王绍民　林　强　陆璇辉　潘承志　著
S. Wang　Q. Lin　X. Lu　C. Pan

# 衍射的本性和新光束激光

# ON THE NATURE OF DIFFRACTION AND NEW BEAM LASERS

杭州大學出版社
Hangzhou University Press
1997

光学前沿丛书

教

# 衍射的本性和新光束激光

王绍民 林强 陆璇辉
杭州大学物理系，杭州 310028，中国

潘承志
北京电真空研究所，北京 100016，中国



杭州大學出版社

**衍射的本性和新光束激光**

王绍民　林　强　陆璇辉　潘承志 著

杭州大学出版社出版发行

（杭州天目山路 34 号）

*

杭州余杭人民印刷厂印刷

787×1092 毫米1/32　4.25 印张　72 千字

1997 年 3 月第 1 版　1997 年 3 月第 1 次印刷

印数：0001—1000

ISBN 7-81035-873-1/O・056

定　价：12.00 元

# 目　录

# 第一章

# 有关衍射的本性

## 1.1 引　言

惠更斯(Huygens)提出光的波阵面上的每一点均可看成一个新的振源。菲涅耳(Fresnel)结合相干概念，建立了众所周知的惠更斯-菲涅耳原理(Huygens-Fresnel)。基尔霍夫(Kirchhoff)为基尔霍夫积分原理的发展提供了一个物理基础，它以波动理论中的海

姆霍茨(Helmholtz)波动方程为基础,来处理标量波。当一个球面或平面单色波 $U^{(i)}(Q)e^{-int}$ 入射到一块平面黑屏上的光阑 $A$ 上,根据基尔霍夫公式,其衍射场可以写成

$$U(P)=-\frac{1}{4\pi}\iint_{A}\left\{U^{(i)}(Q)\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{iks}}{s}\right)-\frac{e^{iks}}{s}\frac{\partial U^{(i)}(Q)}{\partial n}\right\}\mathrm{d}s, \tag{1.1}$$

式中 $s$ 表示光阑上一点到观察点 $P$ 的距离,$\frac{\partial}{\partial n}$表示沿 $A$ 面的内向法线指向 $P$ 点空间处的微商。

众所周知,从基尔霍夫公式得到的结果与大多数实验相吻合,但从公式的推导过程中某些条件是不应该忽视的。首先,在公式(1.1)的推导中,基尔霍夫令

$$\begin{aligned}&\text{在 } A \text{ 处:}\quad U=U^{(i)},\quad \frac{\partial U}{\partial n}=\frac{\partial U^{(i)}}{\partial n},\\&\text{在 } B \text{ 处:}\quad U=0,\quad \frac{\partial U}{\partial n}=0,\end{aligned} \tag{1.2}$$

式中 $B$ 表示光屏的非照射部分。(1.2)式被称为基尔霍夫的边界条件,是基尔霍夫衍射理论的基础。

当观察点 $P$ 趋近于光阑平面时，由(1.2)式计算的结果将不能给出基尔霍夫所假设的边界条件，因而基尔霍夫衍射积分(1.1)曾被批评为非自洽的。造成这种不自洽的原因是 $U$ 和 $\frac{\partial U}{\partial n}$ 在光阑上被同时设定之故(见参考文献[2]的例子)。然而，马萨德(Marchand)和沃耳夫(Wolf)指出基尔霍夫衍射理论的不自洽性仅仅是表面上的精确解。事实上，基尔霍夫衍射积分可看作另一个边值问题，它有明确的物理意义[2]。这种新的解释是鲁比诺威茨(Rubinowicz)边界衍射波理论的直接结果(见文献[1]8.9节或文献[3])。

近来，大量的实验发展特别是衍射光学的迅速发展，导致人们增加了对近场处光的行为的兴趣。因此，人们重新考察惠更斯-菲涅耳原理在近场处的适用性也不足为怪。Depasse 等指出，在近场处有不明确的、含糊不清的因素存在，故惠更斯-菲涅耳原理不适用距离 $\ll\lambda$ 的情况(Optics Letters，20(3)，234－236，1995)。

近年来，“光束质量”已成为一个常用词，它常被用来描述特殊应用的输出激光光束的优劣性。高光束质量意味着准基模输出。人们进行了许多努力把高阶模转换成准基模，所有这一切都是为了获得高质量的光

束。自从激光诞生以来的很长一段时间内，$TEM_{00}$模高斯光束被认作理想光束，或衍射极限光束。根据西格迈(Siegman)定义的光束质量因子 $M^2$，对于基模高斯光速而言，$M^2$ 为 1。实际光束是否有可能比高斯光束更好呢?这就是本书将要回答的问题，我们首先应重新考虑衍射的本性。

## 1.2 衍射的新假说——$\pi$ 位相跃变

根据三百年前惠更斯提出的假说，光的波前每一点可看成产生球面子波的次级振动中心，此后任何瞬间的波前均可看成是这些子波的包络。大约一百八十年前，菲涅耳认为这些次级子波间可以产生干涉，补充了惠更斯原理，从而解释了衍射现象。惠更斯原理与干涉理论相结合称之为菲涅耳-基尔霍夫原理。约一百二十多年前，基尔霍夫给出了衍射场的数学表述

$$U(P) = -\frac{iA}{2\lambda}\iint_A \frac{e^{ik(r+s)}}{rs}[\cos(n,r) - \cos(n,s)]\mathrm{d}s. \tag{1.3}$$

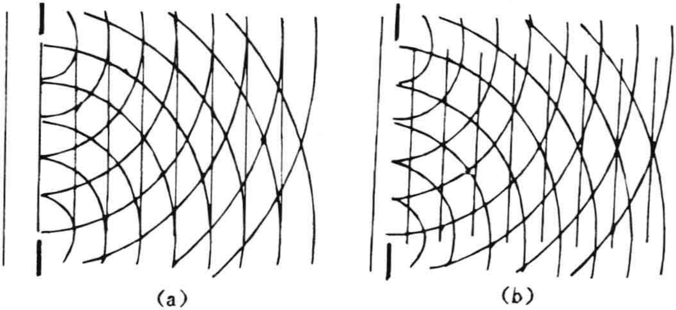
(1.3)式中的符号含义见文献[1]。该式就是常用的菲涅耳-基尔霍夫衍射积分。

然而，还存在两个上述衍射积分或衍射原理所不能回答的问题。一个就是(1.3)式前的$-i$的物理意义是什么？它意味着所有的光波经过任何衍射孔时都产生了$-\frac{\pi}{2}$相变，而这与物理实验不符。另一个是用惠更斯-菲涅耳原理直接画波阵面图，在轴上菲涅耳数等于1处，我们得不到亮点。

为了澄清问题，我们试图用边界衍射波的新假设来处理衍射现象。根据边界衍射波理论，衍射是入射波与边界波相干的结果[1]。文献[4]指出，边界波会产生$\pi$位相跃变。图1表示在平面波入射到圆形针孔上，边界衍射波产生位相跃变波阵面的示意图。

从图1中，我们可以看到，如果边界衍射波没有$\pi$跃变，我们在菲涅耳区内菲涅耳数为1处得不到亮点，见图1(a)。然而，我们利用边界衍射波的$\pi$跃变这一假说则可以得到亮点，如图1(b)。

同样，没有$\pi$位相跃变的假说，我们也不能解释焦移现象，如图2(a)。但利用这一假说，我们则能找到



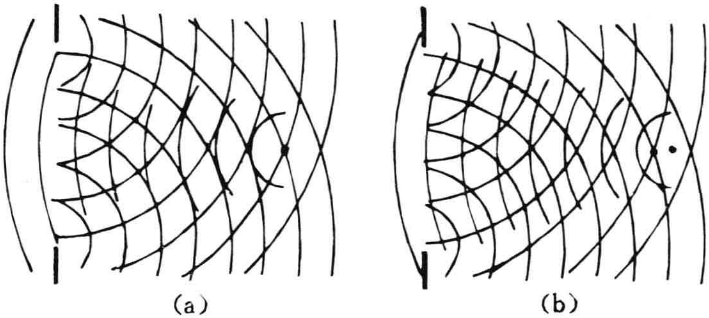
(a) 没有 $\pi$ 跃变　　　　　(b) 有 $\pi$ 跃变

图 1　用波阵面图找菲涅耳衍射区上的亮点

（黑点为菲涅耳数 $N=1$ 的点）

（如图 2(b)）相干叠加点在这种条件下明显移到了约 50%处，这符合焦移理论[5]。

根据边界衍射波理论，边界波可以解释成由入射波在衍射边缘上的散射。到目前为止，这只是一种假设，因为边界波的存在还没有被实验直接证实。然而，作为物理概念，边界衍射波有它的合理性。特别是根据 $\pi$ 跃变的认识，已产生一系列应用，下面几节将给出这一新假说的一些应用例子。



(a) 没有 $\pi$ 跃变　　　　(b) 有 $\pi$ 跃变

图 2　用波阵面图找焦移

图中小黑点为 $N=1$ 的点，圆圈是入射波的几何焦点，大黑点是两者重合后，叠加在一起的新焦点。

## 1.3　边界衍射波 $\pi$ 位相跃变的理论分析

众所周知，半无限大平面衍射问题的索末菲(Sommerfeld)解可以严格地分为几何波和衍射波。1917 年末，鲁比诺威茨得到了在球面波入射或平面波入射的情况下，基尔霍夫衍射积分可以将边界波和几

何波分开，边界波可以表达成沿光阑的边缘进行积分[1]。以后，米亚莫托和沃耳夫进一步发展了马吉-鲁比诺威茨理论。

文献[4]指出，与入射波相比，边界波将产生$\pi$位相跃变。在此，根据马吉-鲁比诺威茨理论[6]，在轴上观察点我们将给出$\pi$位相跃变存在的证明。

1. 发散球面波的入射

假如从一个点光源$S$发出的一个发散球面波垂直入射到如图3的圆形光阑上。根据马吉-鲁比诺威茨理论，观察点$P$的光场可以写成：

$$U(P)=U^{(g)}(P)+U^{(d)}(P), \tag{1.4}$$

其中$U^{(g)}(P)$表示由几何光学预言的分布：

$$U^{(g)}(P)=\begin{cases} e^{ikR}/R, & P\text{ 是直射光束区}, \\ 0, & P\text{ 是几何阴影区}, \end{cases} \tag{1.5}$$

其中$R$是从$S$到$P$的距离，如图3。$U^{(d)}(P)$表示衍射的影响，它可表示成沿衍射光阑的边缘进行积分：

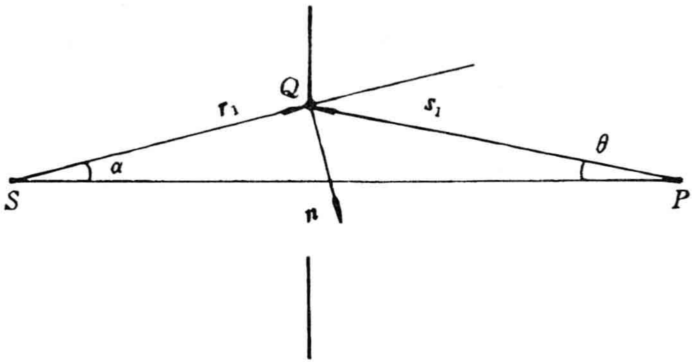



图 3　发散球面波射到圆形光阑上

$$U^{(d)}(P)=\frac{1}{4\pi}\oint_{\Gamma}\frac{e^{ik(r_1+s_1)}}{r_1 s_1}\eta \mathrm{d}l, \tag{1.6}$$

其中 $\Gamma$ 指光的边缘，$r_1=SQ$，$s_1=PQ$，$k$ 是入射波的传播常数，$\eta$ 是倾斜因子，它与入射角和衍射角的关系由下式给出：

$$\eta=\frac{\cos(\vec{n},\vec{s}_1)}{1+\cos(\vec{s}_1,\vec{r}_1)}\sin(\vec{r}_1,\mathrm{d}l), \tag{1.7}$$

其中 $\vec{n}$是垂直于入射波，在 $Q$ 点处形成圆锥形表面的单位矢量，$\mathrm{d}l$ 沿光阑边缘的切线方向。当入射波垂直入射光阑平面时，$\sin(\vec{r}_1,\mathrm{d}l)=1$。设 $\alpha$ 为 $SQ$ 与光轴的夹角，$S$ 在光阑的左边时，$\alpha>0$；反之 $\alpha<0$；$\theta$ 为 $PQ$ 与光轴的夹角。$P$ 在光阑的右边时，$\theta>0$；反之 $\theta<0$。从图 3 的几何图上，我们看到

$$\begin{aligned}\cos(\vec{n},\vec{s}_1)&=\cos(\pi/2+\alpha+\theta)=-\sin(\alpha+\theta),\\ \cos(\vec{s}_1,\vec{r}_1)&=\cos[\pi-(\alpha+\theta)]=-\cos(\alpha+\theta).\end{aligned}\tag{1.8}$$

因此

$$\eta_d=\frac{-\sin(\alpha+\theta)}{1-\cos(\alpha+\theta)}=-\operatorname{ctg}\frac{\alpha+\theta}{2}.\tag{1.9}$$

从公式(1.9)，我们有：如果 $0<\alpha+\theta<\pi$($P$ 是直射光束区)，则 $\eta_d<0$，这就意味着边界波与入射波相比有一个 $\pi$ 相变；如果 $\alpha+\theta<0$($P$ 是在几何阴影区)，则 $\eta_d>0$，这意味着没有 $\pi$ 相变；如果 $\alpha+\theta=0$($P$ 在几何锥形表面)，则 $\eta_d=\infty$，这意味着利用公式(1.6)，我们推不

出边界衍射波。

2. 会聚球面波的入射

当会聚球面波垂直于圆形光阑入射时，入射锥形与光轴的交点在光阑的右侧，则 $SQ$ 与光轴的夹角将为 $-\alpha$，如图 4 所示。

从图 4 的几何图中我们可以导出如下关系：

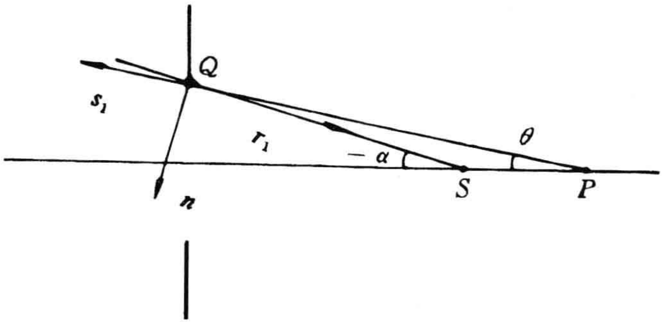



图 4　会聚球面波入射到圆形光阑

$$\cos(\vec{n},\vec{s}_1)=\cos[\pi/2-(-\alpha-\theta)]=-\sin(\alpha+\theta),$$
$$\cos(\vec{s}_1,\vec{r}_1)=\cos[\pi-(-\alpha-\theta)]=-\cos(\alpha+\theta),$$
$$\sin(\vec{r}_1,\mathrm{d}l)=1. \tag{1.10}$$

把这些关系式代入方程(1.7),我们有

$$\eta_c = \frac{-\sin(\alpha+\theta)}{1-\cos(\alpha+\theta)} = -\operatorname{ctg}\frac{\alpha+\theta}{2}. \quad (1.11)$$

这表明在会聚波入射的情况下,倾斜因子与发散波入射有相同的形式,但应注意公式(1.11)中 $\alpha$ 是负的。如果 $\alpha+\theta>0$($P$ 在直射区),则 $\eta_c<0$,这意味着与入射波相比存在 $\pi$ 相变;如果 $\alpha+\theta<0$ ($P$ 不在入射区内),则 $\eta_c>0$,这意味着不存在 $\pi$ 相变。

如果在公式(1.9)和(1.11)中 $\alpha=0$,我们能得到在平面波入射情况下的倾斜因子为

$$\eta_p = -\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2}. \quad (1.12)$$

当轴上观察点 $P$ 在直射区内,则 $\theta>0$,存在 $\pi$ 相变;当 $P$ 在几何阴影区内并在光阑的左侧,则 $\theta<0$,不存在 $\pi$ 相变;当 $P$ 在几何阴影区边缘,则 $\theta=0$,这是一个间断点,因为观察点 $P$ 总是在直射区内。根据以上分析,在大多数情况下存在 $\pi$ 相变,至少在轴上的点。

# 第二章

# 初步启示——无衍射光束

## 2.1 零阶贝塞尔(Bessel)光束的演示

零阶贝塞尔光束($J_0$)是标量波动方程的特解并由都宁(Durnin)[7]给出具有无衍射的性质。这引起人们极大的兴趣。而后，都宁等利用了圆环实现了零阶贝塞尔光束。根据都宁的结果，其他一些产生贝塞尔光束的方法