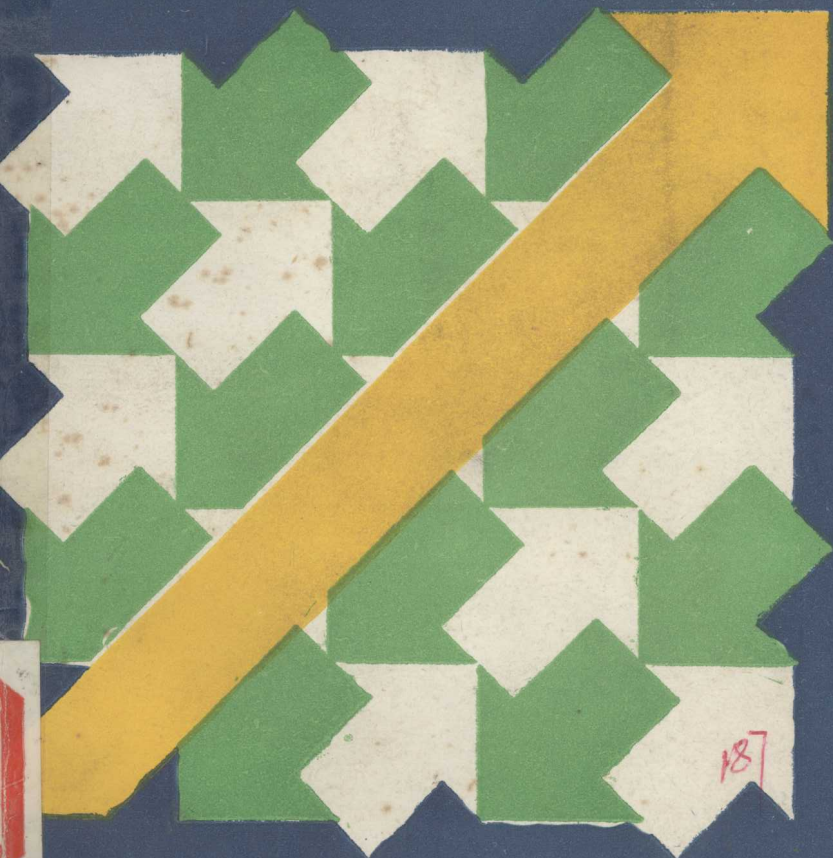


高中应试导航

数学

李彭龄 主编



北京师范大学出版社

G633.604
07

高中应试导航

数 学

李彭龄 主编

1-3

北京师范大学出版社

(京) 新登字160号

高中应试导航

数 学

李 彭 龄 主编

•

北京师范大学出版社出版 发行

全 国 新 华 书 店 经销

秦皇岛市卢龙印刷厂 印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 11.125 字数: 235千

1992年12月第1版 1992年12月第1次印刷

印数: 1—10000

ISBN7-303-01932-4/G·1242

定价: 5.90元

前 言

为了帮助广大师生更好地把握教材的难点、重点、疑点，全面复习各学科基础知识，并通过科学的训练完成知识迁移，从而形成能力，充分做好会考、高考的准备，我们组织编写了此套丛书。

丛书的编写宗旨是：以教学大纲为指导，以新修订的高中教材为依据，遵循学生的思维规律，使学生发展智力，体现出各科教学改革的最新成果。

丛书体现设计合理：每章均设有“知与能目标要求”、“检测试题选萃”、和“解题思路与技巧”三部分。此外，还有综合训练题及参考答案，以便师生通过检测活动，较为科学、合理地评价学习效果。

“知与能目标要求”将大纲要求具体化，提供各章节的知识点、能力点，使师生在教与学的活动中有“的”放“矢”，复习备考时心中有“数”。

“检测试题选萃”部分编选了相应的训练题。试题内容覆盖面广，系统性综合性强，既有一定的思维难度，又有一定的思维广度，题型灵活多样，利于学生平时学习和满足备考需要。

“解题思路与技巧”则重在解题和学习思路、方法的指导，力求帮助学生掌握学习规律，做到知其然，又知其所以然。总之，这三部分内容既有联系，又自成体系，较好地概括了学习过程。

本套丛书特邀清华附中、景山学校、北师大二附中、昌

平一中、西城教研中心、西城教育学院部分有经验的特级、
高级教师参加编写，对高中各科教与学都将有较好的指导作用。

秋 田

目 录

第一部分 单元检测

第一章	幂函数、指数函数和对数函数	(1)
第二章	三角函数	(29)
第三章	两角和与差的三角函数	(54)
第四章	反三角函数与三角方程	(82)
第五章	不等式	(103)
第六章	数列、极限、数学归纳法	(130)
第七章	复数	(155)
第八章	排列、组合、二项式定理	(182)
第九章	直线与平面	(205)
第十章	多面体与旋转体	(227)
第十一章	直线	(257)
第十二章	圆锥曲线	(276)
第十三章	参数方程、极坐标	(302)

第二部分 模拟试题

模拟试题(一)	(324)
模拟试题(二)	(338)

第一部分 单元检测

第一章 幂函数、指数函数和

对数函数

知与能目标要求

1. 集合

(1) 理解集合的概念，掌握集合的表示法——列举法和描述法；了解元素对集合的属于关系的意义，能正确使用符号 $\in$ 、 $\notin$ ；熟悉常用数集的记号 N 、 Z 、 Q 、 R 、 R^+ 等。

(2) 理解子集、交集、并集、补集的概念，理解集合的包含与相等关系的意义，了解空集与全集的意义，并能正确使用符号 $\subseteq$ 、 $=$ 、 $\subset$ 、 $\cap$ 、 $\cup$ 、 $\overline{A}$ ，能用Venn图表示一个集合的真子集、两个集合的交集、并集以及一个集合 A 在全集 I ($A \subseteq I$) 中的补集；能熟练地写出方程(组)与不等式(组)的解集。

2. 映射

(1) 了解映射的概念，并能画出示意图表示。

(2) 会在给定的映射中由原象找象或由象找原象。

3. 函数

(1) 理解函数是一种特殊的映射。

(2) 能正确理解和使用记号 $f(x)$ 及 $f(a)$ 。

(3) 能熟练地求出函数的定义域和值域。

(4) 了解反函数的概念，掌握互为反函数的函数图象间的关系；会求某些函数的反函数。

(5) 理解函数的单调性的概念和几何特征，能判断一些函数在给定区间上的单调性（包括复合函数 $y = f[g(x)]$ 的单调性），并能应用函数的单调性比较函数值的大小。

(6) 理解函数的奇偶性的概念，能判断一些函数的奇偶性，掌握奇偶函数图象的对称性关系，并能利用它描绘函数图象。

4. 幂函数、指数函数和对数函数

(1) 掌握二次函数、幂函数、指数函数和对数函数的概念、图象及性质，并能利用这些函数的知识解决应用问题。

(2) 熟练掌握对数换底公式，并能合理应用。

(3) 会解简单的指数方程和对数方程。

5. 函数是数学中极其重要的概念之一，所以在总复习中应把函数作为重点，以期达到：正确地树立函数概念，牢固地掌握函数性质，熟练地“速写”函数图象，并能运用函数思想和数形结合的方法解决问题。

知识结构图见下页。

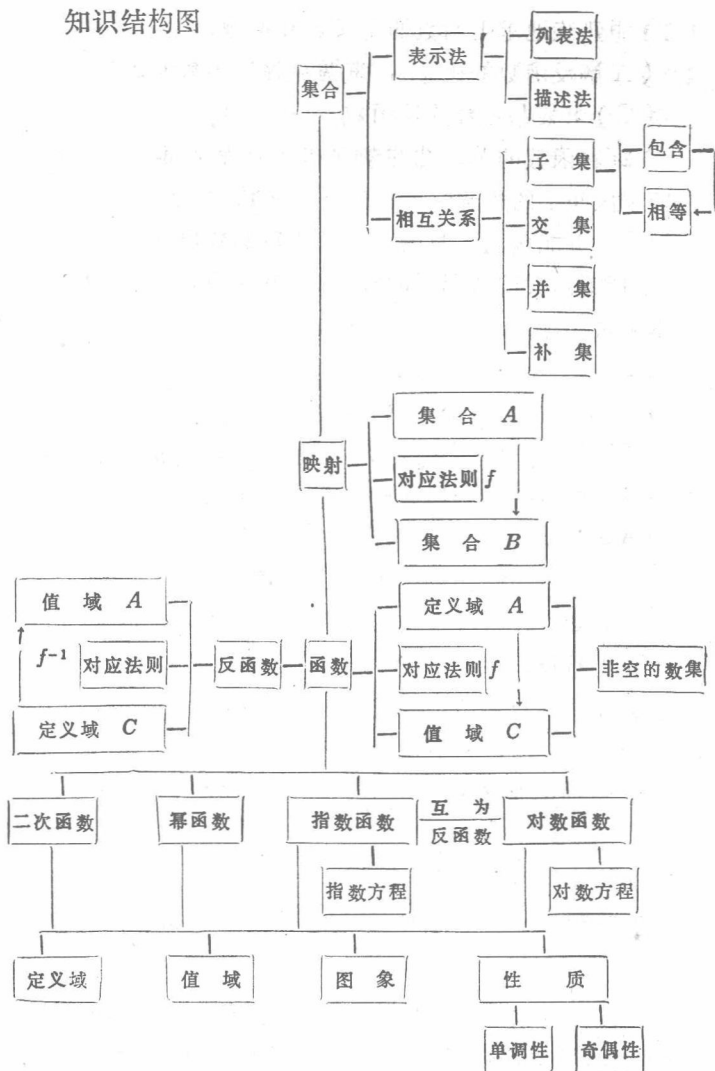
检测试题选萃

一、选择题①：

(1) 设集合 $M = \{x \mid x \geq \sqrt[3]{3}\}$ ， $a = \sqrt{2}$ 则下

① 本书的选择题，都给出代号为A、B、C、D的四个选项，其中只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题中的括号内。以后的选择题，就不再说明。

知识结构图



列关系中正确的是()

(A) $a \in M$. (B) $a \notin M$.

(C) $a \subset M$. (D) $\{a\} \subset M$.

(2) ϕ 表示空集, 则下列关系中正确的是()

(A) $\phi \cup \{0\} = \phi$. (B) $\phi \cap \{0\} = \{0\}$.

(C) $\phi \subset \{0\}$. (D) $\phi \in \{0\}$.

(3) 设全集 $I = \{a, b, c, d, e\}$, $M = \{a, c, d\}$, $N = \{b, d, e\}$, 则 $\overline{M} \cap \overline{N}$ 等于()

(A) ϕ . (B) $\{d\}$. (C) $\{a, c\}$

(D) $\{d, e\}$.

(4) 设全集 I 为自然数集 N . 集合 $E = \{2n \mid n \in N\}$, $F = \{4n \mid n \in N\}$, 则集合 N 可以表示成()

(A) $E \cup F$. (B) $\overline{E} \cup F$.

(C) $E \cup \overline{F}$. (D) $\overline{E} \cup \overline{F}$.

(5) 设集合 $P = \{x^2 \mid x \in R\}$, $Q = \{3 - |x| \mid x \in R\}$, 则 $P \cap Q$ 等于()

(A) $\left\{ \frac{7 - \sqrt{3}}{2} \right\}$.

(B) $\left\{ \frac{7 - \sqrt{13}}{2}, \frac{7 + \sqrt{13}}{2} \right\}$.

(C) $\{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$. (D) $\{x \mid x \in R\}$.

(6) 满足条件 $\{1, 2\} \subset M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 M 的个数为()

(A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

(7) 已知集合 $M = \{x \mid x^2 - 2x - 8 < 0\}$, $N = \{x \mid x - a < 0\}$, 若 $M \cap N = \phi$, 则 a 的取值范围是()

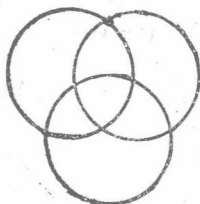
(A) $a > -2$. (B) $a \leq -2$.

(C) $a \geq 4$. (D) $a \leq -2$ 或 $a \geq 4$.

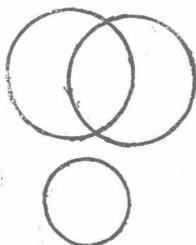
(8) 设集合 $M = \{\text{等腰三角形}\}$, $N = \{\text{三角形} \mid a^2 + b^2 - c^2 < 0, \text{其中 } a, b, c \text{ 为三角形的三边}\}$, $P = \{\text{三角形} \mid \tan \alpha \cdot \tan \beta > 1, \text{其中 } \alpha, \beta \text{ 为三角形的内角}\}$, 则集合 M, N, P 之间的关系应如下图所示的 ()



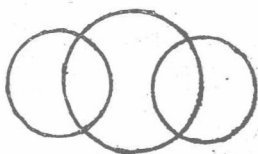
(A)



(B)



(C)



(D)

图 1-1

(9) 设集合 $E = \{(x, y) \mid \frac{y-6}{x^2-5x} = 1\}$, $F = \{(x, y) \mid y = x^2 - 5x + 6\}$, $G = \{(x, y) \mid (x, y) \in F, \text{但 } (x, y) \notin E\}$, 上述 $x, y \in R$, 则 $F \cap G$ 等于 ()

(A) ϕ . (B) $\{0, 5\}$. (C) $\{(0, 5)\}$.
(D) $\{(0, 6), (5, 6)\}$.

(10) 对于映射 $f: A \rightarrow B$, 下述判断中正确的是

()

(A) A 中某个元素的象可能不同.

(B) A 中两个不同元素的象一定不同.

(C) B 中某个元素的原象可能不只一个.

(D) B 中每个元素都有原象.

(11) 下列函数中, 仅为奇函数的是 ()

(A) $f(x) = \sqrt{1-x} \cdot \sqrt{x-1}$.

(B) $f(x) = \frac{x(e^x-1)}{e^x+1}$

(C) $f(x) = \begin{cases} 1-e^{-x}, & (x < 0), \\ e^x-1, & (x \geq 0). \end{cases}$

(D) $f(x) = x \cdot x^2 \cdot x^3 \cdots x^n, (n \in N, n \text{ 为常数}).$

(12) 函数 $y = \sin \frac{\pi}{1993}x$ ()

(A) 是奇函数, 但不是偶函数.

(B) 是偶函数, 但不是奇函数.

(C) 既是奇函数, 又是偶函数.

(D) 既不是奇函数, 也不是偶函数.

(13) 若 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $\log_a \sec \alpha < \log_b \sec \alpha < 0$,

则 ()

(A) $0 < a < b < 1$. (B) $a > b > 1$.

(C) $0 < b < a < 1$. (D) $b > a > 1$.

(14) 已知 $x > y > 1, 0 < a < 1$, 则以下不等式

① $a^x > a^y$; ② $x^{-a} > y^{-a}$;

③ $\log_a x > \log_a y$; ④ $\log_x a > \log_y a$;

其中不成立的个数是 ()

(A) 1. (B) 2. (C) 3.

(D) 4.

(15) 若 $0 < a < b < 1$, 则下列各式中正确的是 ()

(A) $\log_a b > \log_b a > \log_{\frac{1}{a}} b > \log_{\frac{1}{b}} a$.

(B) $\log_b a > \log_a b > \log_{\frac{1}{a}} b > \log_{\frac{1}{b}} a$.

(C) $\log_b a > \log_{\frac{1}{b}} a > \log_a b > \log_{\frac{1}{a}} b$.

(D) $\log_{\frac{1}{b}} a > \log_{\frac{1}{a}} b > \log_b a > \log_a b$.

(16) 函数 $y = \log_a \frac{1-x}{1+x}$ (其中 $0 < a < 1$) 在其定义

域内 ()

(A) 既是奇函数, 又是增函数.

(B) 既是奇函数, 又是减函数.

(C) 既是偶函数, 又是增函数.

(D) 既是偶函数, 又是减函数.

(17) 设 $f(x)$ 是偶函数, 且在 $(0, \pi)$ 上单调递增, 则下列各式中正确的是 ()

(A) $f(-\sqrt{2}) < f(\log_2 \frac{1}{4}) > f(-\frac{\pi}{2})$.

(B) $f(-\sqrt{2}) < f(-\frac{\pi}{2}) < f(\log_2 \frac{1}{4})$.

(C) $f(\log_2 \frac{1}{4}) < f(-\frac{\pi}{2}) < f(-\sqrt{2})$.

(D) $f(\log_2 \frac{1}{4}) < f(-\sqrt{2}) < f(-\frac{\pi}{2})$.

(18) 函数 $y = (\frac{1}{3})^{\sqrt{-x^2+2x+8}}$ 的单调递增区

间是 ()

(A) $(1, +\infty)$. (B) $(-\infty, 1)$;

(C) $[-2, 4]$. (D) $[1, 4]$.

(19) 若函数 $f(x) = \log_a(x^2 + 4x + 4)$, 当 $x \in (-1, 0)$ 时 $f(x) < 0$, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, -2)$ 上是 ()

(A) 增函数. (B) 减函数.

(C) 无单调性的函数.

(D) 单调性与 a 有关的函数.

(20) 若直线 $y = ax + 2$ 与直线 $y = 3x - b$ 关于直线 $y = x$ 对称, 则 ()

(A) $a = \frac{1}{3}, b = 6$. (B) $a = \frac{1}{3}, b = -6$.

(C) $a = 3, b = -2$. (D) $a = 3, b = 6$.

(21) 已知两个函数的图象关于直线 $y = x$ 对称, 若其中一个函数是 $y = -\sqrt{x^2 - 1} (x \geq 1)$, 则另一个函数是 ()

(A) $y = \sqrt{x^2 - 1} (x \geq 1)$.

(B) $y = \sqrt{x^2 + 1} (x \leq 0)$.

(C) $y = -\sqrt{x^2 + 1} (x \geq 0)$.

(D) $y = -\sqrt{x^2 - 1} (x \geq 1)$.

(22) 已知 $f(x) = 2^{x-1} + 3$, 若 $y = f^{-1}(x)$ 的图象经过点 P , 则点 P 的坐标是 ()

(A) $(2, 5)$. (B) $(1, 3)$.

(C) $(5, 2)$. (D) $(3, 1)$.

(23) 在同一直角坐标系中, 函数 $y = f(x-1)$ 的图象与函数 $y = f(-x+1)$ 的图象 ()

(A) 关于 x 轴对称.

(B) 关于 y 轴对称。

(C) 关于直线 $x=1$ 对称。

(D) 关于直线 $x=-1$ 对称。

(24) $\frac{\log_8 9}{\log_2 3}$ 的值是 ()

(A) $\frac{2}{3}$. (B) 1.

(C) $\frac{3}{2}$. (D) 2.

(25) 已知函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} [\log_3 (x^2 - 3)]$ 的定义域为 F , 函数 $g(x) = \log_{\frac{1}{3}} [\log_3 (x^2 - 3)]$ 的定义域为 G , 则有 ()

(A) $F = G$. (B) $F \subset G$.

(C) $F \supset G$. (D) $F \cap G = \phi$.

(26) 已知集合 $M = \{(x, y) \mid \log_x y = \log_y x, \text{ 且 } x \neq y\}$, $N = \{(x, y) \mid xy = 1, \text{ 且 } x > 0\}$, 则有 ()

(A) $M = N$. (B) $M \subset N$.

(C) $N \subset M$. (D) $M \cap N = \phi$.

(27) 已知 $f(x) = a^{x - \frac{1}{2}}$, 且 $f(\lg a) = \sqrt{10}$, 则 a 的值是 ()

(A) 10. (B) $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

(C) 10 或 $\frac{\sqrt{10}}{10}$. (D) 1.

(28) 若 $f(\cos x) = \cos 2x$, 则 $f(\sin \frac{\pi}{12})$ 的值为 ()

(A) $\frac{1}{2}$. (B) $-\frac{1}{2}$.

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(29) 方程 $\cos x = \lg \frac{1}{x}$ 的解的个数为 ()

(A) 3. (B) 4. (C) 5.

(D) 无数多.

(30) 关于 x 的方程 $\log_a x = a^{-x}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)

()

(A) 仅当 $a > 1$ 时有唯一解.

(B) 仅当 $0 < a < 1$ 时有唯一解.

(C) 必有唯一解.

(D) 必无解.

二、填空题:

(1) 设全集 $I = \{\text{小于20的正奇数}\}$, 若 $\overline{A} \cap B = \{1, 3, 7, 15\}$, $A \cap \overline{B} = \{13, 17, 19\}$, 又 $\overline{A} \cap \overline{B} = \phi$, 则 $\overline{A \cup B} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 设集合 $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x \mid a+1 \leq x < 2a+1\}$, 且满足 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 函数 $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ 的反函数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(4) 已知 $f(x) = x^5 + ax^3 + bx - 3$, 且 $f(-2) = 5$, 则 $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(5) 若函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 当 $x \in (-\infty, 1)$ 时, $y = x^2 + 1$, 则当 $x \in [1, +\infty)$ 时, $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

(6) 设 $m \in R$, 则方程 $x^2 + mx + m + 3 = 0$ 的两个实根的平方和的最小值为_____.

(7) 已知二次函数 $y = x^2 \cdot \lg a + 2x + 4 \lg a$ 有最小值 -3 , 则 $a =$ _____.

(8) 设集合 $A = \{(x, y) \mid y = x + 2, x \in R\}$, $B = \{(x, y) \mid (x-1)^2 + (y-m)^2 = 2, x, y \in R\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是_____.

(9) 若函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$ 在区间 $(-\infty, 4]$ 上是减函数, 则实数 a 的取值区间是_____.

(10) 若方程 $\sin^2 x + \cos x + k = 0$ 有实数解, 则 k 的取值范围是_____.

三、解答题

(1) 设集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2ax + b = 0\}$, $B \neq \emptyset$, 且 $B \subseteq A$, 求 a, b .

(2) 设函数 $y = \log_{\frac{1}{2}} [a^{2x} + 2(ab)^x - b^{2x} + 1]$ ($a, b \in R^+$), 求使 y 为负值时 x 的取值范围.

(3) 已知 $f(x) = x \left(\frac{1}{2^x + b} + \frac{1}{a} \right)$ ($a, b \in R^+$)

的定义域为 $\{x \mid x \in R \text{ 且 } x \neq 0\}$, 且 $f(2) = \frac{5}{3}$.

① 求 a, b 的值;

② 判断 $f(x)$ 的奇偶性;

③ 证明 $f(x) > 0$.

(4) 求函数 $y = -x^2 + 4kx + k(1-4k)$ 在闭区间 $[0, 1]$ 上的最大值.

(5) 设实数 x, y 满足 $3x^2 + 2y^2 = 6x$, 求 $x^2 + y^2$ 的最大值.