高中数学表解

中学课程表解丛书

胡世荣 董安东 曾家骏 肖康庄 编著

重庆出版社

中学课程表解丛书

高中数学表解

肖康庄　曾家骏
董安东　胡世荣　编

重庆出版社

1994年·重庆

(川)新登字010号

责任编辑 刘 翼
封面设计 徐赞兴
技术设计 刘黎东

肖康庄 曾家骏
董安东 胡世荣 编

高中数学衷解

重庆出版社出版、发行(重庆长江二路205号)
新华书店经销 重庆印制一厂印刷

*

开本787×1092 1/16 印张 14 字数 344 千
1994年8月第一版 1994年8月第一版第一次印刷
印数:2,500

*

ISBN 7-5366-2562-6/G·865

定价:5.90元

内 容 提 要

本书以现行高中数学课本为依据，按代数、三角、立体几何、平面解析几何四部分整理归纳，以表格形式汇总编著而成。它具有脉络清楚，结构紧凑，重点突出，思维训练，能力培养，题型多样，系统性强等特点，读者可花较少的时间获得较为完整的高中数学知识，迅速提高解题能力。

本书可供高中各年级(特别是毕业班)学生课外阅读，亦可供中学数学教师、自学青年参考。

目　　录

第一部分　代　　数

第一章　数及其运算…… 3

一、实数及其性质…… 3

二、复数的性质及运算…… 4

第二章　式及其运算…… 10

一、有理式…… 10

二、根式…… 12

三、超越式…… 15

第三章　集合与映射…… 20

一、集合…… 20

二、映射…… 22

第四章　函数…… 24

一、函数的概念和一般性质…… 24

二、几种重要的代数函数…… 26

三、几种重要的超越函数…… 28

四、求函数极值的常用初等方法…… 29

五、利用已知函数的图象进行变换…… 31

第五章　方程…… 38

一、方程（组）的若干问题…… 38

二、一元整式方程…… 39

三、分式方程与无理方程…… 42

四、初等超越方程…… 44

五、线性方程组(一次方程组)…… 46

六、二元二次方程组…… 47

七、解其他方程组的若干方法…… 49

第六章　不等式…… 51

一、不等式的性质与解法…… 51

二、不等式的证明…… 56

第七章　数列…… 62

一、数列…… 62

二、等差数列与等比数列…… 64

三、数列的前 n 项和…… 67

第八章　排列组合…… 71

一、两个原理……71
二、重要的概念与公式……71
三、解题分析……72
第九章 二项式定理……76
第十章 数学归纳法……79
第十一章 数列的极限……84
一、数列的极限……84
二、无穷递缩等比数列……86

第二部分 三 角

第一章 三角函数……91
一、任意角的三角函数……91
二、三角函数的图象和性质……95
第二章 两角和与差的三角函数……98
一、两角和与差的三角函数……98
二、三角函数的积化和差与和差化积……101
三、三角函数的最大值与最小值……108
四、正余弦定理……110
第三章 反三角函数和简单三角方程……114

第三部分 立体几何

第一章 直线和平面……125
第二章 多面体和旋转体……138

第四部分 平面解析几何

第一章 直线……155
一、解析几何的基本公式……155
二、直线的倾斜角和斜率……157
三、直线方程的五种形式……157
四、两条直线的位置关系……160
第二章 二次曲线……170
一、曲线和方程……170
二、圆……171
三、椭圆……178
四、双曲线……183
五、抛物线……187

第三章　坐标轴的平移……190
第四章　参数方程和极坐标……194
　一、参数方程……194
　二、极坐标……199

附录

一　1991年普通高等学校招生全国统一考试数学试题（理工农医类）……203
二　湖南省1992年普通高中毕业会考数学试题……206
三　1992年全国普通高等学校招生统一考试上海数学试题……208
四　1992年全国普通高等学校招生统一考试数学试题（理工农医类）……212

第 一 部 分

代 数

第一章　数及其运算

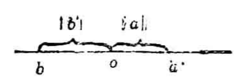
一　实数及其性质

1·1·1　数系表

复数 $a+bi$（a、$b\in R$，i 是虚数单位，$i^2=-1$）
- 实数（$b=0$）
  - 有理数：可表为形如 m/n 的数（$n\in N$，$m\in Z$，n，m 互质）
    - 整数（$n=1$ 时）；
    - 分数（$n>1$ 时）。
  - 无理数：无限不循环小数。
- 虚数（$b\neq 0$）
  - 纯虚数：实部为零的虚数（$a=0$）；
  - 非纯虚数：实部不为零的虚数（$a\neq 0$）。

注：一般 N 表示自然数集合，R 表示实数集合，Z 表示整数集合

1·1·2　实数的性质

封闭性	有序性	稠密性	连续性	绝对值与非负数
实数集合对于加减乘除（除数不为零）四则运算封闭．即任意二实数四则运算的结果仍为实数，但实数集合对开方运算不封闭．	1．任意二实数 a 与 b 之间存在且只存在以下三种关系之一：$a>b, a=b, a<b$． 2．等号与不等号具有传递性，如由 $a>b, b>c$，$\Rightarrow a>c$．	任意两个相异的实数之间一定存在其它的实数．即若 $a<b$，则必存在 c，使得 $a<c<b$．例如：$c=(a+b)/2$．	实数集合与数轴上点的集合可建立一一对应关系．即实数点可填满整个数轴．	1．实数的绝对值的定义： $\lvert a\rvert=\begin{cases} a & a\geqslant 0\text{时}．\\ -a & a<0\text{时}．\end{cases}$ 2．绝对值的几何意义：  $a>0$ 时， $\lvert x\rvert>a \Longleftrightarrow x<-a$ 或 $x>a$； $\lvert x\rvert<a \Longleftrightarrow -a<x<a$． 3．$\sqrt[2n]{a^{2n}}=\lvert a\rvert$（$a\in R, n\in N$）． 4．中学数学中常见的非负数有实数的绝对值、偶次幂以及算术根．
注：有理数集合仍具有对四则运算的封闭性、有序性、稠密性，但不具有连续性．这正是有理数集合与实数集合的根本区别				

例1 若 n 是不等于10的正整次幂的自然数 $(n>1)$，则 $\lg n$ 是无理数。

略证：用反证法．设 $\lg n$ 不是无理数，必为有理数．可设 $\lg n=p/q\ (q,\ p\in N)$．则 $n=10^{p/q}$，即 $n^q=10^p$。此等式右端是首位为1，后面连续有 p 个零的正整数，而左端不可能是这样的数，故此矛盾。

例2 已知：

$$(x+y-5)^4+\sqrt{y+z-7}+|x+y+z-9|=0,$$

求 $x^2+y^3+z^4$ 的值。

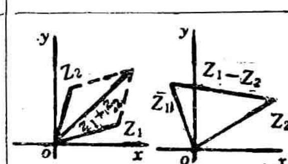
提示：由条件，等式左端三个非负数和为零，$\therefore\ x+y-5=y+z-7=x+y+z-9=0$。可由此三元一次方程组求出 x, y, z。答：287．

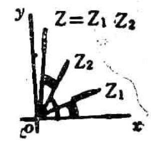
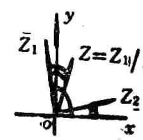
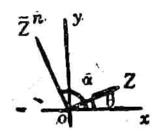
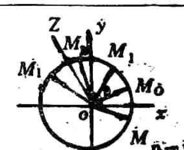
二 复数的性质及运算

1·2·1 复数的四种表示形式，复数的性质

代数形式	三角形式	向量形式	指数形式	复数的性质
$Z=a+bi\ (a、b\in R)$ 称复数 Z 的代数式，a、b 分别叫做复数 $a+bi$ 的实部与虚部。	$Z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ $(r\geqslant 0,\ \theta\in R)$ 称复数 Z 的三角式，r 称复数 Z 的模，记为 $r=\|z\|$；θ 称 z 的幅角，适合 $0\leqslant\theta<2\pi$ 的幅角 θ 的值称主值，记为 $\arg Z$。	在复平面采用直角坐标系时，$a+bi$ 可用向量 $\overrightarrow{OM}$ 表示，其中 O 是原点，$M(a, b)$．复平面采用极坐标系时，$r(\cos\theta+i\sin\theta)$ 可用向量 $\overrightarrow{ON}$ 表示，O 是极点，$N(r, \theta)$。	复数 $Z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ 也可表为指数形式：$Z=re^{i\theta}$ (e 是自然对数底)。	1.两个复数相等的条件：$a+bi=c+di \Longleftrightarrow a=c,\ b=d$。$r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)\neq 0 \Longleftrightarrow r_1=r_2,\ \theta_1=2k\pi+\theta_2\ (k\in Z)$； 2.复数集合与复平面上点的集合一一对应； 3.复数没有"有序性"，即两个不全为实数的复数不能比较大小； 4.复数对于代数运算封闭。
复数代数式与三角式的关系	若 $Z=a+bi=r(\cos\theta+i\sin\theta)$，则 $\begin{cases}a=r\cos\theta,\\ b=r\sin\theta,\end{cases} \Longleftrightarrow r=\sqrt{a^2+b^2},\ \begin{matrix}\cos\theta=a/\sqrt{a^2+b^2},\\ \sin\theta=b/\sqrt{a^2+b^2}.\end{matrix}$			

1·2·2 复数的运算

	代数形式	三角形式	指数形式	几何意义
加减法	$(a+bi)\pm(c+di)$ $=(a\pm c)+(b\pm d)i$.			

	代数形式	三角形式	指数形式	几何意义
乘法	$(a+bi)\cdot(c+di)$ $=(ac-bd)$ $+(ad+bc)i$.	$r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)\cdot$ $r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$ $=\rho(\cos\theta+i\sin\theta)$. 其中$\rho=r_1r_2$, $\theta=\theta_1+\theta_2$	$r_1e^{i\theta_1}\cdot r_2e^{i\theta_2}$ $=(r_1r_2)e^{i(\theta_1+\theta_2)}$	 其中 $\|z\|=\|z_1\|\cdot\|z_2\|$ 想一想，用$\pm i$乘以复数z的几何意义是什么？
除法	$(a+bi)/(c+di)$ $=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$ $(c+di\neq0)$. 如$\frac{1+i}{1-i}=i$, $\frac{1-i}{1+i}=-i$.	$\frac{[r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)]}{[r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)]}$ $=\rho(\cos\theta+i\sin\theta)$ 其中$\rho=r_1/r_2$, $\theta=\theta_1-\theta_2$, 但$r_2\neq0$.	$(r_1e^{i\theta_1})\div(r_2e^{i\theta_2})$ $=(r_1/r_2)e^{i(\theta_1-\theta_2)}$ $(r_2\neq0)$	 其中$\|z\|=\|z_1\|/\|z_2\|$. 想一想，用复数z除以$\pm i$的几何意义是什么？
乘方	$(a+bi)^n$可按二项式定理展开，再利用$i^{4k}=1$, $i^{4k+1}=i$, $i^{4k+2}=-1$, $i^{4k+3}=-i$, 简化，合并，如：$(1\pm i)^2=\pm2i$.	$[r(\cos\theta+i\sin\theta)]^n$ $=r^n(\cos n\theta$ $+i\sin n\theta)$ $(n\in Z)$, (即棣莫佛定理)	$(re^{i\theta})^n$ $=r^ne^{i(n\theta)}$	 图中$\alpha=n\theta$ $\|z^n\|=\|z\|^n$. 如$[(-1\pm\sqrt{3}i)/2]^3$ $=\left[\cos(\pm2/3\pi)+i\sin\left(\pm\frac{2}{3}\pi\right)\right]^3=1$.
开方	求复数$a+bi$的平方根可解相应的方程组：令$(a+bi)=(x+yi)^2$ $\Longrightarrow\begin{cases}x^2-y^2=a,\\2xy=b.\end{cases}$ 求出x, y.	$r(\cos\theta+i\sin\theta)$的$n$次方根有$n$个值：$\sqrt[n]{r}(\cos\alpha+i\sin\alpha)$ 其中$\alpha=(\theta+2k\pi)/n$. $(k=0,1,2\cdots\cdots n-1)$.	$re^{i\theta}$的n个n次方根是 $\sqrt[n]{r}e^{i\cdot(\theta+2k\pi)/n}$ $(k=0, 1, 2\cdots n-1)$.	 图中M_0、$M_1\cdots M_{n-1}$将半径为$\sqrt[n]{\|z\|}$的圆n等分，且$\angle xoM_0=\theta/n$.

1·2·3 共轭复数的性质，复数的模的性质

	定　义	加减法	乘　法	除　法	乘　方	其它性质
共轭复数	若$z=a+bi$，称$a-bi$为z的共轭复数，记为$\bar{Z}=a-bi$。	$\overline{(Z_1\pm Z_2)}=\bar{Z}_1\pm\bar{Z}_2$。	$\overline{(Z_1\cdot Z_2)}=\bar{Z}_1\cdot\bar{Z}_2$。	$\overline{(Z_1/Z_2)}=\bar{Z}_1/\bar{Z}_2$ $(Z_2\neq 0)$	$\bar{Z}^n=(\bar{Z})^n$。	1.两个共轭复数的和与积都是实数； 2.$Z=\bar{Z}\Longleftrightarrow Z\in R$。
复数的模	$Z=a+bi$的模$\|Z\|=\sqrt{a^2+b^2}$，即Z对应的向量的长度。	$\|\|Z_1\|-\|Z_2\|\|\leqslant\|Z_1\pm Z_2\|\leqslant\|Z_1\|+\|Z_2\|$。对于对两个非零复数$Z_1Z_2$，等号之一仅在$Z_1$与$Z_2$共线时成立。（不可能同时成立）	$\|Z_1\cdot Z_2\|=\|Z_1\|\cdot\|Z_2\|$。	$\|Z_1/Z_2\|=\|Z_1\|/\|Z_2\|$ $(Z_2\neq 0)$	$\|Z^n\|=\|Z\|^n$。	1.$\|\bar{Z}\|=\|Z\|$， 2.$\|Z_1+Z_2\|^2+\|Z_1-Z_2\|^2=2(\|Z_1\|^2+\|Z_2\|^2)$，其几何意义：▱各边平方和等于对角线平方和。

例1　求适合下面条件的实数x，y：

$$\frac{x}{1-i}+\frac{y}{1-2i}=\frac{5}{1-3i}。$$

略解：将各分式分子分母同乘以分母的共轭复数，实化分母为

$$\frac{x(1+i)}{2}+\frac{y(1+2i)}{5}=\frac{5(1+3i)}{10}，$$

即　　$$(5x+2y)+(5x+4y)i=5+15i，$$

由复数相等的条件，$\begin{cases}5x+2y=5,\\5x+4y=15.\end{cases}$

解得　　$$x=-1，y=5。$$

例2　若复数$Z=\sqrt{|\cos t|}+i\sqrt{|\sin t|}$满足条件$0\leqslant\arg Z\leqslant\frac{\pi}{4}$，求$|Z|$和实数$t$的范围。（1983年理科高考题）

提示：由$|Z|=\sqrt{|\cos t|+|\sin t|}$

$\therefore$　$|Z|^2=|\cos t|+|\sin t|)$

　　$|Z|^4=(|\cos t|+|\sin t|)^2=1+|\sin 2t|$

$\therefore$　$1\leqslant|Z|^4\leqslant 2$。又由于$|Z|\geqslant 0$，

$\therefore$　$1\leqslant|Z|\leqslant\sqrt[4]{2}$。

又$\operatorname{tg}(\arg Z)=\frac{\sqrt{|\sin t|}}{\sqrt{|\cos t|}}=\sqrt{|\operatorname{tg}t|}$（为什么？）

由条件 $0\leqslant \arg Z\leqslant \frac{\pi}{4}$。

$\therefore\quad 0\leqslant\sqrt{|\mathrm{tg}t|}\leqslant 1,\ -1\leqslant \mathrm{tg}t\leqslant 1$。

$\therefore\quad n\pi-\frac{\pi}{4}\leqslant t\leqslant n\pi+\frac{\pi}{4}\ (n\in Z)$。

例3 求使 $(1+i)^n=(1-i)^n\cdot i^{15}$ 的最小自然数 n。

提示：变形为 $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n=i^{15}$，即 $i^n=i^3$，故最小自然数 $n=3$。

例4 计算 $p=[(-1+\sqrt{3}i)/2]^n+[(-1-\sqrt{3}i)/2]^n\ (n\in N)$ 之值。

解一：利用复数三角式，化为

$$P=(\cos 2\pi/3+i\sin 2\pi/3)^n+(\cos 4\pi/3+i\sin 4\pi/3)^n$$
$$=(\cos 2n\pi/3+\cos 4n\pi/3)+i(\sin 2n\pi/3+\sin 4n\pi/3)。$$

易见 $\sin 2n\pi/3+\sin 4n\pi/3=0$，

$\therefore\quad P=\cos 2n\pi/3+\cos 4n\pi/3=2\cos n\pi\cos(n\pi/3)$。

当 $n=3K\ (K\in Z)$ 时，

$$P=2\cos 3k\pi\cos k\pi=2\cdot(-1)^{3k}\cdot(-1)^k=2;$$

当 $n=3k\pm1\ (k\in z)$ 时，

$$P=2\cos(3k\pm1)\pi\cos\left(k\pi\pm\frac{\pi}{3}\right)=-1。$$

$$\therefore\quad P=\begin{cases}2 & 当\ n=3k 时，\\ -1 & 当\ n=3k\pm1 时。\end{cases}\quad (k\in Z)$$

解二：$\because(-1\pm\sqrt{3}i)/2$ 是两个三次单位根，

可记 $(-1+\sqrt{3}i)/2=\omega$，$(-1-\sqrt{3}i)/2=\omega^2$。

则 $P=\omega^n+\omega^{2n}$。利用 $\omega^3=1$，$\omega+\omega^2=-1$，当 $n=3k$ 时，$p=(\omega^3)^k+(\omega^3)^{2k}=2$；$n=3k\pm1$ 时

$$p=(\omega^3)^k\cdot\omega^{\pm1}+(\omega^3)^{2k}\cdot\omega^{\pm2}=-1。$$

例5 求1的 n 个 n 次方根的和与积 $(n\in N)$。

解：1 的 n 次方根是 $\cos 2k\pi/n+i\sin 2k\pi/n\ (k=0,\ 1,\ 2\cdots\cdots n-1)$。记 $\varepsilon=\cos 2\pi/n+i\sin 2\pi/n$，则这 n 个 n 次方根即是 $1,\ \varepsilon,\ \varepsilon^2,\ \cdots\cdots\varepsilon^{n-1}$。

$\therefore\quad 1+\varepsilon+\varepsilon^2+\cdots\cdots\varepsilon^{n-1}=(1-\varepsilon^n)/(1-\varepsilon)=0$。

（$\because\ \varepsilon$ 是 1 的 n 次方根 $\therefore\ \varepsilon^n=1$。）

又 $1\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon^2\cdots\cdots\varepsilon^{n-1}=\varepsilon^{1+2+\cdots+(n-1)}=\varepsilon^{\frac{n(n-1)}{2}}=(\cos 2\pi/n+i\sin 2\pi/n)^{\frac{n(n-1)}{2}}$

$$=\cos(n-1)\pi+i\sin(n-1)\pi=\begin{cases}1 & n=奇数时，\\ -1 & n=偶数时。\end{cases}$$

注　意

1．1的方根又称单位根，若 ε 为 n 次单位根，则 $\varepsilon^n=1$。特别地，在 $n=3$ 时，记 ε 为 ω，除性质 $\omega^3=1$ 外，还有 $\omega+\omega^2+1=0$。

2．例5中得到 $\varepsilon^{\frac{n(n-1)}{2}}$，这时不可化为 $(\varepsilon^n)^{\frac{n-1}{2}}=1$，因在复数范围内，未给出分指数幂的定

义，而在 n=偶数时，$\frac{n-1}{2}$ 正是一个分数。忽视这点将会得到如 $i=i^1=(i^4)^{1/4}=1^{1/4}=1$ 的荒谬结果。

3．例7的解法二中，利用了：复数 Z 是实数 $\Longleftrightarrow Z=\bar{Z}$。避免了复杂计算。请认真领会。

例6　若 $x+1/x=2\cos\theta$，求证：

$$x^m+1/x^m=2\cos m\theta,\ (m\in N)$$

提示　由 $x+1/x=2\cos\theta\Longrightarrow x^2-2x\cos\theta+1=0$

解出 $x=\cos\theta\pm i\sin\theta$，$\therefore\quad 1/x=\cos\theta\mp i\sin\theta$

$\therefore\quad x^m+1/x^m=(\cos m\theta\pm i\sin m\theta)+(\cos m\theta\mp i\sin m\theta)=2\cos m\theta$。

例7　若 $Z=x+yi\ (x,y\in R)$，Z^2+9/Z^2 为实数，求复平面上 Z 对应的点表示的图形。

解一：Z^2+9/Z^2 可化为：

$$x^2-y^2+\frac{9(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}+i\left[2xy-\frac{18xy}{(x^2+y^2)^2}\right].$$

由条件 $2xy\cdot\left[1-\frac{9}{(x^2+y^2)^2}\right]=0$，

$\therefore\quad x=0$，或 $y=0$，或 $x^2+y^2=3$。

故复平面上 Z 对应的点所表示的图形为除去原点的实轴、虚轴以及以原点为圆心，$\sqrt{3}$ 为半径的圆。

解二：由 Z^2+9/Z^2 是实数 $\Longrightarrow Z^2+9/Z^2=\overline{Z^2+9/Z^2}$。

$\therefore\quad Z^2-\bar{Z}^2=9/\bar{Z}^2-9/Z^2\Longrightarrow(Z^2-\bar{Z}^2)(1-9/Z^2\cdot\bar{Z}^2)=0$

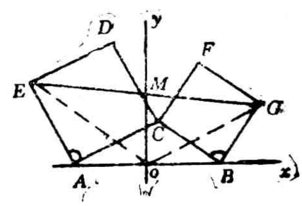
即
$$(Z+\bar{Z})(Z-\bar{Z})(1-9/|Z|^4)=0$$

$\therefore\quad Z+\bar{Z}=0$　即 $x=0$：y 轴；（但不包括原点）。

$Z-\bar{Z}=0$　即 $y=0$：x 轴；

$|Z|^4=9$，$|Z|=\sqrt{3}$。以原点为圆心，$\sqrt{3}$ 为半径的圆。

例8　如图以定线段 AB 为底边，以 AB 上方的动点 C 为顶点作 $\triangle ABC$，在 $\triangle ABC$ 外以 AC、BC 为边作正方形 $ACDE$，$BCFG$。求证：无论 C 点怎样运动，线段 EG 的中点为定点。



证明：如图建立复平面上的直角坐标系，令 $B(a)$，$A(-a)$，$C(z)$，可求出点 G、E 对应的向量：

$$\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}\cdot(-i)=a+(z-a)\cdot(-i)=a+ai-zi,$$

$\therefore\quad Z_G=a+ai-zi$。同理 $\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}\cdot i=-a+(z+a)\cdot i=-a+zi+ai$，

$\therefore\quad Z_E=-a+zi+ai$。

$\therefore\quad EG$ 的中点 M 对应复数 $Z_M=\frac{1}{2}(Z_G+Z_E)=ai$。

即 EG 中点 M 始终是虚轴上离原点距离等于定长 $a=\frac{1}{2}|AB|$ 的定点。

练　习：

1．计算(1) $1+i+i^2+\cdots+i^{50}$；　　(2) $1\cdot i\cdot i^2\cdots i^{50}$。

2. 计算(1) $(\sqrt{3}+i)(1-\sqrt{3}i)(i-\sqrt{3})$； (2) $(\sqrt{3}+i)^5+(-1+\sqrt{3}i)^4$；

(3) $(1-i)^{17}$； (4) $1+2i+3i^2+4i^3+\cdots\cdots+4ki^{4k-1}$ $(k\in N)$；

(5) 求复数 i 的立方根。

3. 已知 x、y 是共轭复数，且 $(x+y)^2-2xyi=4-4i$。求 x，y。

4. $n\in N$，求证 $(1+i)^n+(1-i)^n$ 是实数。

5. 指出复平面上满足下列条件的 Z 的集合：

(1) $1\leqslant|Z+i|\leqslant3$， (2) $|Z+2|+|Z-2|=5$。

6. 在复平面内，复数 $Z=1+i$ 所对应的点为 P，求以 O(原点)P 为边的正三角形的另一顶点所对应的复数。

7. 已知 $|Z|=1$，求 $|\sqrt{3}-i-Z|$ 的最大值与最小值。

8. 设 $M=\{Z\,|\,|Z|\leqslant1, Z\in C\}$，$N=\{Z\,|\,|Z+\sqrt{2}|\leqslant1, Z\in C\}$，求 $M\cap N$ 中幅角主值为最大的复数 Z。

9. 设 $|Z-1-\sqrt{3}i|\leqslant2$，且 $0\leqslant\arg Z\leqslant\frac{\pi}{3}$，求复数 Z 在复平面内所对应的区域的面积。

10. 已知 $\frac{x}{1-i}+\frac{y}{1-2i}=\frac{5}{1-3i}$，求实数 x 与 y。

11. 在复数集内解方程：

(1) $|x|-x=1-2i$。 (2) $x^2+|x|=0$。

(3) $(x+1)^6=(1+i)^6$。

12. 复平面内矩形 $OABC$ 中，O 为原点，$|OA|:|OC|=1:3$，点 A 所对应的复数为 $-2+i$、求点 B 及向量 $\overrightarrow{AC}$ 所对应的复数。

答　案

1. (1) i。 (2) $-i$。

2. (1) $-4+4\sqrt{3}i$； (2) $\sqrt{3}+i$； (3) $256-256i$；

(4) $-2k-2ki$； (5) $-i$、$\frac{\pm\sqrt{3}+i}{2}$。

3. $1\pm i$ 或 $-1\pm i$。

5. (1) 圆环面； (2) 椭圆。

6. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}+\frac{1+\sqrt{3}}{2}i$ 或 $\frac{1+\sqrt{3}}{2}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}i$。

7. 3；1。

8. $-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$。 9. $\frac{4}{3}\pi+\sqrt{3}$。

10. $(-1, 5)$ 12. Z_B 为 $1+7i$ 或 $-5-5i$； $Z_{\overrightarrow{AC}}$ 为 $5+5i$ 或 $-1-7i$。

第二章　式及其运算

一　有　理　式

2.1.1　式的分类表

$$
\text{式}\begin{cases}\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\\ \text{分式}\end{cases}\\ \text{根　式}\end{cases}\\ \text{超越式：指数式、对数式、三角式．反三角式等．}\end{cases}
$$

2.1.2　整式的运算

加 减 法	注意去括号的法则， 并注意合并同类项．
乘 法	1．注意幂的运算法则： $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$； $a^m\div a^n=a^{m-n}(a\neq 0)$； $(ab)^m=a^mb^m$； $(a^m)^n=a^{mn}$． 2．注意乘法对于加法的分配律的应用． 3．在特殊情况下可利用乘法公式简化乘法运算．常用的乘法公式有： 1)　$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$， 2)　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$， 3)　$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$， 4)　$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$， 5)　$(a+b)^n=a^n+c_n^1a^{n-1}b+\cdots\cdots+c_n^ka^{n-k}b^k+\cdots+c_n^{n-1}ab^{n-1}+b^n$ (二项式定理)， 6)　$(a+b+c+\cdots\cdots)^2=a^2+b^2+c^2+\cdots\cdots+2ab+2ac+2bc+\cdots\cdots$ (多项式完全平方公式)．
除 法	分单项式除以单项式；多项式除以单项式（注意分配律）；多项式除以多项式（用长除法）等情形．若$f(x)$、$g(x)$是两个多项式$(g(x)\neq 0)$，则存在唯一的$q(x)$、$r(x)$，使$f(x)=q(x)\cdot g(x)+r(x)$．这里$r(x)$的次数低于$g(x)$的次数，或$r(x)=0$．