

計量經濟學方法

Econometric Methods

J. Johnston 著

王友釗 譯

原 序

本書之目的係在對於已經學習過一年之統計理論與統計方法的學生，提供有關計量經濟學方法較為完整的說明。本書計分兩篇。第一篇包括了線型常態迴歸模式的充分解析。此一部份是為第二篇所討論之計量經濟學理論的重要基礎。第二篇係在說明目前可用於計量經濟模式之推定問題的主要統計方法。

凡已學習過一年數理統計學的學生，即可以省略最初兩章的大部份篇幅。蓋可省略之部份，大多在補充研習社會科學之學生平日所習之一般統計課程。第一章係對二變數線型模式作一完整的分析，其中包括有推定問題、假想之檢定和就模式之範疇內所作之預測等。相信大多數的學生，必當已熟識本章中的大部份問題。惟討論時係假定讀者已經具有機率分配、期望值、推定和假想檢定等的基本知識。任何讀者若對於第一章所處理之材料發生困難，則在開始翻讀本書之前，必須先複習有關統計學的基本參考書^①。第一章除了用來複習有關問題外，同時且在介紹所有之基本推論問題，俾以下各章作進一步更複雜的分析之用。

①例如 P. G. Hoel, *Introduction to Mathematical Statistics*, 2d ed., Wiley, New York, 1954. A. M. Mood and F. A. Graybill, *Introduction to the Theory of Statistics*, McGraw-Hill, New York, 1963. (此係譯者更訂) D.A.S. Fraser, *Statistics: An Introduction*, Wiley, New York, 1958.

第二章係在討論二變數線型模式的擴大及於非線型模式並增多其變數的數目。但在運用更有效的符號和獲悉複雜的處理技術前，對於模式的擴大仍難能有充份的瞭解，故第三章乃在提供數陣代數的基本方法，且在本書以後各章均將加以運用以作為基本方法的說明。第四章則在分析具有 k 個變數的一般線型模式。此為第一篇最基本亦為最後的一章，且包含了所討論之模式的各種重要結論。第

一至第三章可以視為是第四章的準備階段，學者可就其本身所需加以省略或詳加探究。第四章的材料則為瞭解第二篇所述之計量經濟學方法的發展所必須具備者。

第二篇經簡短的導論後，第六章在討論變數誤差問題。此一問題在計量經濟分析中有時很少受人注意，但在實際應用時却極重要。第七章係在討論殘差項具有自行相關時所產生的有關問題。至於有關單一方程式中可能發生的問題，諸如線型重合、非均齊變異、遲延變數以及虛設變數等則在第八章中一一說明之。最後兩章係在討論聯立方程式問題，包括有認定問題、間接最小二乘法、二段最小二乘法、有限資料方法，全部資料方法和三段最小二乘法等。

在討論各種方法時，極其重視其邏輯。本人曾就各種方法所具有之假設盡可能詳為說明，並將其所獲之結論作適當之引伸，以期具有不同背景之讀者能夠處理其本身所面臨的問題，俾能對於不同的方法在處理不同的實際問題時，能夠真正的領悟其優點和缺點。本書中同時提示數字範例，且在各章中大多附有理論上和數字的習題。本人深切感謝皇家統計學會 (Royal Statistical Society) 和劍橋 (Cambridge)、倫敦 (London)、曼徹斯特 (Manchester) 和牛津 (Oxford) 等大學之當局准許引用測驗題目作為例解。本書重點並不在探討有關計算的問題，因鑒於大多數的研究人員，運用各種電腦計算機者日趨衆多之故。

本人對於某些個人應表深切感謝。在最重要期間中，如無威斯康辛大學 (University of Wisconsin) Guy H. Orcutt 教授的鼓勵與支持，則本書將無法完成。曼徹斯特大學之 J. Parry Lewis 對於全部數學均加校閱，同時他與該大學之 R. J. Ball 曾給予許多有價值之建議，因之本人對彼兩人深致謝意。本人同時對於威斯康辛大學 A. S. Goldberger 教授賜以其講義亦深致謝意，此項講義對於修改本人之原稿極有幫助。同時亦應感謝倫敦大學之 R. G. Lipsey 教授和牛津大學之 W. M. Gorman 教授所給與有價值的

評述。Pamela Drake 小姐對本書所舉範例之數學逐一核對，而 L. T. Simister 則協助搜集第十章中各種實際研究文獻，Katherine Norrie 夫人和 Pauline O'Brien 小姐不斷重複整理核打多次手稿的耐心與技巧，亦應深切致意。最後的繁重校稿工作則由 David Bugg 協助者，亦應誌謝。

J. Johnston

計量經濟學方法 目錄

原 序	(1)
-----	-------

第一篇 線型常態迴歸模式	(1)
--------------	-------

第一章 二變數之線型模式	(3)
--------------	-------

1 - 1 變數間之關係	(3)
--------------	-------

1 - 2 二變數線型模式	(3)
---------------	-------

1 - 3 最小二乘推定法	(9)
---------------	-------

1 - 4 相關係數	(31)
------------	--------

1 - 5 變異數分析	(35)
-------------	--------

1 - 6 預測	(38)
----------	--------

第二章 二變數線型模式之擴展	(49)
----------------	--------

2 - 1 二變數之非線型關係	(49)
-----------------	--------

2 - 2 三變數之關係	(59)
--------------	--------

2 - 3 迴歸平面之配合	(62)
---------------	--------

2 - 4 複相關係數	(63)
-------------	--------

2 - 5 淨相關係數	(65)
-------------	--------

2 - 6 三變數情況之計算步驟簡述	(67)
--------------------	--------

第三章 數陣代數之基礎	(73)
-------------	--------

3 - 1 數陣	(73)
----------	--------

3 - 2 行列式	(84)
-----------	--------

3 - 3 向量微分	(98)
------------	--------

3 - 4 數陣之分割	(99)
-------------	--------

3 - 5 線型依存與級次	(101)
---------------	---------

3 - 6 特性根與特性向量	(108)
----------------	---------

第四章 一般線型模式	(121)
------------	---------

4 - 1	假設	(121)
4 - 2	最小二乘推定法	(123)
4 - 3	顯著性檢定與信賴區間	(132)
4 - 4	二關係式中諸係數相等之檢定	(157)
第二篇 計量經濟學原理		(167)
第五章 計量經濟學原理導論		(169)
第六章 變數誤差		(173)
6 - 1	二變數線型模式	(173)
6 - 2	傳統方法	(176)
6 - 3	預測問題	(190)
6 - 4	觀察資料之分組	(192)
6 - 5	媒介變數之應用	(194)
6 - 6	多於兩變數之模式	(197)
第七章 自行相關		(207)
7 - 1	二變數模式	(207)
7 - 2	自行相關誤差之影響	(210)
7 - 3	最小二乘法之一般化	(210)
7 - 4	Durbin-Watson "d" 統計值	(224)
7 - 5	推定方法	(225)
7 - 6	預測問題	(229)
第八章 單一方程式之其他問題		(235)
8 - 1	線型重合	(235)
8 - 2	非均齊變異	(244)
8 - 3	遲延變數	(246)
8 - 4	虛設變數	(256)
第九章 聯立方程問題：I		(269)
9 - 1	聯立方程系統	(269)

9 - 2	認定問題	(279)
9 - 3	推定方法	(294)
9 - 4	有限資料單一方程式 (LISE) 或最小變異比 (LVR)	(295)
9 - 5	兩段最小二乘法	(300)
9 - 6	k 級推定式	(303)
9 - 7	認定條件之檢定	(307)
9 - 8	全部資料最大概算法 (FIML)	(308)
9 - 9	三段最小二乘法	(309)
第十章	聯立方程問題：II	(323)
10 - 1	Monte Carlo 之研究	(323)
10 - 2	結論	(344)
索 引		(349)

第一篇

線型常態廻歸模式

第一章 二變數之線型模式

1-1 變數間之關係

學習經濟學的人，第一個基本觀念即在介紹經濟變數間的關係。例如在某一物品市場內對該物品的需要量，常被認為是該物價格的函數，又如消費支出是所得的函數，以及其他例子等。這些均屬於二變數關係的例子。惟在實際問題中常須詳加陳述多種變數間的關係，如需要量通常認為是與該物價格、可支配所得以及其他有關物品價格間具有相互關係；生產成本則係決定於生產數量的水準、投入因素的價格以及產量變動率等；消費支出亦常認為與所得、流動資產和原有消費水準有相當關係。經濟理論即在研究某一經濟體系內所含有各種羣體或各部門間的關係，這種關係即假定用來描述該一經濟體系內某一部門的功能。計量經濟學的任務則在對於這些關係作統計上的推定，這種經驗上的推定和經濟關係的推定是為獲得經濟知識的重要步驟。

1-2 二變數線型模式

衡量經濟關係的第一個步驟必須先確定在各種經濟現象中應含有那些變數 (variable)。為使此項說明盡量簡單起見，我們將先就最基本的例型加以觀察，即僅先考慮兩種假設：一為我們僅在討論單一關係，另一為僅考慮兩個變數。今以 X 和 Y 分別代表此兩變數，同時我們可假定

$$Y = f(X) \quad (1-1)$$

此一步驟僅在確認變數 X 可以影響另一變數 Y 。

第二個步驟則須確定 Y 和 X 間的關係式。根據所建立式 (1-1) 的基本理論，可能獲悉應予採用的正確關係形式，或者僅就截距、斜率以及曲線形態給與某些附加條件。通常這些條件對於各種不同的函數多可滿足。所以我們僅須借助統計分析方法來選取它

們的數值即可。

二變數間最簡單的關係式是為直線式如下：

$$Y = \alpha + \beta X \quad (1-2)$$

式中 α 和 β 為未知數，分別表示該直線的截距和斜率。二變數間的其他關係式包括有下列各種：

$$Y = \alpha e^{\beta X} \quad Y = \alpha X^{\beta} \quad Y = \alpha + \beta \frac{1}{X}$$

上列第三式是為變數 Y 和 $\frac{1}{X}$ 間的直線型，而第一和第二兩式如將各式兩邊均取對數後即可轉換成直線型如下：

$$\begin{aligned} \log_e Y &= \log_e \alpha + \beta X \\ \log_e Y &= \log_e \alpha + \beta \log_e X \end{aligned}$$

第一式為 $\log Y$ 和 X 的直線型，第二式則為該兩變數均採對數時的直線型。

通常的經濟理論，不論是以圖形或以代數式表示，大多假定經濟變數間存有絕對精確的關係。但是即使是最簡單的經濟資料，也會顯示各觀察點並不能完全位於一條直線或圓滑的曲線上。所以，為了測量和推定的目的，僅建立如式(1-1)諸變數間的關係並不合適，而應在經濟關係式中增加一個機率變數項(stochastic term)。

茲舉例說明如次。今設我們欲探求在某一定期間內某一羣家庭的消費支出與可支配所得兩者間的關係。令 Y 表消費支出， X 表可支配所得，今根據設為 10,000 個家庭的完整收支預算資料，即可獲得 10,000 對有關 X_i 和 $Y_i (i=1,2,\dots,10,000)$ 的實際測量值或觀察值。我們再假定已經根據每一家庭人口數及其份子構成，而將所有之 10,000 個家庭分成若干組，我們的目的乃在探求任何一組中 Y 和 X 的關係。我們當不希望某一組中，所有同額所得 X' 的家庭必定表現完全相同的消費支出額 Y' ，有些家庭必較其他家庭

的消費額為大，有些則較少。但是我們却可以預料這些消費額必定集聚在某一數值左右，此一數值顯然必定受到所觀察之收益額的影響。此一觀念可以更具體的運用一個新的線型假想表示如下〔譯者註1〕：

$$Y = \alpha + \beta X + u \quad (1-3)$$

式中 u 係表示一種變數，此一變數可以是正值或是負值。因之，如果我們考慮此一小組的家庭，其收益均為某一定額 X' 時，則他們的消費支出平均值將為 $\alpha + \beta X'$ ，但該小組每一個別家庭實際消費額則可用 $\alpha + \beta X' + u_1$ 、 $\alpha + \beta X' + u_2$ 等表示之， $u_1, u_2, \dots$ 即在表示任一特定家庭的支出額是多於或少於平均值 $\alpha + \beta X'$ 的數額。

〔譯者註1〕式(1-2)通常稱為數學模式 (mathematical model)，而式(1-3)則稱為計量模式 (econometric model)。數學模式係在說明變數間的關係。計量模式則着重於數學模式的推定。故在數學模式中，我們係假定母數 (parameters) 為已知，而在探討變數間的關係。但在計量模式或統計模式中，為了推定母數之值，乃視母數為未知數，而各變數量則為已知的樣本觀察值。參閱 E.F. Beach 著 *Economic Models: An Exposition* 一書第 2-3 頁。Wiley, New York, 1957.

通常有三種可能的理由來說明為什麼式(1-3)中要引進 u 項。此三種理由並非相互排斥無關。第一，我們可以說如果我們能够獲悉所有影響消費支出的因子，同時且能獲得足夠的資料，則我們就可以對每一個家庭的消費支出作完全而充份的說明。然而即使是家庭人口或構成完全相同的家庭，父母子女的年齡、結婚的早遲、丈夫是否為果爾夫球迷，是否飲酒、玩牌或玩鳥，以及該家庭的收入是在增加或減少，父母本身或子女是否勤儉或審慎或花耗無度等仍有相當差異。故在解釋人類的行為時，有關的因子可以排列推展至無限數。但是有許多因子是不能計量的，即使是可以計量時，實際上也不可能獲得足夠的資料。即使有人可以全部辦到，則所有的影響因子，其項目必將超過可能觀察的數目，在此種情形下則沒有一種統計方法可以推定它們的影響力。再者，許多變數僅具有些微

影響力，所以即使有了相當數量的資料，在對它們的影響力作統計推定時仍有相當困難和不能加以確定。此種情形可以 $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 說明之，式中 n 表示一種在實用上是極大的數值，故我們僅選取少數對於 Y 具有較顯著的影響因子 X ，而將其他未能明白列述的所有其他因子對 Y 所生之淨影響力統以 u 表之。在僅考慮一個變數的極端例子中，其穩函數式即可以表之如下：

$$Y = f(X_1, u) \quad (1-4)$$

由於許多因子同時發生作用，而且因其所生之作用可能互相抵銷，所以我們當可以預料小值之 u 必較大值的 u 更常發生。是以我們當可想像 u 是一種變數，而且為一平均數等於零和具備有限變異數 (finite variance) σ_u^2 的機率分配 (probability distribution)。這就是為什麼 u 常被認為是一種機率擾亂 (stochastic disturbance) 或誤差 (error) 項的原因。根據許多因素的考慮，以及中限定理 (Central Limit Theorem) 的提示， u 常被假定為一種常態分配①。

① 閱 W. Feller, *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, 2d ed., Wiley, New York, 1957, vol. I, pp.229, 238—241.

在經濟關係式中引進誤差項的第二個理由是因為在全部所有各種有關的總影響因子外，人類的行為常常存有一種無法預知和無法把握的隨機變化，此種無法預料的行為只好用一個隨機變數 (random variable) 來表示。為了統計實用的目的，對於上述第一及第二個說明理由的分別並不重要。因為不論就理論或資料言，我們很難將所有的因子包含在一個關係式中，故根據第一個理由乃須引進一個機遇項，而第二個理由如果發生時，則僅增大變異數值而已。通常此兩種性質不同的機遇項常合稱為擾亂 (disturbance) 或誤差 (error) 而在函數式中表示之。

第三種產生誤差的原因為觀察誤差或測量誤差所致。此可能由於某一變數 Z 與 X 間存有真正的直線關係如 $Z = \alpha + \beta X$ 所示，但由

於在觀察或測量 Z 的真值時發生差誤，故我們所獲得的數值並非 Z 的真值，而是 $Y = Z + u$ ，式中 u 即表示測量誤差，故我們應有：

$$Y = Z + u$$

即
$$Y = \alpha + \beta X + u$$

當然可能有時會發生測量誤差和方程式誤差混合的情形如次：

$$Z = \alpha + \beta X + u \quad \text{方程式誤差}$$

$$Y = Z + v \quad \text{測量誤差}$$

所以得：
$$Y = \alpha + \beta X + w$$

式中 $w = u + v$ 。僅考慮一個變數具有測量誤差是不切實際的，所以在第六章將就測量誤差的問題作更完整的討論，以下數章則擬僅就方程式誤差問題加以考慮。

在確定任一經濟關係式時，必須先就擾亂項之機率分配的假設加以考慮，即如平均數、變異數和互變異數等。最簡單的可能假設是假定平均數等於零，變異數為一固定常數值，且與 X 彼此獨立無關。同時各 u 值間亦係分別抽得而彼此獨立無關者。今就前例繼

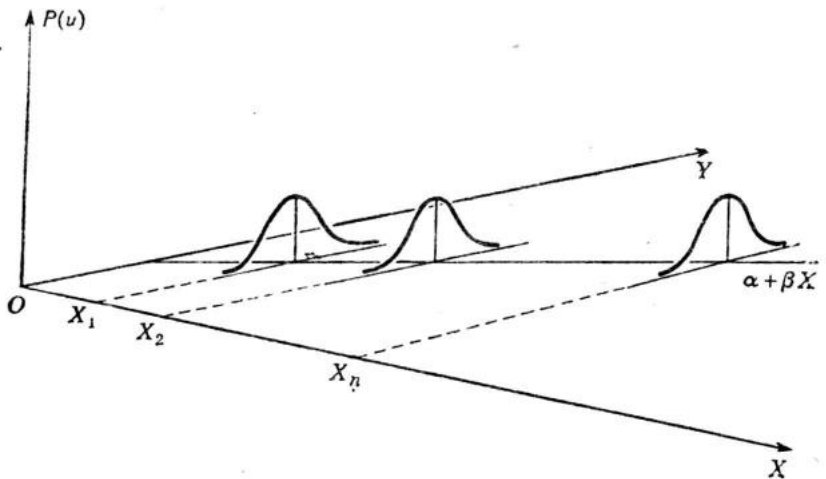


圖 1-1

續說明之，假定我們根據不同水準的可支配所得，為方便起見將之按數額由小而大排列如 $X_1, Y_2, \dots, X_n$ 。如果線型假說為真，同時上述有關 u 的假設亦成立時，則其情形可用圖 1-1 表示之。此時 u 值係假定以直線 $\alpha + \beta X$ 為其中心而分布者。在所舉的例子中，如果假定誤差項的變異數係隨 X 值的增大而增大，則可能更能切合實際現象，但我們將此一問題留待第八章時再加探討。

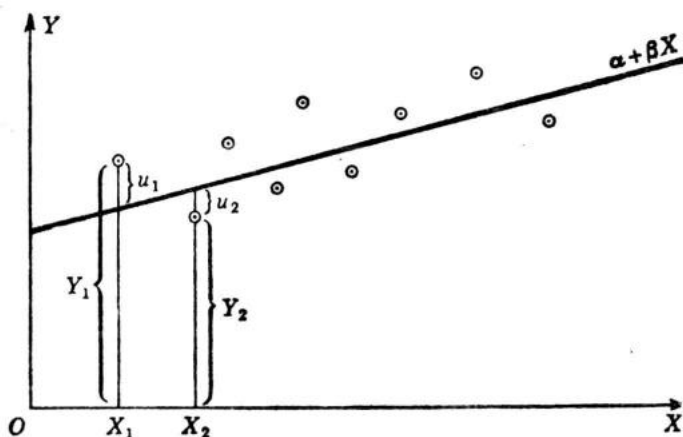


圖 1-2

現在如果我們就每一個所得水準選取一個家庭，共計選出 n 個家庭作為樣本，則樣本點 (sample point) 的散佈圖將如圖 1-2 所示。如果 u 值係以彼此獨立抽出，則樣本點將或多或少係以隨機的分佈在該直線周圍。此一情形即在說明如果 u_1 為一正值（或負值），對於其他 $u_2, u_3, \dots, u_n$ 的數值並不發生任何的影響。然由另一方面言之，如果低所得的人常是較年青同時亦多是結婚不久的人，而高所得者多為年齡較大且接近退休的人時，則在此種情形下，我們可以預料到 X 值較小時當具有正值的擾亂， X 值大者則具有負值的擾亂。這種不是「隨機擾亂」項的情形，乃表示一個重要的說明因子——年齡，經已包含在擾亂項內而並未明確顯示在模式中，

致擾亂項表現不出隨機分佈的情況。

在實際情形下，此時我們共有 n 對 X 和 Y 的樣本觀察值，可以表示之如上述圖 1-2。惟所不同者是實際上我們並不知道該一直線 $\alpha + \beta X$ ，然而我們却以某些假想 (hypotheses) 代替之如下：

$$\begin{aligned} Y_i &= \alpha + \beta X_i + u_i & i &= 1, 2, \dots, n \\ E(u_i) &= 0 & \text{全部 } i \\ E(u_i u_j) &= \begin{cases} 0 & \text{當 } i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, n \\ \sigma_u^2 & \text{當 } i = j; i, j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (1-5)$$

在式 (1-5) 中， α 、 β 和 σ_u^2 均為未知母數 (unknown parameter)。我們希望藉所觀察之 X 和 Y 的樣本來測定這些母數的統計值，同時我們也希望對於這些母數的一些假想加以檢定。例如，我們是否認為消費與所得成比例 ($\alpha=0$)？邊際消費傾向 $[\beta]$ 是否大於 0.5？直線形態是否可以代表這些資料？根據我們的資料，擾亂項之固定變異數的假想是否合理？這些均是統計推論的重要問題，而我們的主要目的即在檢討何種現有的標準方法可以用來處理這些問題。誠如我們即將獲悉者，大部份的計量經濟學理論，均在探求有關經濟模式中統計推論問題的新方法。因為所謂標準方法，有時是不切實用的。然而對於標準方法的通盤瞭解，却為進一步明瞭更複雜的技術方法的先決條件。

1-3 最小二乘推定法

上述統計推論問題，通常因其假設的不同而有不同的處理方法。我們今先就上述式 (1-5) 所給與的假設開始。我們先將樣本觀察值以下列字母表示之：

$$\begin{array}{ccccccc} X_1 & X_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & X_n \\ Y_1 & Y_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & Y_n \end{array}$$

算術平均數則表之如下，