是(　　)

(A)18；　(B)0；　(C)10；　(D)8.

(2)计算$\left|\frac{13}{28}-\frac{11}{15}\right|+\frac{4}{15}$的结果是(　　)

(A)$\frac{15}{28}$；　(B)$-\frac{15}{28}$；　(C)$\frac{41}{28}$；　(D)0.

2. 填空题

(1)$3.9\times(-\frac{1}{3})+0.85\div(-\frac{1}{2})=$________；(2)$9\frac{18}{19}\times15=$________；

(3)$|1+\sqrt{3}|-|1-\sqrt{3}|=$________；(4)$(\frac{1}{9})^{-\frac{1}{2}}+(\sqrt{2}-1)^0-0.2^{10}\times5^{10}=$________；

(5)$(2-\sqrt{6})(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{3}\div(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2}})=$________；

(6)$(\sqrt{3}+2)^{1992}\cdot(\sqrt{3}-2)^{1993}=$________.

二 基本思想与基本方法总结

1. 实数的运算，主要是通过有理数的运算来进行的，因此，在复习实数的运算时，重点应放在有理数的运算上. 关于有理数的四则运算法则，关键在于搞清符号法则以及利用绝对值意义把运算转化为算术中数的运算. 同时也要注意“＋”与“－”这两个符号的双重意义：它们既是运算符号又是性质符号.

三 典型例题

例1 计算：$\frac{2^2}{3}-|(-5)^3|\times(-\frac{2}{5})^2-18\div|(-3)^2\times(-1)^{100}|$.

例2 计算：$\left|\frac{7}{29}\right|-\left|\frac{8}{35}-\frac{8}{29}\right|-\left|-\frac{8}{35}\right|$.

例3 计算：$(2\frac{7}{9})^{\frac{1}{2}}\times(-1\frac{61}{64})^{-\frac{2}{3}}-(-1)^{-4}+(2^{-1}+4^{-2})^{\frac{1}{2}}\times(-2)^0$.

例 4 计算：$(-\frac{1}{3})^2\div\left\{\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}-[\frac{2}{15}\times\sqrt{\frac{25}{9}}+(-\frac{1}{2})^3\div\frac{3}{20}]\right\}$.

四 课堂练习与作业

1. 选择题

(1)计算 $-\frac{3}{4}\div(-\frac{4}{3})\times\frac{3}{4}$ 等于(　　)

(A) $\frac{3}{4}$；　(B) $-\frac{3}{4}$；　(C) $\frac{27}{64}$；　(D) $-\frac{27}{64}$.

(2)化简 $\sqrt[6]{27}-\sqrt{6\frac{3}{4}}=$(　　)

(A) $\frac{3}{4}$；　(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$；　(C) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$；　(D) $\frac{3}{2}$.

2. 填空题

(1)计算：$(-2)^{101}+(-2)^{100}=$__________；

(2)计算：$9^{\frac{1}{4}}+(-3)^0-(2-\sqrt{3})^{-1}+\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}=$__________.

3. 计算：$(-\frac{1}{6}-\frac{1}{36}+\frac{3}{4}-\frac{1}{12})(-48)$.

4. 计算：$-2\frac{5}{11}-[2\frac{1}{3}-(1\frac{5}{11}-2.35)-11.5]-5\frac{2}{3}$.

5. $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ 的整数部分为 a，小数部分为 b，计算：a，b 及 $a+b+\frac{2}{b}$ 的值.

§5　代数式及整式的运算

一　基本知识与基本技能检测

1. 填空题

(1) $(-a)^{2n+1}\cdot(-a)^{2n}\div a^{4n}=$__________.

(2) $(-mn-3)(\quad)=9-m^2n^2$.

(3) 若 $x(x-1)-(x^2-y)=-2$，则 $\dfrac{x^2+y^2}{2}-xy=$__________.

(4) 用代数式表示：a 的立方与 b 的 2 倍和的平方减去 a 的立方与 b 的 2 倍差的平方__________.

2. 选择题

(1) 使 $(x^2+mx+8)(x^2-3x+n)$ 展开后不含 x^2 和 x^3 的项，则 m、n 的值为（　　）

(A) $m=3,n=1$；　(B) $m=0,n=0$；　(C) $m=-3,n=-9$；　(D) $m=-3,n=8$.

(2) 若代数式 $2y^2+3y+7$ 的值为 8，那么代数式 $4y^2+6y-9$ 的值是（　　）

(A) 2；　(B) 17；　(C) -7；　(D) 7.

3. 已知 $x=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$，$y=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$，求多项式 $3x^2-5xy+3y^2$ 的值.

二　基本思想与基本方法总结

1. 凡是数都是单项式；如 $\sqrt{2}$，$\sin 45°$，$\sqrt{3}-1$.

2. 判断一个代数式是否为分式，首先看它是否为有理式，如 $\sqrt{\dfrac{1}{x}+2}$ 是无理式，而不是分式；判断一个代数式是否为多项式，首先看它是否为整式. 如 $2x^2+\dfrac{1}{x}-1$ 是分式而不是多项式.

3. 判断一个代数式是哪一类，只看形式，而不管结果，如 $\dfrac{x^2}{x}$ 是分式，$\sqrt[3]{x^3}$ 是无理式.

4. 幂的运算法则的几个公式中的 a、b 可以表示任意一个代数式，如 $(\dfrac{1}{x}-2x)(\dfrac{1}{x}-2x)^2=(\dfrac{1}{x}-2x)^3$，公式 $(ab)^n=a^nb^n$，$(a^m)^n=a^{mn}$ 等.

5. 在应用平方差公式时，有时不直接符合公式，要须经过变形再应用公式，注意把握公式的实质和特点.

三　典型例题

例 1　下列各式：$\sqrt{3}$，0，$\dfrac{1}{x}$，$\dfrac{a+b}{2}$，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}y^2-y+1$，$\sqrt{a^2}$，$\dfrac{x+2}{\sqrt{x-3}}$，$\sin y$，$3^{x^2}$，$\dfrac{a^2b+ab^2}{a+b}$，哪些是整式？哪些是分式？哪些是无理式？

例 2　若 $-\dfrac{2}{3}x^ay^{b+8}$ 与 $3x^{2b}y^{3a-b}$ 的和是单项式，求 a^b.

例 3 化简$(x+\sqrt{3}y)^2\cdot(x-\sqrt{3}y)^2-(x^2+3y^2)^2$,并求当$x=\sqrt{2}$,$y=\sqrt{3}$时,此代数式的值.

例 4 求值:(1)已知$x^2+x-1=0$,求x^3+2x^2+3的值;(2)已知$a=x+1$,$b=x+2$,$c=x+3$.求$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$的值.

四 课堂练习与作业

1. 填空题

(1)$(b^m+2)(b^m-2)(b^{2m}+4)+(b^{2m}+5)(5-b^{2m})=$__________.

(2)已知$a+b=1$,$a^2+b^2=2$,则$ab=$__________.

(3)已知$a-b=2$,$ab=1$,则$a^2+b^2=$__________.

(4)$(a^2+$__________$)($__________$-a^2b^2+b^4)=a^6+b^6$.

2. 选择题

(1)下列各题中的两个幂,其中是同底数的幂的是(　　)

(A)$-x^2$和$(-x)^3$;(B)$(-x)^3$与x^2;(C)$-x^3$与x^3;(D)$(x-y)^3$与$(y-x)^3$.

(2)下列各等式:(1)$x^{2m}\cdot x^n=x^{2mn}$;(2)$x^{2m}\cdot x^n=x^{2m+n}$;(3)$(x^{2m})^n=x^{2mn}$;(4)$(x^{2m})^n=x^{2m+n}$,其中成立的是(　　)

(A)(1)(2);　(B)(2)(3);　(C)(1)(4);　(D)(2)(4).

(3)若等式$(b^2\cdot b^x)^2=b^{12}$成立,则x等于(　　)

(A)3;　(B)4;　(C)5;　(D)8.

3. 求值:$15a^2-\{-4a+[5a-(2a^2-a)]\}$,其中$a=-\dfrac{1}{2}$.

4. $(6x^4+3x^3-10x^2-x+2)\div(2x+1)$.

5. 若二次三项式ax^2+bx+1与$2x^2-3x+1$的积不含x^3和x项,求a,b.

§6 因式分解

一 基本知识与基本技能检测

1. 填空题(分解因式)

(1)$4a^2-b^2+2b-1=$__________.

(2)$2x^2-8xy+5y^2=$__________.

2. 选择题

(1)在有理数范围内能进行分解因式的是(　　)

(A)y^2-5y+6;　(B)m^2+4;　(C)x^2-y-1;　(D)x^4-2.

(2)若 a 和 b 是整数,则 $(a+b)^2-(a-b)^2$ 的值总是(　　)

(A)正数;　(B)负数;　(C)零;　(D)能被 4 整除.

3. (1)$4+x-\frac{1}{2}x^2$;(2)$x^2-4\sqrt{2}x+4$.

二 基本思想与基本方法总结

1. 因式分解的基本思想是把一个多项式化成几个整式连乘积的形式,本身是一种恒等变形,字母的取值范围是全体实数.

2. 提取公因式时所提的公因式必须是各项系数的最大公约数与各项都含有字母的最低次幂的积. 若多项式的最高次项的系数是负数,一般先提取负号. 同时还应注意任何一个非负数都可以表示成它的 n 次方根的 n 次方的形式,以利运用公式.

3. 在运用分组分解法时,要注意适当添括号,所分的每一组能提取公因式或能用公式法分解. 分组的方法有时不止一种,要因题目的特点灵活掌握.

4. 对于二次三项式(或二次齐次三项式,如一. 1,(2))的因式分解要注意应用求根公式法.

三 典型例题

例 1 分解因式:(1)$6a^{3m+1}b^{m+2}-24a^{m+1}b^{3m+4}$;　(2)$(x-y)^2+10(y-x)+25$;

(3)$(x+y)^2-4(x^2-y^2)+4(x-y)^2$;　(4)$-y^4-y^2+20$.

例 2 分解因式:(1)$(x^2-3x)^2-2(x^2-3x)-80$;(2)$(x^2-3x+2)(x^2-3x-4)-72$;(3)$(x-4)(x-2)(x-1)(x+1)-72$.

例 3 分解因式:(1)$x^2-\frac{50}{7}x+1$;(2)$9a^2-2b-b^2-6a$;(3)$a^{2m}-a^m-6$;(4)$x(x+1)-y(y+1)$.

四　课堂练习与作业

将下列各式分解因式：

1. $-52abx^4y^2+39a^2b^3x^3y$.

2. $(x-2y)(2x+3y)-2(2y-x)(5x-y)$.　　3. $4(x-y)^2-1$.

4. $2x^3-\frac{x}{2}$.　　5. $x^{n+2}-x^{n-2}$（$n>2$ 的自然数）.

6. $x^{n+1}-6x^n+9x^{n-1}$（$n>1$ 的自然数）.　　7. $(x+y)^2-10(x+y)+25$.

8. $(x^2+1)^2-4x(x^2+1)+4x^2$.　　9. $\frac{1}{27}m^3-\frac{1}{64}n^3$.

10. a^6-b^6.　　11. $2p^{3n}-\frac{1}{32}$.　　12. x^2-7x+6.

13. $a^2-8ab-33b^2$.　　14. $x^4-2(a^2-b^2)x^2+(a^2-b^2)^2$.

15. $x^2-a^2-2ay-y^2$.　　16. $x^2-xy+3y-3x$.

17. $ax-ay+a^2+bx-by+ab$.　　18. $x^4+x^2-2ax+1-a^2$.

19. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-120$.　　20. $\frac{1}{6}x-x^2+\frac{1}{6}$.