



苏联中学生 数学奥林匹克 试题汇编

(1961—1992)

□ 苏 淳 编著



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

苏联中学生 数学奥林匹克 试题汇编

(1961—1992)

□ 苏 淳 编著

SULIAN ZHONGXUESHENG SHUXUE AOLINPIKE
SHITI HUIBIAN (1961—1992)



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容简介

本书中包含了 1961—1992 年苏联举办的国家层面上的数学奥林匹克的所有试题和 1984—1992 年苏联国家集训队冬令营和国家队夏令营的所有测试题。其中, 1961—1966 年苏联的国家级竞赛称为全俄数学奥林匹克, 1967—1991 年称为全苏联数学奥林匹克, 1992 年苏联已经解体, 故称为跨共和国数学奥林匹克。书中对第 1—283 题和第 463—579 题给出了详细解答, 对第 284—462 题给出了答案或提示。为便于阅读, 还在书中的专题分类中对解题方法作了介绍。

本书可供对数学奥林匹克感兴趣的学生阅读, 也可供教师、数学小组的指导者、各种数学竞赛活动的组织者参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

苏联中学生数学奥林匹克试题汇编: 1961~1992 / 苏淳编著. — 北京: 高等教育出版社, 2012.7

ISBN 978-7-04-035533-8

I. ①苏… II. ①苏… III. ①中学数学课—竞赛题—试题 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 145460 号

策划编辑 赵天夫

责任编辑 赵天夫

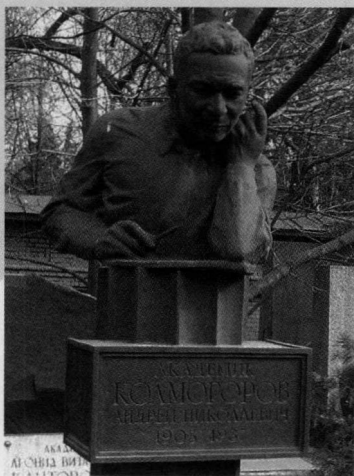
封面设计 赵 阳

责任印制 朱学忠

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 保定市中画美凯印刷有限公司
开 本 787mm × 960mm 1/16
印 张 19.25
字 数 450 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2012 年 7 月第 1 版
印 次 2012 年 7 月第 1 次印刷
定 价 39.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 35533-00



谨以此书献给

20世纪最伟大的数学家，
中学生数学竞赛活动最热心的倡导者、最坚定的支持者、最卓越的指导者和最有力的组织者，

苏联科学院院士

安德列·尼古拉耶维奇·柯尔莫戈洛夫教授

(Андрей Николаевич Колмогоров, 1903—1987)

序

汇编出版这本试题集是我心中久存的愿望,今天在高等教育出版社的大力支持下终成现实。

今年是苏联解体 20 周年。整整 20 年以前——1991 年 12 月 25 日——那个不可一世的庞然大物,随着戈尔巴乔夫辞去总统职务,轰然倒塌,留给世人无尽的思索,也留给这个世界极其丰富、极其珍贵的文化遗产。许多遗产是需要收集和整理的,这便是汇编出版本题集的原因之一。

苏联是世界上开展中学生学科竞赛最早、最广泛也是最具水平的国家。早在 20 世纪 30 年代,中学数学奥林匹克便在这块土地上破壳而出,在列宁格勒开始了以口试形式进行的最富特色的数学竞赛活动,并创造了数学奥林匹克这一如今响遍全球的名称。在接下来的二三十年间,这种竞赛活动在苏联广袤的大地上不断扩展,即使是第二次世界大战也只是短时间地妨碍了这种扩展趋势。到了 50 年代末,60 年代初,人们已经不能满足一城一州规模的竞赛活动了,开始出现了市际联赛、州际联赛,甚至开始呼吁举行全国层次的学科竞赛了。现在已经弄不清究竟是谁第一个发出这个呼吁的。有据可查的是:1959 年秋天,在第比利斯,在例行的全苏拓扑学年会间隙的一次乘车出游途中,几个年轻学者围坐在狄龙涅(Б. Н. Делоне)院士身边,热烈地谈论起席卷全苏各地的中学数学竞赛活动,评价试题的优劣,谈论活动情况和参赛学生的出色表现。说着说着,举办全苏竞赛的思路便逐步清晰起来。正是在这次出游中,人们决定了第一步的活动计划:邀请那些竞赛活动开展得好的城市和加盟共和国派队参加 1960 年莫斯科数学奥林匹克决赛。

1960 年秋天,有来自九个加盟共和国的代表队参加了莫斯科数学奥林匹克决赛,这次竞赛开创了举办全国中学生数学竞赛活动的历史,以至于如今被人们称为《第 0 届全俄罗斯数学奥林匹克》(Нулевая Всероссийская математическая олимпиада)。

莫斯科大学校长和俄罗斯联邦教育部第一副部长都对竞赛活动的开展给予了极大的关心和支持,莫斯科大学青年学科竞赛中心承担了大量的组织工作和宣传工作,联邦

教育部学科竞赛指导中心迅速制定出竞赛大纲。1961年,在举办莫斯科数学奥林匹克第二轮竞赛的同时,《第1届全俄罗斯数学奥林匹克》正式在苏联首都莫斯科举办。大部分的州和加盟共和国都派出了自己的代表队(乌克兰派了四个代表队),每个队四名选手。从第2届开始,全俄罗斯数学奥林匹克独立举办。金牌获得者也不再仅仅出自莫斯科、列宁格勒等富有竞赛传统的大城市,来自喀山、基辅、埃里温以及其他地方的选手也逐步走上了领奖台。在最初的年头里,人们还从多个方面尝试了竞赛的各种不同的举办方式,例如在第2届上,曾经像列宁格勒数学奥林匹克那样,尝试了以口试方式进行比赛。后来这一方式虽然未在正式比赛阶段采用,却始终保留在后期的数学擂台赛中。从第6届开始,全俄罗斯数学奥林匹克已经不再固定在莫斯科举办,参加竞赛的代表队也已经遍布苏联全境。为了使得名副其实,从1967年起,正式更名为《全苏联数学奥林匹克》(Всесоюзная математическая олимпиада),并且从1968年《第2届全苏联数学奥林匹克》开始,形成了在俄罗斯境内沿用至今的举办方式:举行两天笔试,接着,在主试委员会阅卷期间,开展各种参观活动,并在其中一天晚上,举行数学擂台赛。擂台赛在师生之间举行,老师出题,各地来的代表队抢答,学生队也可出题反问老师,气氛热烈,紧张有趣。

到1991年12月苏联解体以前,《全苏联数学奥林匹克》举办到第25届。这一届竞赛的决赛于1991年4月在斯摩棱斯克市举行,考场设在第一个宇航员加加林少校当年就读的中学,开闭幕式则在市政礼堂举行。我有幸作为中国观察员,观摩了这次竞赛。加加林母校的前身是一所贵族式寄宿学校,有着悠久的历史。他们的校长不无骄傲地带领我参观校史馆,兴奋地告诉我,他们学校与中国有着久远的联系。原来,该校历史上一位校长是一位地质学家,也是一位旅行家,曾经到过中国许多地方,帮助中国发现过矿藏,为此获得过清政府颁发的奖章。在他们的陈列柜里,我生平第一次见识了清朝的奖章——铜质,碗口大,保护得很好,金灿灿的,两边两条龙簇拥着“大清政府颁授”几个汉字,果真名不虚传。斯摩棱斯克市小巧别致,浓荫密布,哥特式建筑的尖顶散落在绿树丛中,犹如茫茫大海中的点点珍珠,第聂伯河就从这里发源。然而,它却有着沧桑的过去。二次大战时期,这里驻扎过侵苏德军司令部,是进攻莫斯科的出发地。人们不断向我们谈起那段生灵涂炭的历史,带领我们瞻仰燃着不灭之火的无名烈士墓。比利时派队参加了这次竞赛,除我这个中国观察员之外,还有西班牙和保加利亚观察员。苏方的本意是将他们的竞赛逐步国际化,明确表示希望我们来年也派队参加他们的竞赛。可惜人算不如天算,这一届竞赛竟然是苏联历史上的最后一届。两国间互派代表队参加对方的国家级数学竞赛已经是两年以后的事情了,不过,那已经不是中国与苏联,而是中国与俄罗斯互派代表队了。

1992年4月,苏联已经解体,各个原加盟共和国均已成为独立的国家。然而,历史的惯性却在前苏联这块土地上导演了一幕幕喜剧,演绎了人们的难舍难分之情。“离婚不离家”,正是对这种局面的最恰当描述。1992年4月16日至23日在哈萨克共和国前首都阿拉木图,原苏联数学奥林匹克委员会主办了最后一届由各前加盟共和国派

队参加的数学竞赛. 在名称上颇费踌躇, 苏联不存在了, 不能再叫《全苏联数学奥林匹克》了, 然而它毕竟是在前苏联范围内举行的, 不能叫《国际数学奥林匹克》, 更何况国际数学奥林匹克已经另有其赛. 好在俄语的构词法则比较灵活, 允许造出“跨共和国”(Межреспубликанская) 这样一个崭新的复合词, 其含义是“跨前加盟共和国”. 于是便有了《第 26 届跨共和国数学奥林匹克》(Двадцать шестая Межреспубликанская математическая олимпиада) 这样一届届数与名称不相匹配的数学竞赛.

对竞赛试题的汇编整理却是另外一回事. 1987 年, 应该是为纪念十月革命七十周年之故, 苏联科学出版社出版了由瓦西里耶夫 (Н. Б. Васильев) 和叶果洛夫 (А. А. Егоров) 署名的《全苏联数学奥林匹克试题》, 收集了到该年为止的 6 届全俄竞赛和 21 届全苏竞赛试题并附解答或提示. 四年后, 我国天津新蕾出版社出版了署名数学奥林匹克题库小组的《苏联中学生数学竞赛题解》, 除了收入《全苏联数学奥林匹克试题》中的原有内容外, 增补了第 22 届 (1988) 和第 23 届 (1989) 竞赛试题及解答. 其时, 我正在苏联做高级访问学者, 并担任中国数学奥林匹克委员会驻苏联代表, 收集了大量的资料, 汇编整理成《苏联数学奥林匹克试题汇编 (1988—1991)》, 由北京大学出版社出版. 2010 年, 在华东师范大学出版社的大力支持下, 我翻译出版了阿伽汉诺夫 (Н. Х. Агаханов) 主编的《全俄中学生数学奥林匹克 (1993—2006)》. 在这期间, 1992 年的竞赛却像一个被人遗忘的弃儿, 姥姥不疼, 舅舅不爱, 无人问津, 被丢在历史的垃圾堆中. 在瓦维洛夫 (В. В. Вавилов) 担任苏联数学奥林匹克委员会常务副主席以后, 自 1984 年开始, 苏联健全了出征国际数学奥林匹克 (IMO) 国家队的选拔和培训制度, 开办了国家集训队冬令营和国家队夏令营. 苏联解体之后, 瓦维洛夫汇编整理了 1984—1992 年冬令营与夏令营的全部测试题, 并赠送给了我国. 我作为中国代表, 接受了这份珍贵的礼物. 这是一些迄今未能公之于世的资料. 我没有理由让它们永远沉睡下去. 2010 年, 我已年届 65 周岁, 从中国科学技术大学博导的位置上退休下来, 有时间做一些一直想做而无暇顾及的事情了. 是时候了, 汇编出版一本包括 1961—1992 年间苏联的所有国家级数学竞赛试题的时机已经成熟. 说干就干, 就在这苏联解体 20 周年之际, 把它的这份珍贵遗产整理了出来. 谢谢高等教育出版社, 谢谢赵天夫编辑, 是他们的支持促成了我的愿望的实现!

苏联时期的数学竞赛试题值得汇编整理, 是因为它们自身所具有的价值. 它们多是在数学大师的指导下命制的, 有些还直接出自名家之手. 苏联的数学家们历来重视中学学科竞赛活动, 把它们视为强国之举, 其中尤以柯尔莫戈洛夫院士 (Андрей Николаевич Колмогоров) 为代表. 柯尔莫戈洛夫教授是 20 世纪最伟大的数学家, 然而他却对中学数学教育表现出莫大的兴趣, 他早年就亲自主持了莫斯科数学奥林匹克的命题和阅卷工作, 同时也是莫斯科大学所开办的中学生数学活动小组的组织者与指导者. 在柯尔莫戈洛夫强有力的指导下, 苏联在 20 世纪 60 年代开展了数学教育改革, 除了使大众性学校的数学教学大纲现代化, 把微积分内容引入高年级课堂之外, 还在各个著名大学之下设立附属数学物理学校, 为科研工作准备强大的后备力量. 在全俄与全苏联数学奥林匹克

竞赛举办方面,柯尔莫戈洛夫表现了极大的热情.当时,苏联设立了中学学科竞赛指导委员会,管辖数学、物理和化学三个学科的国家级竞赛活动.柯尔莫戈洛夫担任其中的数学竞赛主试委员会主席达 20 年之久(1963—1983),直到 1983 年以后由格涅坚科(В. Гнеденко)继任(1983—1998).在柯尔莫戈洛夫院士等一流数学家的强有力的指导和影响之下,苏联的竞赛试题出得非常漂亮.许多试题不仅有着别致的形式,而且有着深刻的背景,有些简直就是最新研究成果的初等表示,例如,第 148, 181, 219, 248, 267 题,等等.

1986 年,伯努利学会举办的第一次全球概率统计大会在苏联塔什干市举行,柯尔莫戈洛夫院士是大会主席,然而却因病重未能到场,我失去了一睹大师尊容的最后机会.1987 年我途经苏联前往直利特里亚斯特访问途中听到了他的死讯.记得讣告是由戈尔巴乔夫总统签署的,开头的第一句话是:苏联人们遭遇了一个严峻的早晨……到了目的地,看到西方报纸关于这一事件的大幅报道,称他为现代概率论之父,“欧几里得对几何学的贡献有多大,柯尔莫戈洛夫对概率论的贡献就有多大”.其实,柯尔莫戈洛夫对 20 世纪数学发展的贡献岂止概率论,有人统计过,他作出重大贡献的数学领域多至 22 个!1990 年 10 月,我到了莫斯科,特地去新处女公墓寻找柯尔莫戈洛夫的墓地.然而,尽管已经逝去三年了,他依然静静地躺在一抔黄土之下,一个黄土堆成的小小的棱台状土丘,旁边插着一个小小的木牌,上面写着柯尔莫戈洛夫的全名和生卒年份.那是苏联解体前夕,国民生活最艰苦的岁月,无暇他顾,当可理解.俄罗斯人不会忘记自己的民族英雄.2007 年,柯尔莫戈洛夫逝世 20 周年之际,新处女公墓已是林木参天,在层层叠叠的陵墓之间,我终于找到了院士陵墓区,见到了想象中的大理石陵墓,大理石的基座,上面矗立着柯尔莫戈洛夫的青铜像,像是站在讲坛上,又像在沉思,手里握着钢笔,聚精会神,英俊的面孔,慈祥安宁.我和我的同行者们一起给他献上了深深的三鞠躬.

苏 淳

2011 年 12 月

新加坡裕廊东

符号说明

N_+ — 正整数集;

Z — 整数集;

Q — 有理数集;

R — 实数集;

$a \in A$ — 元素 a 属于集合 A ;

$\emptyset$ — 空集;

$B \subset A$ — 集合 B 是集合 A 的子集;

$A \cup B$ — 集合 A 与 B 的并集;

$A \cap B$ — 集合 A 与 B 的交集;

$A \setminus B$ — 集合 A 与 B 的差集 (由集合 A 中所有不属于集合 B 的元素构成的集合);

$f: A \rightarrow B$ — 定义在集合 A 上的, 其值属于集合 B 的函数 f ;

$\overline{a_1 a_2 \cdots a_n}$ — 十进制 (或其他进制) n 位数, 它的各位数字依次为 $a_1, a_2, \cdots, a_n$;

$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{1 \leq i \leq n} x_i$ — 数 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的和;

$\prod_{i=1}^n x_i = \prod_{1 \leq i \leq n} x_i$ — 数 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的积;

$\max\{x_1, x_2, \cdots, x_n\} = \max_{1 \leq i \leq n} x_i$ — 实数 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 中的最大值;

$\min\{x_1, x_2, \cdots, x_n\} = \min_{1 \leq i \leq n} x_i$ — 实数 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 中的最小值;

$[x]$ — 实数 x 的整数部分, 即不超过实数 x 的最大整数;

$\{x\}$ — 实数 x 的小数部分 ($\{x\} = x - [x]$);

$b|a$ — b 整除 a , 即 a 可被 b 整除;

$b \equiv a \pmod{n}$ — 整数 a 与 b 对 n 同余 (即整数 a 与 b 被 n 除的余数相同);

(a, b) — 正整数 a 与 b 的最大公约数;

$[a, b]$ — 正整数 a 与 b 的最小公倍数;

$\widehat{AC} (\widehat{ABC})$ — 弧 AC (有点 B 在其上面的弧 AC);

$P(M)$ 或 P_M — 多边形 M 的周长;

$S(M)$ 或 S_M — 多边形 M 的面积;

$V(M)$ 或 V_M — 多面体 M 的体积;

$\mathbf{u} = \overrightarrow{AB}$ — 以 A 为起点以 B 为终点的向量 $\mathbf{u}$;

$(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ — 向量 $\mathbf{u}$ 与 $\mathbf{v}$ 的内积;

$\angle(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ — 向量 $\mathbf{u}$ 与 $\mathbf{v}$ 的夹角;

$n!$ — n 的阶乘, 即前 n 个正整数的乘积, $n! = 1 \cdot 2 \cdot \cdots \cdot n$;

C_n^k — 自 n 个不同元素中取出 k 个元素的组合数, 亦即 n 元集合的不同的 k 元子集的个数, $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ ($0 \leq k \leq n$).

相关图书清单

注：书号前缀为 978-7-04-0xxxxx-x，★为最新出版。

书号	书名	著译者
18303-0	微积分学教程 (第一卷) (第 8 版)	[俄] Г. М. 菲赫金哥尔茨
18304-7	微积分学教程 (第二卷) (第 8 版)	[俄] Г. М. 菲赫金哥尔茨
18305-4	微积分学教程 (第三卷) (第 8 版)	[俄] Г. М. 菲赫金哥尔茨
★34526-1	数学分析原理 (第一卷) (第 9 版)	[俄] Г. М. 菲赫金哥尔茨
★35185-9	数学分析原理 (第二卷) (第 9 版)	[俄] Г. М. 菲赫金哥尔茨
18302-3	数学分析 (第一卷) (第 4 版)	[俄] В. А. 卓里奇
20257-1	数学分析 (第二卷) (第 4 版)	[俄] В. А. 卓里奇
★34524-7	自然科学问题的数学分析	[俄] В. А. 卓里奇
18306-1	数学分析讲义 (第 3 版)	[俄] Г. И. 阿黑波夫、В. А. 萨多夫尼齐、 В. Н. 丘巴里阔夫
25439-6	数学分析习题集 (根据 2010 年俄文版翻译)	[俄] Б. П. 吉米多维奇
31004-7	工科数学分析习题集 (根据 2006 年俄文版翻译)	[俄] Б. П. 吉米多维奇
29531-3	吉米多维奇数学分析习题集学习指引 (第一册)	沐定夷、谢惠民 编著， 卫瑞霞、吴茂庆 审校
32356-6	吉米多维奇数学分析习题集学习指引 (第二册)	谢惠民、沐定夷 编著， 卫瑞霞、吴茂庆 审校
32293-4	吉米多维奇数学分析习题集学习指引 (第三册)	谢惠民、沐定夷 编著， 卫瑞霞、吴茂庆 审校
30578-4	复分析导论 (第一卷) (第 4 版)	[俄] Б. Б. 沙巴特
22360-6	复分析导论 (第二卷) (第 4 版)	[俄] Б. Б. 沙巴特
18407-5	函数论与泛函分析初步 (第 7 版)	[俄] А. Н. 柯尔莫戈洛夫、С. В. 佛明
29221-3	实变函数论 (第 5 版)	[俄] И. П. 那汤松
18398-6	复变函数论方法 (第 6 版)	[俄] М. А. 拉夫连季耶夫、Б. Б. 沙巴特
18399-3	常微分方程 (第 6 版)	[俄] Л. С. 庞特里亚金
22521-1	偏微分方程讲义 (第 2 版)	[俄] О. А. 奥列尼克
25766-3	偏微分方程习题集 (第 2 版)	[俄] А. С. 沙玛耶夫
23063-5	奇异摄动方程解的渐近展开	[俄] А. Б. 瓦西里亚娃、В. Ф. 布图索夫
27249-9	数值方法 (第 5 版)	[俄] Н. С. 巴赫瓦洛夫、Н. П. 热依德科夫、 Г. М. 柯别里科夫
20525-1	代数学引论 (第一卷) 基础代数 (第 2 版)	[俄] А. И. 柯斯特利金
21491-8	代数学引论 (第二卷) 线性代数 (第 3 版)	[俄] А. И. 柯斯特利金
22506-8	代数学引论 (第三卷) 基本结构 (第 2 版)	[俄] А. И. 柯斯特利金
18946-9	现代几何学：方法与应用 (第一卷) 曲面 几何、变换群与场 (第 5 版)	[俄] Б. А. 杜布洛文、С. П. 诺维可夫、 А. Т. 福明柯

书号	书名	著译者
21492-5	现代几何学: 方法与应用 (第二卷) 流形上的几何与拓扑 (第5版)	[俄] Б. А. 杜布洛文、С. П. 诺维可夫、А. Т. 福明柯
21434-5	现代几何学: 方法与应用 (第三卷) 同调论引论 (第2版)	[俄] Б. А. 杜布洛文、С. П. 诺维可夫、А. Т. 福明柯
18405-1	微分几何与拓扑学简明教程	[俄] А. С. 米先柯、А. Т. 福明柯
28888-9	微分几何与拓扑学习题集 (第2版)	[俄] А. С. 米先柯、Ю. П. 索洛维约夫、А. Т. 福明柯
22059-9	概率 (第一卷) (第3版)	[俄] А. Н. 施利亚耶夫
22555-6	概率 (第二卷) (第3版)	[俄] А. Н. 施利亚耶夫
22554-9	概率论习题集	[俄] А. Н. 施利亚耶夫
22359-0	随机过程论	[俄] А. Б. 布林斯基、А. Н. 施利亚耶夫
22634-8	随机金融基础 (第一卷) 事实. 模型	[俄] А. Н. 施利亚耶夫
23983-6	随机金融基础 (第二卷) 理论	[俄] А. Н. 施利亚耶夫
18403-7	经典力学的数学方法 (第4版)	[俄] В. И. 阿诺尔德
18530-0	理论力学 (第3版)	[俄] А. П. 马尔契夫
22155-8	连续介质力学 (第一卷) (第6版)	[俄] Л. И. 谢多夫
22633-1	连续介质力学 (第二卷) (第6版)	[俄] Л. И. 谢多夫
29223-7	非线性动力学定性理论方法 (第一卷)	[俄] Л. Р. Shilnikov 等
29464-4	非线性动力学定性理论方法 (第二卷)	[俄] Л. Р. Shilnikov 等
★35533-8	苏联中学生数学奥林匹克试题汇编 (1961—1992)	苏淳 编著

网上购书: academic.hep.com.cn

www.china-pub.com

www.joyo.com

www.dangdang.com

其他订购办法:

各使用单位可向高等教育出版社读者服务部汇款订购。书款通过邮局汇款或银行转账均可。

购书免邮费, 发票随后寄出。

单位地址: 北京西城区德外大街4号

电话: 010-58581118/7/6/5/4

传真: 010-58581113

通过邮局汇款:

地址: 北京西城区德外大街4号

户名: 高等教育出版社销售部综合业务部

通过银行转账:

户名: 高等教育出版社有限公司

开户行: 交通银行北京马甸支行

银行账号: 110060437018010037603

目 录

第一部分 苏联国家级数学奥林匹克 (1961—1992)	1
全俄罗斯数学奥林匹克 (1961—1966)	3
第 1 届全俄罗斯数学奥林匹克	3
第 2 届全俄罗斯数学奥林匹克	5
第 3 届全俄罗斯数学奥林匹克	6
第 4 届全俄罗斯数学奥林匹克	7
第 5 届全俄罗斯数学奥林匹克	9
第 6 届全俄罗斯数学奥林匹克	10
全苏联数学奥林匹克 (1967—1991)	12
第 1 届全苏联数学奥林匹克	12
第 2 届全苏联数学奥林匹克	13
第 3 届全苏联数学奥林匹克	15
第 4 届全苏联数学奥林匹克	17
第 5 届全苏联数学奥林匹克	18
第 6 届全苏联数学奥林匹克	22
第 7 届全苏联数学奥林匹克	23
第 8 届全苏联数学奥林匹克	25
第 9 届全苏联数学奥林匹克	27
第 10 届全苏联数学奥林匹克	29
第 11 届全苏联数学奥林匹克	33
第 12 届全苏联数学奥林匹克	36
第 13 届全苏联数学奥林匹克	38

第 14 届全苏联数学奥林匹克	40
第 15 届全苏联数学奥林匹克	42
第 16 届全苏联数学奥林匹克	45
第 17 届全苏联数学奥林匹克	47
第 18 届全苏联数学奥林匹克	49
第 19 届全苏联数学奥林匹克	52
第 20 届全苏联数学奥林匹克	54
第 21 届全苏联数学奥林匹克	56
第 22 届全苏联数学奥林匹克	58
第 23 届全苏联数学奥林匹克	60
第 24 届全苏联数学奥林匹克	62
第 25 届全苏联数学奥林匹克	65
跨共和国数学奥林匹克 (1992)	68
第 26 届跨共和国数学奥林匹克	68
解答与提示	72
第 1 届全俄罗斯数学奥林匹克	72
第 2 届全俄罗斯数学奥林匹克	76
第 3 届全俄罗斯数学奥林匹克	79
第 4 届全俄罗斯数学奥林匹克	84
第 5 届全俄罗斯数学奥林匹克	87
第 6 届全俄罗斯数学奥林匹克	92
第 1 届全苏联数学奥林匹克	95
第 2 届全苏联数学奥林匹克	99
第 3 届全苏联数学奥林匹克	104
第 4 届全苏联数学奥林匹克	109
第 5 届全苏联数学奥林匹克	114
第 6 届全苏联数学奥林匹克	122
第 7 届全苏联数学奥林匹克	128
第 8 届全苏联数学奥林匹克	133
第 9 届全苏联数学奥林匹克	138
第 10 届全苏联数学奥林匹克	147
第 11 届全苏联数学奥林匹克	156
第 12 届全苏联数学奥林匹克	163
第 13 届全苏联数学奥林匹克	171

第 14 届全苏联数学奥林匹克	175
第 15 届全苏联数学奥林匹克	177
第 16 届全苏联数学奥林匹克	179
第 17 届全苏联数学奥林匹克	181
第 18 届全苏联数学奥林匹克	183
第 19 届全苏联数学奥林匹克	185
第 20 届全苏联数学奥林匹克	187
第 21 届全苏联数学奥林匹克	189
第 22 届全苏联数学奥林匹克	191
第 23 届全苏联数学奥林匹克	199
第 24 届全苏联数学奥林匹克	212
第 25 届全苏联数学奥林匹克	221
第 26 届跨共和国数学奥林匹克	230
附录 专题分类	239
§1. 归纳法	239
§2. 整数, 整除性	240
§3. 数字与进制制	240
§4. 有理数与无理数	241
§5. 二次三项式, 连续函数, 图像和方程的根	241
§6. 多项式代数	241
§7. 恒等式, 方程与方程组	242
§8. 不等式	242
§9. 狄利克雷原理	243
§10. 组合计数	243
§11. 图, 映射	243
§12. 奇偶性, 染色, 网格问题	244
§13. 操作与不变量	244
§14. 数字与整数的排列及其变换, 竞赛计分	245
§15. 平面几何	245
§16. 立体几何	245
§17. 组合几何	246
§18. 几何不等式, 估计与极值	246
§19. 向量	246
§20. 关于数组和数表的极值估计	247
§21. 序列	247

§22. 游戏, 追击, 策略与算法	247
§23. 有趣的例子与构造	248

第二部分 苏联国家集训队冬令营与国家队夏令营测试题 (1984—1992)

249

苏联国家集训队冬令营与国家队夏令营测试题

253

1984 年国家集训队冬令营测试题	253
1985 年国家集训队冬令营测试题	255
1985 年国家集训队夏令营测试题	257
1986 年国家集训队冬令营测试题	258
1987 年国家集训队冬令营测试题	260
1987 年国家集训队夏令营测试题	262
1988 年国家集训队冬令营测试题	264
1988 年国家集训队夏令营测试题	266
1989 年国家集训队冬令营测试题	268
1989 年国家集训队夏令营测试题	269
1990 年国家集训队冬令营测试题	271
1990 年国家集训队夏令营测试题	273
1991 年国家集训队冬令营测试题	275
1991 年国家集训队夏令营测试题	277
1992 年跨共和国集训队冬令营测试题	279
1992 年俄罗斯国家队与独联体代表队夏令营测试题	281

参考文献

283

第一部分

苏联国家级数学奥林匹克

(1961—1992)