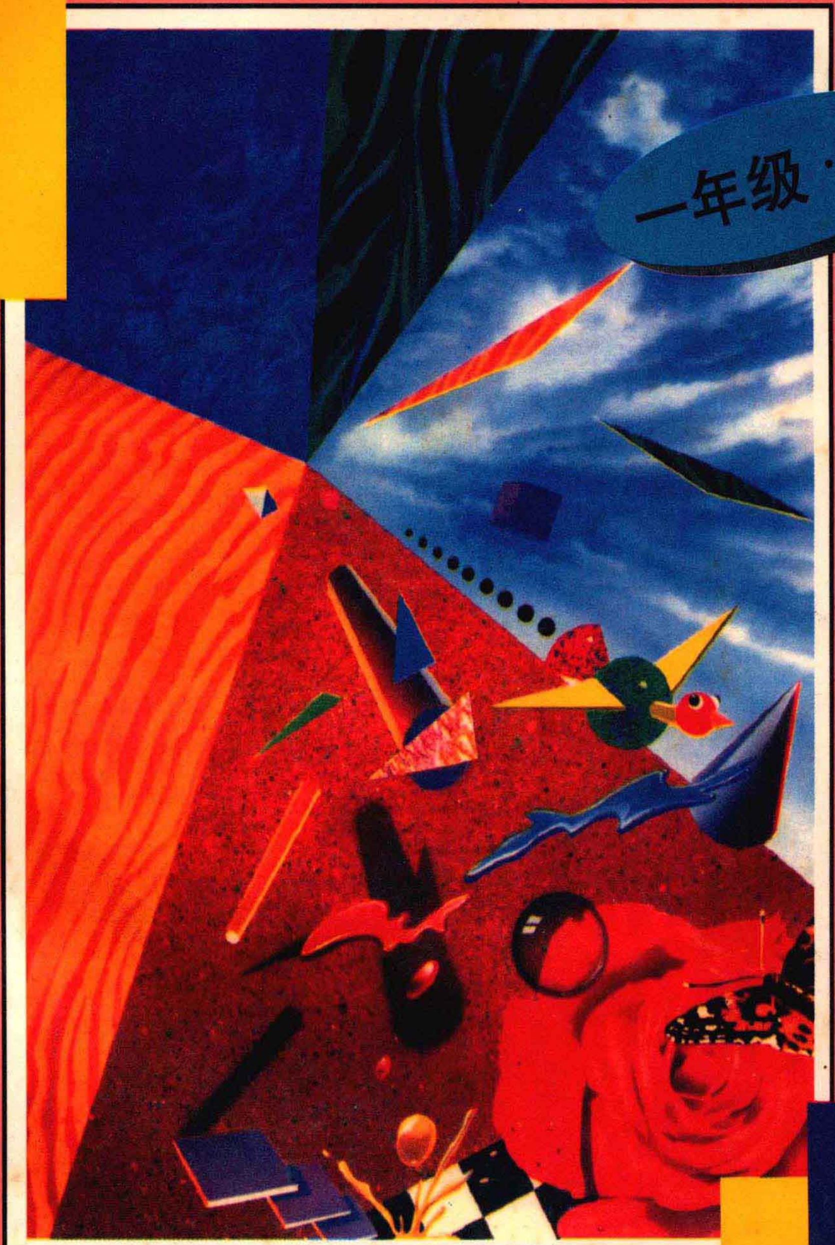
数学奥林匹克

初中练习册

一年级·下



北京数学奥林匹克学校　主编

北京师范大学出版社

数学奥林匹克初中练习册

（一年级·下）

北京数学奥林匹克学校　主编

北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学奥林匹克初中练习册 一年级·下/北京数学奥林
匹克学校主编。
一北京:北京师范大学出版社,1994
ISBN 7-303-03545-1

Ⅰ.数… Ⅱ.北… Ⅲ.数学课-中学-教学参考资料
Ⅳ.G634.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(94)第 10986 号

北京师范大学出版社出版发行
(100875 北京新街口外大街 19 号)
北京昌平兴华印刷厂印刷 全国新华书店经销
开本:787×1092 1/16 印张:6.5 字数:153 千
1994 年 5 月北京第 1 版 1996 年 1 月北京第 2 次印刷
印数:20001—30000 册
定价:5.70 元

目　　录

学校______ 班级______ 姓名______ 学号______ 成绩______

练习一 整式的运算

整式的学习要抓住以下三个要点：

第一，数与整式的相互联系．通过比较异同，用以巩固代数式的概念；

第二，四则运算的内在联系．整式的加减法实质上就是合并同类项，而同类项的合并往往是归纳为求各项系数的代数和．整式的乘除法是密切相连的，最终都归结为单项式的乘除法，而单项式乘除法的基础是指数运算法则；

第三，乘法公式．乘法公式是多项式相乘的特例，学习训练时要抓住它们的特点、变形，尤其要强调公式中的字母，不仅可以表示数，更可以表示式（包括代数式、超越式等）．

学习整式四则运算的重点是整式四则运算的定义、运算法及有关的运算技能技巧．

整式加减法的关键是合并同类项法则与去（添）括号法则．

整式乘除法的关键是单项式乘以（除以）单项式，因为多项式乘（除以）单项式是以它为基础的．

乘法公式，要注意公式中字母可以表示单项式、多项式，掌握公式变形．

一、选择题

1．用代数式表示："x 与 y 的差的平方减去 x 与 y 的平方差"是（　　）．

(A) $(x^2-y^2)-(x-y)^2$；　(B) $(x-y)^2-(x^2-y^2)$；

(C) $(x-y)^2-(x-y^2)$；　(D) $(x-y^2)-(x-y)^2$．

2．除以 m 得商 k 余 1 的数是（　　）．

(A) $mk+m$；　(B) $\frac{m}{k+1}$；

(C) $mk+1$；　(D) $\frac{k}{m+1}$．

3．下列四组代数式，哪一组的两个是同类项？（　　）．

(A) $a+b$ 与 ab；　(B) $\frac{a^2x}{3}$ 与 $3xa^2$；

(C) $3x^2$ 与 $3x^3$；　(D) $4x^2-x+3$ 与 $4x^2+x-3$．

4．如果 a 是实数，代数式 $|a|+1$ 的最小值是（　　）．

(A) 0；　(B) 1；　(C) 2；　(D) 3．

5．化简 $(4x^{n+1}y^n)^2\div[(-xy)^2]^n$ 得（　　）．

(A) $16x^2$；　(B) $4x^2$；

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

(C)$4x^n$；　　　　(D)$16x^n$.

6. $\frac{1000^2}{252^2-248^2}$等于(　　).

(A)62500；　(B)1000；　(C)250；　(D)$\frac{1}{2}$.

7. 积$(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$等于(　　).

(A)a^6-b^6；　　　　(B)a^9-b^9；

(C)a^6+b^6；　　　　(D)a^9+b^9.

8. 用 x^2-2x+4 去除 $3x^2-6x^4+11x^3+x$ 所得的商式和余式是(　　).

(A)商式是 $3x^3-x-2$,余式是 $x+8$；

(B)商式是 $3x^2-x-2$,余式是 x^2+8；

(C)商式是 $x+8$,余式是 $3x^3-x-2$；

(D)商式是 x^2+8,余式是 $3x^2-x-2$.

9. 多项式 x^3-2 除以多项式 x^2-2 的余式是(　　).

(A)2；　(B)-2；　(C)$-2x-2$；　(D)$2x+2$；　(E)$2x-2$.

10. 设 $S=(x-1)^4+4(x-1)^2+6(x-1)^2+4(x-1)+1$,则 S 等于(　　).

(A)$(x-2)^4$；　(B)$(x-1)^4$；　(C)x^4；　(D)$(x+1)^4$.

11. 已知 $xy+yz+zx=0$,则 $3xyz+x^2(y+z)+y^2(z+x)+z^2(x+y)$等于(　　).

(A)1；　(B)0；　(C)-1；　(D)2.

12. 当 $0<a<b<c$ 且 $0<x<y<z$ 时,下列代数式中值最大的是(　　).

(A)$ax+by+cz$；　　　　(B)$ax+cy+bz$；

(C)$bx+ay+cz$；　　　　(D)$bx+cy+az$.

13. 如果 $2x^3+x^2+kx-2$ 能被 $2x+\frac{1}{2}$整除,那么 k 等于(　　).

(A)$8\frac{1}{8}$；　　　　(B)$7\frac{7}{8}$；

(C)$-7\frac{7}{8}$；　　　　(D)不能确定.

14. 如果实数 a,b,c 满足 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$,那么(　　).

(A)a,b,c 全相等；

(B)a,b,c 可能相等,也可能不相等；

(C)a,b,c 全不相等；

(D)a,b,c 不全相等.

二、填空题

1. $-3(2a-3b+4)+6[2a-3b-\frac{2}{3}(2b-3)]=$__________；

2. $(a^2-2ab)\cdot 3a^2-(6ab^3-12a^4b^2)\div(-3ab)=$__________；

3. $(-2a^2b)^3\cdot 3bc\div 4a^5b^4=$__________；

4. $(a^2+2ab-b^2)(3a-2b)=$__________；

5. $(2a^3-3b^2)(3b^2-2a^3)=$__________；

6. $(c-2b+3a)(2b+c-3a)=$__________；

7. $(a^2-4b^2)(a^2+2ab+4b^2)(a^2-2ab+4b^2)=$ ____________________;

8. $(13x^3+3x^4-x)\div(x^2+4x-3)$，商式＝__________，余式＝______________；

9. $(x+3)(x-3)(x^2-3x+9)(x^2+3x+9)=$ ____________________；

10. $(a-b)(a^n+a^{n-1}b+a^{n-2}b^2+\cdots+a^2b^{n-2}+ab^{n-1}+b^n)=$ ____________________.

三、解答题

1. 已知 $x+y+z=a$，$xy+yz+xz=b$，$xyz=c$，试用含有 a，b，c 的代数式表示下列各式：(1) $x^2+y^2+z^2$；　　(2) $(x-1)(y-1)(z-1)$.

2. 利用分离系数法计算 $(2x^6-x^3+5x^2-2)(-x^5+x^4-2x+1)$.

3. 证明：四个连续整数的积加上1是一个整数的平方.

4. 求证 11,111,1111,…这一串数中不可能有完全平方数.

5. 求 $3^{1001}\cdot 7^{1002}\cdot 13^{1003}$的个位数.

学校______ 班级______ 姓名______ 学号______ 成绩______

练习二　因式分解（Ⅰ）

因式分解是一种重要的恒等变形，是恒等式证明、代数式运算、解方程、解不等式等问题的基础．多项式因式分解就是把一个多项式化为几个整式的积的形式．如：

$$(a+b)(a-b)\underset{\text{因式分解}}{\overset{\text{整式乘法}}{\rightleftharpoons}}a^2-b^2.$$

因式分解的一般步骤是：提取公因式→应用公式→分组分解，直至在指定数集内不能分解为止．

提取公因式法实质上就是乘法对加法分配律：

$$m(a+b+c)\underset{\text{提取公因式法}}{\overset{\text{分配律}}{\rightleftharpoons}}ma+mb+mc.$$

应用公式法则要根据题目的特点（项数、符号、系数、指数等）确定所要使用的公式，有时也要对题中的多项式进行适当的变形（例如添项、拆项等），使其变形符合某个公式的形式，再进行分解．

二次三项式的因式分解通常有“十字相乘法、求根公式法、配方法”三种，这里配方法是重点，因为它不仅是因式分解的一种常用方法，而且是学习二次函数、解析几何中的坐标平移等知识时常用的一种数学方法．

分组分解法不是一种单独使用的分解方法，它往往与提取公因式、公式法联合使用．换句话说，分组的目的，是使分组后的多项式能提取公因式，或能应用公式法，或能应用二次三项式的分解方法进行分解．

使用分组分解法时，分组的方法通常有调项分组（即交换项的次序后再进行分组）、拆项分组、添减项分组等三种方法．

一、选择题

1．代数式 $9x^4-6x^2y^2+y^4$ 的一个因式是（　　）．

(A) $3x^2+y^2$；　　(B) $3x^2-y^2$；　　(C) $(3x)^2-y^2$；　　(D) $(3x)^2+y^2$.

2．如果 $25m^2+30mn+a$ 是一个完全平方式，那么 a 是（　　）．

(A) $9n^2$；　　(B) n^2；　　(C) $6n^2$；　　(D) $36n^2$.

3．下列由左边到右边的变形，其中是因式分解的是（　　）．

(A) $(x+2)(x-2)=x^2-4$；

(B) $a^2-4=(a-2)(a+2)$；

(C) $m^2-4+3m=(m+2)(m-2)+3m$；

(D) $2x(y+z)-3(y+z)=2xy+2xz-3y-3z$.

4. 要使式 $z-7ab-14abx+49aby=7ab(\quad)$ 的左、右两边相等，在括号内应填上(　　).

(A)$1+2x-7y$；　(B)$1-2x-7y$；　(C)$-1+2x+7y$；　(D)$-1-2x+7y$.

5. 对于多项式 $x^2+y^2, x^2-y^2, -x^2+y^2, -x^2-y^2$，在有理数范围内可以进行因式分解的有(　　).

(A)1 个；　(B)2 个；　(C)3 个；　(D)4 个.

6. (1)$12xy$,(2)$4xy^2$,(3)$2y$,(4)$-4y$ 中可以作为多项式 $-24x^2y-12xy^2+28y^3$ 的因式的是(　　).

(A)(1)和(2)；　(B)(1)和(3)；　(C)(2)和(4)；　(D)(3)和(4).

7. 下面各式的因式分解中，正确的是(　　).

(A)$12xyz-9x^2y^2=3xyz(4-3xy)$；

(B)$3m^2y-3my+6y=3y(m^2-m+2)$；

(C)$-a^2+ab-ac=-a(a^2+b-c)$；

(D)$x^2y+5xy-y=y(x^2+5x)$.

8. 下列分解因式的变形中，正确的是(　　).

(A)$xy(x-y)-x(y-x)=-x(y-x)(y+1)$；

(B)$6(a+b)^2-2(a+b)=(2a+b)(3a+b-1)$；

(C)$3(n-m)^2+2(m-n)=(n-m)(3n-3m+2)$；

(D)$3a(a+b)^2-(a+b)=(a+b)^2(2a+b)$.

9. 分解因式 x^2-36y^2 等于(　　).

(A)$(x+36y)(x-36y)$；　(B)$(x+6y)(x-6y)$；

(C)$(x-6y)^2$；　(D)$(x-36y)^2$.

10. $(3x+2y)^2-(x-y)^2$ 分解因式等于(　　).

(A)$(4x+y)(2x+y)$；　(B)$(4x+y)(2x+3y)$；

(C)$(2x+3y)^2$；　(D)不同于(A)～(C)的答案.

11. 在代数式(1)x^2-4x+4，(2)$1+6a^2$，(3)$4x^2+4x-1$，(4)x^2+xy+y^2 是完全平方式的是(　　).

(A)只有(1)；　(B)只有(3)；　(C)只有(4)；　(D)不包括(2).

12. 分解因式 $x^2-6xy+9y^2$ 等于(　　).

(A)$(x+3y)^2$；　(B)$(x-3y)^2$；　(C)$x-3y^2$；　(D)$(x-9y)^2$.

二、填空题(下列各小题均填上分解因式的最后正确结论)

1. $x^{12}-y^{12}=$ ________________；

2. $x^3+y^3+3xy-1=$ ________________；

3. $(x-1)^3+(x-2)^3+(3-2x)^3=$ ________________；

4. $6x^2-13xy+6y^2+22x-23y+20=$ ________________；

5. $2y^2-5xy+2x^2-ay-ax-a^2=$ ________________；

6. $x^3+(2a+1)x^2+(a^2+2a-1)x+a^2-1=$ ________________；

7. $ax^3+x+a+1=$ ________________；

8. $16x^4-72x^2y^2+81y^4-8x^2-18y^2+1=$ ____________________;

9. $(x+1)^4+(x^2-1)^2+(x-1)^4=$ ____________________;

10. $x^{5n}+x^n+1=$ ____________________;

11. $x^8+x^7+1=$ ____________________;

12. $a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2-2c^2a^2=$ ____________________;

13. $(l+m)x^3+(3l+2m-n)x^2+(2l-m-3n)x-2(m+n)=$ ____________________.

三、解答题

1. 分解因式：$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$.

2. 分解因式：$12x^4-56x^3+89x^2-56x+12$.

3. 分解因式：$(1+x+x^2+\cdots+x^n)^2-x^n$.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

4．试证：$8x^2-2xy-3y^2$ 可化为具有整系数的两个多项式的平方差.

5．证明：$\underbrace{11\cdots11}_{n个1}\underbrace{22\cdots22}_{(n+1)个2}5=(\underbrace{33\cdots33}_{n个3}5)^2$.

学校______ 班级______ 姓名______ 学号______ 成绩______

练习三 因式分解(Ⅱ)

因式分解的常用方法还有

1. 换元分解法. 如果将多项式中的某些部分看成一个整体,当作一个新的元,组成新的多项式,而这个新的多项式则可用我们常用的四种基本方法分解,这种设新元分解因式的方法叫做换元分解法.

2. 综合除法分解法. 这种方法依赖于下面的几个定理

定理1(因式定理):若 $x=a$ 时,多项式 $f(a)=0$,那么 $x-a$ 是多项式 $f(x)$的一个因式;反之,如果 $x-a$ 是多项式 $f(x)$的因式,那么 $f(a)=0$.

定理2:如果$(px-q)$(p,q 互质)是整数系数多项式 $f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$ 的因式,那么 p 为 a_0 的因数,q 为 a_n 的因数.

定理3:如果整数系数多项式 $f(x)$ $(f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\cdots+a_{n-1}x+a_n)$有因式 $px+q$ 为 $f(x)$各项系数之和(用 $\sum\limits_{i=1}^{n}a_i=a_0+a_1+\cdots+a_n$ 表示)的因数.

3. 轮换对称法.

对称多项式是将多项式中的文字互换任意两个的位置得到的多项式与原多项式恒等. 一个关于 $x,y,z,\cdots,w$ 的多元多项式,若将 x 换成 y,y 换成 z,$\cdots$,w 换成 x,得到的新多项式与原多项式恒等,称这样的多项式为轮换对称多项式.

4. 待定系数法.

先用某些字母表示需要确定的系数,然后根据一些条件或要求来确定这些系数,从而解决问题,这样的方法叫做待定系数法.

一、填空题

1. 用换元法分解下列各式:

(1)$(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24=$____________;

(2)$(a^2+b^2-2)(a^2+b^2-2a^2b^2)+(a^2b^2-1)=$____________;

(3)$(x^2-x)^2+(x^2+3x+2)^2-4(x^2+x+1)^2=$____________.

2. 用求根分解法解下列各式:

(1)$x^3-4x^2+x+6=$____________;

(2)$3x^4+5x^3-10x^2-20x-8=$____________;

(3)$3x^5-3x^4-13x^3-11x^2-10x-6=$____________.

3. 用待定系数法分解因式:

(1)$6x^2-xy-2y^2-9x+6y=$ ____________________；

(2)$x^4+4x^3+3x^2+4x+2=$ ____________________.

4. 用轮换对称多项式分解因式：

(1)$(x+y+z)^3-(y+z-x)^3-(z+x-y)^3-(x+y-z)^3=$ ____________________；

(2)$(y-z)^5+(z-x)^5+(x-y)^5=$ ____________________.

5. 用克伦奈克法分解下列各式：

(1)$f(x)=x^4+2x^2-x+2=$ ____________________；

(2)$f(x)=x^5+x^4+3x^3+4x^2+4x+2=$ ____________________.

二、解答题

1. 因式分解：$(x+1)^4+(x+3)^4-272$.

2. 因式分解：$x^4-2x^3-27x^2-44x+7$.

3. 因式分解：$x^3(y^2-z^2)+y^3(z^2-x^2)+z^3(x^2-y^2)$.

4. 设 $f(x)$是 x 的三次多项式，$f(2)=f(3)=0$，$f(-2)=40$，$f(-3)=30$，求 $f(x)$.

5. 已知 $2x-3$ 和 $3x+1$ 是 $f(x)=ax^3+bx^2+32x+15$ 的因式，求 a,b 的值，并将 $f(x)$ 分解因式.

学校______ 班级______ 姓名______ 学号______ 成绩______

练习四　方程组

解方程组的基本思想是消元，变“多元”方程为一元方程从而实现由“未知”到“知”的转化.

1. 解二元一次方程组与三元一次方程组的基本方法有代入消元法和加减消元法. 某些特殊类型的分式方程组，通过换元法，可以把它们归纳为一次方程组进行求解.

解含有字母已知数的方程组时，必须对字母的取值范围进行讨论.

一般地，形如$(x+a)^4+(x+b)^4=c$或$(x+a)^5-(x+b)^5=c$的方程都可以引进新的辅助未知数$t=x+\dfrac{a+b}{2}$的方法来换元，化为双二次方程.

在方程组中，对未知数x、y而言，如果两个未知数互相对换后每一个方程都没有变，那么该方程组称为关于这两元的对称方程组. 这种类型的方程组总可以用两个基本对称多项式$x+y$、xy作为新的辅助未知数使方程组简化.

在方程中的三个字母依次轮换$(x\to y\to z\to x)$后，各个方程都未发生改变，我们称具有这种特征的方程组为轮换对称方程组. 根据这个特征，如果有个方程可作某种变形，则另外的方程也必可作类似的变形.

注意：在解对称方程组和轮换对称方程组时，要注意“对称”的含义是指这字母在方程组中的地位是平等的，方程组不会因为它们对调(或轮换)位置后而发生改变. 但并不是指这些未知数的取值相等. 解题过程中切不可因求简心切而犯错误.

一、选择题

1. 在方程组$\begin{cases} y=\dfrac{8}{x^2+4} \\ x+y=2 \end{cases}$中，实数$x$的值为(　　).

(A)-2；　(B)-1；　(C)0；　(D)2.

2. 若关于x的方程$||x-2|-1|=a$有三个整数解，则a的值是(　　).

(A)0；　(B)1；　(C)2；　(D)3.

3. 已知方程$|x|=ax+1$有一个负根而且没有正根，那么a的取值范围是(　　).

(A)$a>-1$；　(B)$a=1$；　(C)$a\geqslant 1$；　(D)非上述答案.

4. 某设计者建造一机器能在8分钟打出500只信封的地址，他希望建造另一机器以便于两者同时操作时能在2分钟内打出500只信封的地址，那么仅第二台机器在x分钟内能打出500只信封的地址的等式为(　　).

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com